

Received January 14, 1767.

XVI. *Cogitata de COMETIS. Communicated*  
*by Benjamin Franklin, LL.D. F. R. S.*

Illustriſſimæ SOCIETATI REGIÆ,

Ob ſummum in ſe collatum honorem,

Cooptationem ſcil. in eorum Sodalitium,

Hanc qualemcunque Diſſertationem,

Ea qua par eſt obſervantia,

D. D. C. Q.

Johannes Winthrop,

Apud Cantab. Nov. Ang. Math. & Phil. Prof.

Hollifianus,

7<sup>o</sup> Maii 1766.

L E M M A.

Read March 19,  
1767.

CUM ex illuſtriſſimi Newtoni in-  
 ventis conſtet, "gravitatem in  
 " univerſa corpora fieri, eamque proportionalem eſſe  
 " quantitati materiæ in ſingulis, et reciproce propor-  
 " tionalem quadrato diſtantiæ inter corporum centra,"  
 exinde ſequitur, quòd inter bina quævis ſyſtematis  
 mundani corpora exiſtere poteſt *limes* attractionis, in

quo utique situm corpusculum æqualibus viribus utrumque versus urgebitur.

Invenire hunc limitem inter solem et cometas, et quædam inde pendentia, est scopus problematum sequentium.

## P R O B. I.

Datis, materiæ quantitibus in duobus corporibus, et distantia inter eorum centra; invenire limitem attractionis.

## T A B. VII.

In Fig. 1. sint  $S$  et  $C$  centra corporum, quorum majus,  $S$ ; et quantitates materiæ in ipsis vocentur  $s$  et  $c$  respectivè. Secetur recta  $SC$ , ultra minus corpus  $C$  in infinitum producta, in  $A$  et  $O$ , ita ut sint  $SA$  ad  $AC$ , et  $SO$  ad  $OC$ , in subduplicata ratione ipsius  $s$  ad  $c$ ; superque diametro  $OA$  describatur semicirculus  $OLA$ : Et limes attractionis erit spherica superficies circumactu semicirculi  $OLA$  circum axem  $OA$  genita.

Nam ex iis quæ præmissa sunt in lemmate patet, puncta  $A$  et  $O$  esse in limite. Et, si a puncto quovis  $L$  in semicirculo  $OLA$  ducantur rectæ  $LS$ ,  $LC$  ad centra corporum  $S$  et  $C$ , erit, ex natura circuli,  $SL$  ad  $LC$  ut  $SA$  ad  $AC$ , et ut  $SO$  ad  $OC$ ; unde punctum  $L$  est in limite. Pari ratione, omnia puncta in semicirculo  $OLA$ , adeoque in spherica superficie circumactu istius semicirculi genita, sunt in limite quaesito. Limes igitur attractionis est hæc superficies spherica, corpori minori  $C$  eccentrica. Q. E. I.

SCHOL.

## S C H O L. I.

Intra hanc superficiem, quam voco *limitantem*, corporis minoris vis plus pollet: Extra, majoris.

COROL. I. Sphæræ limitantis diameter AO, ejusque segmenta AC, CO, sunt ut distantia inter corporum centra.

COROL. 2. Dato quovis puncto in superficie limitante, ut et corporum distantia, datur tota superficies.

COROL. 3. In hac superficie, gravitatio dirigitur ad punctum A, tanquam ad centrum. Ob æqualitatem virium, quibus corpusculum in L trahitur versus corpora S et C, directio vis ex ipsis compositæ bifariam secat angulum SLC; ideoque transit per punctum A; per iii. 3. elem.

COROL. 4. Et ducto perpendiculo CB ad CL, occurrente ipsi LA (productæ, si opus sit) in B, vis ipsa composita erit reciproce ut rectangulum CLB. Nam CD demisso perpendiculo super LA, vis simplex versus C erit ad vim compositam versus A, ut CL ad 2LD, id est, ut BL ad 2CL. Unde, cum vis simplex sit ut  $\frac{1}{CL^q}$ , vis composita erit ut  $\frac{2CL}{CL^q + LB}$ , five ut  $\frac{1}{CL \times LB}$ .

## S C H O L. II.

Si duo corpora fuerint æqualia, limes attractionis erit planum infinitum, distantiam corporum bifariam et ad rectos angulos secans. In hoc casu, CA æquatur ipsi AS, et punctum O abiret in infinitum.

S C H O L.

## S C H O L. III.

Positis, distantiâ  $SC=d$ ; semidiametro corporis majoris  $S=b$ , et minoris  $C=k$ : si ea fuerit corporum distantia, ut sit  $d:k::\sqrt{s}+\sqrt{c}:\sqrt{c}$ , punctum  $A$  continget superficiem corporis  $C$ . Idem eveniet puncto  $O$ , si, imminutâ paululum distantiâ, sit  $d:k::\sqrt{s}-\sqrt{c}:\sqrt{c}$ . Sin distantia  $d$  adhuc minor fuerit, Problema evadet impossibile.

## P R O B. II.

Iisdem positis, invenire locum in quo vires corporum sint ad invicem in ratione data.

Sit ratio data  $b$  ad  $c$ , in qua oportet esse vim corporis majoris ad vim minoris. Secetur producta  $SC$  (Fig. 2.) in  $E$  et  $P$ , ita ut sint  $SE$  ad  $EC$ , et  $SP$  ad  $PC$  in subduplicata ratione ipsius  $s$  ad  $b$ ; et locus quæsitus erit superficies sphaeræ  $PFE$ , diametro  $PE$  descriptæ. Q. E. I.

Demonstratur ut Prob. I.

COROL. I. Si secetur  $CS$  in  $G$ , ita ut sit  $CG$  ad  $GS$ , ut  $\frac{b \times CE}{c}$  ad  $ES$ , punctum  $G$  erit centrum ad quod dirigetur composita gravitatio in superficie  $PFE$ . Jungantur  $FS$ ,  $FG$ ,  $FC$ ; et agatur recta  $GK$  ipsi  $SF$  parallela. Cum ratio  $CG$  ad  $GS$ , five  $CK$  ad  $KF$ , componatur ex rationibus  $CK$  ad  $KG$ , (id est,  $CF$  ad  $FS$ , five  $CE$  ad  $ES$ ) et  $KG$  ad  $KF$ ; et, per constructionem, ratio  $CG$  ad  $GS$  componitur ex rationibus  $CE$  ad  $ES$ , et  $b$  ad  $c$ ; consequens est, quod  
KG

KG est ad KF ut  $b$  ad  $c$ ; id est, ut vis corporis S agens secundum rectam ipsi KG parallelam, ad vim corporis C agentem secundum rectam FK.

COROL. 2. Et, si in diagonali FG sumatur  $FH = FC$ , et agatur HM ipsi SF parallela, vis composita in puncto F erit reciproce ut rectangulum CFM.

Demonstratur ut Corol. 4. Prob. 1.

Eadem intelligenda sunt de superficie interiori  $pfe$ , et punctis  $g, k, h, m$ , in Fig. 3.

COROL. 3. Ubi  $b$  minor est quam  $c$ , centrum  $g$  versatur intra superficiem  $pfe$ , ut in Fig. 3. Ubi major, centrum G versatur extra superficiem PFE; eoque longius distabit a corpore C, cæteris manentibus, quo major fuerit ratio data.

Cæterum (ut id obiter moneam), vires conjunctæ gravitatis non in diversis ejusdem superficiæ partibus tantum, sed et in diversis superficiebus, sunt inter se in ratione supradicta. V. gr. Gravitas in puncto F est ad gravitatem in puncto  $f$ , ut rectangulum  $Cfm$  ad rectangulum CFM; in Figg. 2. et 3.

### SCHOL.

Si ratio data eadem sit ac  $s$  ad  $c$ , sphærica superficies PFE in planam mutabitur; haud secus ac in Schol. 2. Prob. 1. puncto P in infinitum abeunte. Si ratio fuerit major, punctum P cadet in contrariam partem centri S; et superficies iterum erit sphærica, at corpori majori eccentrica; ejusque diameter invenitur

nitur ut supra. Sin ratio data fuerit major quàm  $\frac{b+d^2}{k+d^2} \times s$  ad  $b^2c$ ; vel minor quàm  $k^2s$  ad  $\frac{k+d^2}{k+d^2} \times c$ ; Problema erit impossibile.

## P R O B. III.

Corpusculorum, conjunctis corporum S et C viribus attractorum, motus generatim describere.

Si corpora S et C medio fluido circumdentur, in quo mergantur corpuscula specificè leviora aut graviora quàm istud medium, corpuscula illa perinde ascendent vel descendent, per utriusque corporis attractionem, ac si ad corpus unicum traherentur; ideoque movebuntur vel in rectis lineis vel curvis, prout eorum motus directi sint vel obliqui, respectu centri compositæ gravitationis. Nam centrum hoc idem valet \* ac corporis unici centrum in eodem puncto locatum.

CAS. I. Corpuscula inter corpora C et S in recta CS sita, quæ specificè leviora sunt medio ambiente, tendunt ad punctum A, Fig. 1. Nam quæ inter corpus C et punctum A sita sunt, ascendent a corpore C; et quæ inter corpus S et idem punctum, a corpore S ascendent, (per Schol. I. Prob. 1.) Corpusculum autem in ipsissimo puncto A situm, in æquilibrio detentum, requiescit. Quæ in recta CO sita sunt, ex altera parte corporis C, ascendent ultra limitem O ad altitudinem indefinitam. Hæc enim, in toto itinere, quantumvis longo, ascendent simul ab utroque corpore C et S. Contra fieret, in corpusculis specificè gravioribus: quod et de casu sequente dicendum.

\* Hæc mathematicè dicta sunt, non physice. Nam centra minime trahunt.

CAS. II. Omnia corpuscula leviora, e corpore C oriunda, iis quæ in recta syzygiarum PS fita sunt exceptis, ascendunt in curvilineis semitis, non multum dissimilibus, quantum auguror, eis quæ punctis signantur, in Fig. 4. quarum convexitas obvertitur corpori majori S, et quæ magis magisque tendunt versus plagam ei oppositam. Leviora enim, quæ in superficie limitante OLA fita sunt, ascendunt a puncto A; et quæ in superficie PFE, vel *pfe*, (Figg. 2. et 3.) a puncto G, vel *g*; quoniam hæc puncta sunt centra gravitationis compositæ, ad corpora C et S; per Corol. 3. Prob. I. et Corol. 1. Prob. II. Ejusmodi corpuscula, cum primum expedita sunt a corpore C, ascendunt quaquaversum ab ipsius centro, saltem quam proxime; peragrando autem superficies *pfe*, PFE, &c. ascendunt quasi depulsa a centro *g*, vel G, &c. quod semper jacet inter puncta C et S; et, dum augetur ratio *b* ad *c*, manente distantia CS, perpetuo recedit a corpore C; per Corol. 3. Prob. II. et citius, auctâ quoque distantia CS. Quamdiu intra spheram limitantem comprehenduntur, ascendunt fere a corpore C. In transitu enim per superficiem interiorem *pfe*, fugantur a centro *g*, quod inter C et *e* locatur; at, ob compositionem motûs antea acquisiti cum nisu ascensûs a centro *g*, directiones in quibus assurgunt, seu tangentes semitæ suæ, secant rectam Cg in punctis quæ adhuc propiora sunt corpori C quàm est punctum *g*. Egressis extra spheram limitantem, et superficies exteriores PFE permeantibus, ascensus eorum magis magisque fit a corpore S. Fugantur nunc a centro G, quod locatur inter E et S; eoque magis appropinquat, cæteris paribus, corpori S, quo altius ascenderunt corpuscula a corpore C.

COROL. 1. Corpuscula, quæ a corpore C prope rectam syzygiarum CS assurgunt, ubi regiones ipsi A vicinas attigerunt, sese ad latera diffundent, cursumque in partes contrarias flectent; velut aqua fontis arte fabricati, simul ac summam consecuta est altitudinem, quaquaversum diffluit, retrorsus jamjam itura. Et omnium quidem semitis corpusculorum ex toto corporis C hemisphærio ipsi S proximo suscitatorum competit vertex V, Fig. 4. seu punctum ex quo curva in contrarium producitur. Cis hunc verticem, corpuscula ad corpus S accedunt; trans, ab ipso recedunt. Quæ ab hemisphærio opposito ortum ducunt, ab ipso S nunquam non recedunt.

COROL. 2. Recedentibus corpusculis a corpore S, id est, trans verticem V, angulus RTC, (Fig. 4.) sub semitæ tangente RT et syzygiarum recta CS contentus perpetim minuitur; ad modum parabolæ.

COROL. 3. Vis, quâ corpuscula leviora in his superficiebus sphæricis sita ascendunt, eo major est quæ propiora sunt illa plagæ oppositionis, pOP. Manentibus enim medii ambientis et corporis immerfi densitatibus, si augeatur vis acceleratrix gravitatis in quacunque ratione, augebitur in eadem ratione differentia gravitatum specificarum, id est, vis qua corpus immersum sursum vel deorsum fertur in isto medio. Augetur autem vis acceleratrix in unaquaque harum superficieum, pergendo a conjunctione CE per F ad oppositionem CP; † per Corol. 4. Prob. I. et Corol. 2. Prob. II.

† Vis acceleratrix augetur in superficie quacunque EFP, ab E ad F et P, quamdiu ratio data in Prob. II. minor fuerit quam  $\sqrt{\frac{5}{4}}$  ad 1, posita  $e=1$ . Si verò hæ rationes æquentur, vires in E et P erunt, non accurate quidem sed quàm proxime, æquales. Id quod ex Corol. 2. Prob. II. facile colligitur.



## P R O B. IV.

Ex supradictis, præcipua caudarum cometicarum phænomena derivare, in teoriâ Newtoni.

Secundùm hunc Philosophum celeberrimum, caudæ cometicæ ad hunc modum formantur: “ \* Cau-  
 “ das a capitibus oriri et in regiones a sole averfas af-  
 “ cendere, confirmatur ex legibus quas observant.  
 “ † Suspicio ascensum illum ex rarefactione materiæ  
 “ caudarum oriri. Ascendit fumus in camino im-  
 “ pulsu aëris cui innatat. Aër ille per calorem rare-  
 “ factus ascendit, ob diminutam suam gravitatem  
 “ specificam, et fumum implicatum rapit secum.  
 “ Quidni cauda cometæ ad eundem modum ascen-  
 “ derit a sole? Nam radii solares non agitant media,  
 “ quæ permeant, nisi in reflexione et refractione.  
 “ Particulæ reflectentes ea actione calefactæ calefaci-  
 “ ent auram ætheream cui implicantur. Illa calore  
 “ sibi communicato rarefiet, et ob diminutam ea rari-  
 “ tate gravitatem suam specificam, qua prius tendebat  
 “ in solem, ascendet et secum rapiet particulas reflec-  
 “ tentes, ex quibus cauda componitur.” Hæc est  
 summa theoriæ Newtonianæ: Adjicit autem Auctor,  
 “ Ad ascensum vaporum conducit etiam, quod hi  
 “ gyranur circa solem et ea actione conantur a sole  
 “ recedere, at solis atmosphæra et materia cœlorum  
 “ vel plane quiescit, vel motu solo quem a solis rota-  
 “ tione acceperit, tardius gyatur. Hæ sunt causæ  
 “ ascensus caudarum in vicinia solis, ubi orbis curvio-  
 “ res sunt, et cometæ intra densiorem et ea ratione  
 “ graviorem solis atmosphæram consistunt, et cau-  
 “ das quam longissimas mox emittunt.”

\* Newt. Princip. p. 511. Edit. tertiz.

† Id. p. 514.

Ex theoria jam exposita, sequentia corollaria levi negotio deducuntur.

COROL. 1. Caudæ cometicæ ad foli oppositum dirigi debent. Cùm sol major est quàm cometa quivis, quæ in Problematibus superioribus de conjunctis corporum inæqualium viribus earumque effectibus demonstrata sunt, hîc locum obtinent. Corpuscula igitur, ex quavis parte capitis cometæ C excitata, eas, easque solum, attingere debent altitudines, ad quas a viribus ibi agentibus impelli possunt. Quæ versus conjunctionem solis S excitata sunt, attingere possunt sphaeram limitantem juxta A, non autem transgredi; per Cas. I. Prob. III. Aliis ex partibus excitata, altius a capite ascendere possunt, sed eorum semitæ semper detorquentur versus foli oppositum; per Cas. 2. Prob. III. Et in ipso opposito, rectà ascendunt a capite ad altitudinem indefinitam supra O; per Cas. 1. Prob. III. Præterea, corpuscula ad maximas altitudines assurgent in ea plaga ubi vis sursum impellens est maxima. Hæc vis autem est maxima in plaga foli opposita; per Corol. 3. Prob. III. Proinde, minima caudarum altitudo (si ita loqui fas sit) spectabit ad solem; et maxima, ad foli oppositum.

COROL. 2. Caudæ, ab extremitate inferiore ad superiorem, dilatari debent. Nam directiones vaporum ascendentium intra quamvis superficiem, PFE, divergunt a punctis inter cometam, C, et centrum compositæ gravitationis, G, jacentibus; quæ puncta eo propius accedunt ad solem, S, quo altius ascenderunt vapores a capite cometæ; ut in Cas. 2. Prob. III. expositum est. Postquam igitur corpusculum transivit ultra semitæ verticem, V, (Fig. 4.) dum a centro fugitivo, G, ascendere conatur, directiones ascensus su-

2

semper

semper vergent ad parallelismum cum recta syzygiarum, SC, per Corol. 2. Prob. III. nunquam vero attingent.

COROL. 3. Et caudæ longissimæ esse debent in vicinia solis; idque ob sequentes causas. 1. Ob majorem vaporum e cometa deinceps extractorum copiam, majori calori solis quodammodo proportionatam, sive congruentem. Est autem hic calor reciproce in duplicata ratione distantiae a sole. 2. Ob majorem vaporum raritatem, ex eodem caloris gradu pendentem. 3. Ob majorem medii ambientis densitatem. Nam materiam cælorum, cujuscunque demum ea sit raritatis, densiorem esse prope solem, seu commune centrum gravitatis systematis mundani (nisi quatenus rarefcat ingenti calore juxta solis superficiem) rationi consentaneum videtur. Densiores enim particulae inferiora petunt loca; et inferiores superioribus comprimuntur. Sed in qua ratione distantiae a sole densitas illius medii varietur, id nondum est compertum. Ex hisce duabus causis (2. scil. et 3.) junctim sumptis, oritur major differentia gravitatum specificarum, et inde major vis ascensûs; quæ insuper augetur. 4. Per auctam vim acceleratricem ad solem; ut in Corol. 3. Prob. III. notatum est. Hæc vis est reciproce in duplicata ratione distantiae a sole. 5. Ob diminutam sphaeram limitantem; quo pacto fit, ut complures vapores, qui in majoribus a sole distantibus intra ampliorem sphaeram continebantur, et tunc ascendebant fere a cometa, in minoribus extra contractam seclusi, ascendant potissimum a sole; per Cas. 2. Prob. III. caudamque angustiore efficiunt, at productiorem. Hæc autem diminutio fit fere \* in tri-

\* Non accurate; propter magnitudinem inclusi nuclei.

plicata ratione diminutæ distantia a sole; per Corol. I. Prob. I.

Notandum nihilominus, non in ipso perihelio, sed paulo post, caudas fore longissimas. Nam, ob continuationem virium impressarum, effectus solent esse maximi, postquam eorum causæ aliquantum sunt diminutæ. Quemadmodum enim “ \* maxima altitudo “ æstus marini non incidit in appulsus luminarium “ ad meridianum, ubi vis eorum ad mare elevandum “ maxima est, sed in secundam tertiamve horam postea; pariterque æstas et hiems maxime vigent, “ non in ipsis solstitiis, sed quasi triginta diebus “ postea:” Sic caudæ cometicæ prolixiores esse debent, postquam cometæ perihelion sunt transgressi, et a sole recedere inceperunt.

COROL. 4. Ex iisdem rationibus concludi quoque potest, quòd cometæ caudatissimi erunt ii, cæteris paribus, qui proxime ad solem appropinquant.

Hæc omnia cum phænomenis congruere, notissimum est.

### SCHOL. I.

Si lex vis centrifugæ, ex causis in Corol. 3. enumeratis (aliisque, si quæ sint) oriundæ innotesceret, daretur natura curvarum in Cas. 2. Prob. III. descriptarum, et inde figura caudæ cometicæ *a priori* (ut loquuntur) geometricè determinari posset. Impræsentiarum hoc tantum dicere ausing, quòd cauda induet figuram conoëidi cuidam (forsan parabolico) non dissimilem, cujus vertex solem respiciet, et axis protendetur in partes a sole averfas. Illius speciem, se-

\* Newt. Princip. p. 424. & 466.

cundum.

cundum sensa mea, quodammodo adumbrare in Fig. 5. periclitatus fui\*.

Hic verò consideravimus solum motum relativum, quo corpuscula vaporis a capite quiescente in altum affurgerent, et quo calefactæ partes auræ æthereæ, † quæ nullum alium habent motum, reverà affurgunt. Corpusculis autem vaporis omnem retinentibus motum quem derivare possunt a capitis motu, sive progressivo circa solem, sive circulari circa axem proprium, motus iste cum motu ascensûs componitur; et ex illa compositione orientur incurvatio axis caudæ, et deviatio ab oppositione solis, quæ majores vel minores erunt pro velocitate et directione motûs ab hoc fonte derivati. Et hîc obiter animadvertendum occurrit, quòd cum nulla alia cernitur unquam incurvatio aut deviatio, quàm quæ oriri potest a motu progressivo capitis circa solem, verisimile est cometas circa axes non rotari.

## S C H O L. II.

Caudæ a sphaeris planetarum abeuntis pars quædam ad planetas attrahi potest, modò ad aliquem eorum, intra debitam distantiam, accedat. Sed pars major, quantum ego quidem video, caput comitata in regiones a planetis aliisque cometis quàm longissime distans, refrigeret; et condensata, in corpus unde originem traxit, per gravitatem suam paulatim recidet, et illud, tractu temporis, more atmosphæræ undique circumfluet; ita ut, quum exacta periodo ad con-

\* Similem cometæ cujusdam observati imaginem ab Hookio depictam postea deprehendi.

† Vide Addend. I. p. 30.

spectum nostrum redierit, instar coronæ caput æqualiter cingentis videatur, in caudam denuo producenda. Si cometa quivis materiâ caudæ suæ spoliatus fuerit, nonne expectandum foret, ut cauda regenerata singulis revolutionibus contraheretur? Utrum verò res ita se habeat, id utique demonstrandi nulla sese hucusque obtulit occasio.

## P R O B. V.

Invenire limitem attractionis inter solem et datum cometam, ex observatione.

Observetur latitudo capillitii, CA. in Fig. 5. a centro cometæ æstimata, in ea parte quæ caudæ opponitur; et hinc, unà cum distantia cometæ tam a sole quàm a terra, quæ dantur ex theoria gravitatis Newtoniana, habebitur punctum A, Figg. 1. 4. et 5. vel accurate, vel saltem quam proxime (præsertim si angulus sub rectis a cometa ad solem et terram ductis contentus, sit fere rectus). Inde verò, per Corol. 2. Prob. I. dabitur totus limes. Q. E. I.

Nam punctum A, sive eam partem superficiæ capillitii quæ caudæ opponitur, esse in limite, patet ex iis quæ dicta sunt in Corol. 1. Prob. IV.

## S C H O L.

In hunc finem, necesse est cometam a sole intra certos limites distare. In descensu ab aphelio, tam prope ad solem accedere oportet, ut vaporis incalescentis columna assurgere incipiat, et atmosphæræ forma rotunda mutari in oblongam. Hoc prius fieri nequit, quàm CA (Fig. 1.) minor sit semidiametro

atmosphæræ. In majoribus distantiiis, cometa capillitio ornatur, caudâ verò destituitur; ut in Schol. 2. Prob. IV. Sin plus æquo appropinquet, coma a fronte capitis retro versa et quasi abrafa\*, tota in caudam abibit. Sed hoc perpaucis cometis, iisque non nisi per breve tempus, evenire potest. In utroque casu, nullus observationibus hîc postulatis relinquitur locus. Eadem dicenda sunt de ascensu cometæ a perihelio. Limites autem ex hac parte axis transversî orbitæ majori intervallo ab invicem distabant quàm ex altera. Ubi cometa prope solis oppositionem versatur, hujusmodi observationes peragi nequeunt.

COROL. 1. Latitudo capillitii, in ea parte quæ respicit solem, quamdiu cometa intra limites in Scholio præcedente memoratos versatur, est ut distantia cometæ a sole; per Corol. 1. Prob. I.

Et hoc cum phænomenis consentire, auctorem habemus Newtonum, observationibus Hevelii fretum. “ Atmosphæræ cometarum, ait ille †, in descensu  
 “ eorum in solem excurrendo in caudas, diminuun-  
 “ tur, et (ea certe in parte quæ solem respicit) an-  
 “ gustiores redduntur; et vicissim, in recessu eorum a  
 “ sole, ubi jam minus excurrunt in caudas, amplian-  
 “ tur: Si modo phænomena eorum Hevelius recte  
 “ notavit.”

COROL. 2. Hinc innotescit quantitas materiæ in cometa. Nam cum dentur SC et CA, datur earum differentia SA; et inde datur ratio SA ad AC; ut et ratio hujus duplicata, quæ (per solutionem Prob. I.)

\* Vide Schol. 3. Prob. I. et confer observata Hevelii de cometa anni 1665, die 20 Aprilis; infra citata in p. 148.

† Newt. Princip. p. 516.

eadem est ac ratio materiæ in sole ad materiam in cometa.

COROL. 3. Hinc, et ex observata diametro, innoscit etiam densitas cometæ. Nam densitas spheræ est ut ejus materia directe, et cubus diametri inverse.

Newtonus ex secundo gravitatis principio elicuit methodos determinandi densitates solis, lunæ et planetarum satellitio stipatorum. Ex eodem fonte derivari posse cometarum quoque densitates, ostendere jam conatus sum. En! specimen calculi, hæctenus, quod sciam, intacti\*; quod curiosis naturæ scrutatoribus haud ingratum fore spero.

In exemplum esto cometa anni 1665, de quo Hevelius in Cometogr. p. 898. hæc scribit. "Die 8  
" Aprilis, St. N. mane, magnitudinem capitis ex maculis lunaribus inveni; nucleum interiorem cum  
" tota materia adhærente, sive crinibus circumfusis, æqualem esse toti insulæ Siciliæ, hoc est, summum  
" 6'; nucleum vero solum haud majorem esse insula  
" Corsica lunari, hoc est,  $\frac{5}{8}$  part. unius digiti lunaris, sive 12'' vel 13''." Cometa tunc erat in 23° 29'  $\kappa$ , cum 25° 49' Lat. Bor. Invenio jam, per tabulas Halleianas, distantiam cometæ a sole (SC) 62735; et a terra, 58441; talium partium qualium

\* Ex ingenti caloris gradu quem terra arida apud cometam anni 1680 in perihelio versantem ex radiis solaribus concipere posset, qui, Newtoni computo, quasi 2000 vicibus major erat quam calor ferri candentis, concludit Auctor celeberrimus, quod "corpora cometarum sunt solida, compacta, fixa ac durabilia  
" ad instar corporum planetarum. Nam si nihil aliud essent  
" quam vapores vel exhalationes terræ, solis et planetarum,  
" cometa hicce in transitu suo per viciniam solis tanto calore  
" statim dissipari debuisset." Princip. p. 508. Præter hoc, nihil de cometarum densitatibus vulgatum invenio.



media telluris a sole distantia fit 100,000: et ponendo CA, latitudinem capillitii versus solem, æqualem dimidio capitis, sive 3', ea erat 51; et AS, 62684; et semidiameter nuclei 1,7 earundem partium. Proinde, materia in sole est ad materiam in cometa, ut  $62684 \times 62684$  ad  $51 \times 51$ , sive ut 1 ad  $\frac{1}{1510724}$ . Porro, posita solis parallaxi media 8'', 68 (ut ex nupero veneris sub sole transitu collegit vir rerum astronomicorum peritissimus Jacobus Short, S. R. S.) semidiameter terræ est 4,2; ejusque materia  $\frac{1}{342088}$  pars materiæ solis; ut meus profert calculus. Quocirca, densitas terræ est ad densitatem cometæ, ut  $\frac{1}{4,2 \text{ cub.} \times 342088}$  ad  $\frac{1}{1,7 \text{ cub.} \times 1510724}$ ; id est, ut 1 ad 3,44. Hic igitur cometa, qui in perihelio suo quasi decuplo propius quam terra ad solem accedebat,  $3\frac{1}{2}$  fere vicibus densitate terram superabat.

Veruntamen, hos nolim venditare numeros tanquam perfectos, et cometæ hujus densitatem absolute exhibentes. Instituto meo sufficit, si, dum calculi methodum illustrent, non longe a vero aberrant; summam enim accurationem ab ipsa Hevelii observatione haud esse petendam, palam est. Probabile omnino videtur, quòd observator illustris magnitudinem capitis æstimârit secundum rectam axi caudæ normalem, quippe in ea sola directione dimetiri potuit caput absque cauda; et capillitii latitudo, de qua hîc agitur, nempe versus solem, paulo minor fuerit quam dimidium istius magnitudinis. Hæc suppositio non male quadrat cum ultima observatione hujus cometæ, quam Hevelius habuit die 20° Aprilis. Eo tempore distantia cometæ a sole, meo computo, erat 24237; et a terra, 89602. Jam, apparens latitudo capil-

capillitii versus solem est ut distantia cometæ a sole directe, per Corol. 1. Prob. V. et ut distantia a terra inverſe; id est, ut  $\frac{62735}{38441}$  ad  $\frac{24237}{89602}$ , five ut 4 ad 1. Quare, si in priore observatione fuisset 3', in posteriore effet 45''; et capillitium emeretur super nucleum 40'' circiter; quod quidem non adeo ægre, adhibito perspicillo, perceptu foret. At testatur Hevelius, quòd "die 20° Aprilis, cum a nobis ultimum obser-  
"varetur cometa, in frontispicio capitis materia illa  
"dilutior jam adeo erat contracta, attenuata et dissi-  
"pata, ut parum admodum amplius supereffet; ad  
"utrumque latus vero satis dilatata extitit." Credibile igitur est, latitudinem anteriorem capillitii, etiam in prima observatione, minorem extitisse quam lateralem; i.e. minorem quam 3'. Quod si hæc latitudo minor fuerit quam 3', minuenda erit materia cometæ, ejusque densitas, in duplicata ratione, quam proxime; per Corol. 2. et 3. Prob. V. Hujus ergo cometæ densitas non major est quam quæ supra definita est; sed potest esse aliquanto minor.

Quærebam itidem densitatem cometæ anni 1682. "Aug. 20. St. V. diameter capillitii axi caudæ per  
"nucleum normalis, mensurante Flamstedio, erat  
"2' 0''; cujus distantia ipse nucleus vix  $\frac{1}{8}$  æquabat;  
"ideoque latus erat circa 12''." Hic iterum necesse habemus sumere dimidium diametri capillitii pro latitudine ejus versus solem; quanquam vix dubium est quin hæc aliquantulo minor fuerit illo. Et in hac suppositione, iisdem calculi vestigiis insistendo, inveni densitatem terræ esse ad densitatem cometæ ut 1 ad 0, 4562; seu ut 11 ad 5 circiter.

Notatu non indignam arbitror aliam hujus cometæ observationem a Flamstedio factam die 4 Septemb.

quo

quo tempore erat “nucleus limbo capillitii vicinior quam antea [20 Aug.] duplo fere.” Supra monstratum est, quod capillitii latitudo apparens versus solem est ut distantia a sole directe, et a terra inverse; ex quo, computum ineundo, invenio capillitii latitudinem die 4 Septemb. esse ad ipsius latitudinem 20 Aug. ut 1 ad 2, 1542. Quod cum observatis probe congruit; ut conferenti liquebit. Fatendum tamen, maximam hujus differentiae partem secundae illarum rationum deberi.

Vellem sane plura adducere exempla, cæterisque cometas, ratione densitatis, inter se conferre; sed observationum penuria impedimento fuit quo minus aliorum densitates ad calculum revocaverim; nullæ enim extant, quas mihi quidem videre contigit, adeo subtiles ut huic disquisitioni apte inservire queant. Nec mirum; quum admodum difficile est, arcus tam exiguos ad amissim mentiri. Quantum ex allatis conjectura assequi possum, eadem hîc valet regula quam obtinere demonstravit Newtonus in planetis, “eos nempe densiores esse, cæteris paribus, qui sunt “foli propiores\*.” Insuper colligere videor, quod sicut cometæ ut plurimum ejusdem fere sunt magnitudinis cum planetis, ita non multo plus discrepant cometæ a planetis quoad densitatem quam planetæ dissident inter se. Nam terra, per Newtoni demonstrata, sextuplo densior est quam saturnus. Quinetiam, quòd cum distantiae periheliæ sunt æquales, cometæ planetis rariores sunt;—in hunc fortasse fi-

\* Secundum superiorem calculum, cometa anni 1665 erat quasi  $7\frac{1}{2}$  vicibus densior quam cometa anni 1682. Eorum autem distantiae periheliæ, Halleio computante, erant 10649, et 58328.

nem, ut in transitu prope planetas, minus turbent eorum motus; et ut, eidem gradui caloris objecti, facilius vapores emittant, ad formandas caudas.

Sed manum de tabula; neque enim conjectandi licentiæ indulgendum. Si in posterum astronomi observationes hujusmodi instituerint, ea sedulitate qua phænomenis stellarum tam fixarum quam errantium invigilare solent, certiores tandem penitioresque siderum caudatorum cognitionem sperare licebit.

### P. S.

EST et infra superficiem cometæ limes attractionis, intra quem vis solis fortior est quam cometæ. Hujus investigatio pendet a diversa gravitatis lege, crescentis scilicet in simplici ratione distantiae a centro; per Prop. 73. Lib. I. Newt. Princip. ejusque natura est, quod si a quovis ipsius puncto  $l$  (Fig. 6.) ducantur rectæ ad centrum solis  $S$  et cometæ  $C$ , quadratum prioris in posteriorem ductum,  $Slq \times lC$ , efficiet solidum datum; quod eandem quidem habebit rationem ad cubum semidiametri cometæ,  $CN$ , quam habet materia in sole ad materiam in cometa. Verùm, cum hujus limitis diameter perexigua est respectu distantiae a sole, et propterea omnes rectæ  $Sl$ , ideoque et  $lC$ , sunt quam proxime æquales, hæc superficies  $llll$  parum differet a sphærica; ejusque diameter erit reciproce ut quadratum distantiae cometæ a sole. Sed hæc, aliaque ad hunc casum spectantia, Prob. II. confirmilia, mathematicæ duntaxat sunt contemplationis; eoque consulto in superioribus prætermisimus, utpote ab argumento nostro aliena.

ADDENDA.

## ADDENDA.

## I.

Ascensum caudæ cometicæ, quem ope cujusdem medii cœlestis perspicacissimus Newtonus explicatum dedit, aliquantulum illustrare aggressi sumus. Quænam verò sit istius medii natura, quisve terminus, magna quæstio est, et tenebris involuta. Diversis nominibus illud Newtonus insignivit, scilicet auræ æthereæ, materiæ cœlorum, et atmosphæræ\*. Aliis in locis summus philosophus asseruit, et variis iisque gravissimis rationibus assertum stabilivit, “cœlos resistentia destitui”; quo posito, hæc aura ætherea non potest esse non rarissima; et materia cœlorum nihil aliud quam vapores longe tenuissimi. Corpus solis ingenti atmosphæræ pondere premi, non desunt argumenta quæ nobis fidem faciant; et ex macularum solarium phænomenis certum est, eam, unà cum corpore solis, circa axem spatio  $25\frac{1}{2}$  dierum rotari. Quòd si hæ maculæ triduo diutius pone solem latent quam sese nobis conspiciendos præbent, ut a quibusdam observatum est, necesse est altæ sint supra solis superficiem parte  $\frac{1}{37}$  † diametri solaris; et ad hanc minimùm altitudinem porrigi solis atmo-

\* Vide periochen citatam sub Prob. IV. in qua Auctor has voces promiscue usurpasse videtur; saltem non præcise inter eas distinxit.

† Wolfius in Astron. macularum solarium altitudinem multo majorem justo æstimavit, scil.  $\frac{3}{4}$  diametri solis: manifesto errore; ponendo finem versum 10 graduum æqualem 15 centesimis partibus radii, cum revera sit æqualis tantùm 15 millesimis.

phæram, par est credere. Cometa anni 1680 in perihelio minus distabat a sole quàm parte sexta diametri solis; et in vicinia illa, ex auctoris clarissimi sententia \*, resistentiam nonnullam sentire debuit. Sed quæ sit illius atmosphæræ altitudo, hucusque incertum est. Verisimile videtur, eam intra modicos terminos contineri. Etenim, si ad orbem planetarum pertingeret, caudæ cometicæ per eos transeuntes, impulsu illius gyrantis tanquam vento validissimo raptæ, ab occasu in ortum detorquerentur. Atqui medium, de quo quæstio est, eousque extendi oportet, quo cauda cometæ cujusvis pullulare incipit. Hic locus orbibus mercurii et veneris, immo et ipsius terræ †, superior est. Tam immanis autem amplitudo atmosphæræ solis concedi nequit.

Quid de re tam obscura statuendum sit, incertus hæreo; hæc tantum rata habens, medium hocce tenuissimum esse, et quam facillime rarefcere; paulo autem densius esse prope solem quam ulterius, terminumque ejus extra sphæram orbis magni esse locandum; item, non modo non rotatum vertigine quædam corpus solis, sed et summe quietum esse ac tranquillum. Denique, non absimile videtur, caudarum materiam longe magis volatilem esse quàm exhalationes e corporibus quibuslibet terrenis aut planetaribus elicitas.

## II.

Quibus usibus inserviant cometarum caudæ, id est alia quæstio, explicatu difficillima. Censuit Newto-

\* Princip. p. 525.

† Constat ex phænomenis cometæ anni 1680. Alii cometæ hunc terminum ad orbem usque martis, aut supra, forsan amoveant. Sed hoc non exploravi.

us “ eas \* ad conservationem marium et humorum  
 “ in planetis requiri, ex quibus in planetas attractis  
 “ et cum eorum atmosphæris mixtis, quicquid li-  
 “ quoris per vegetationem et putrefactionem consu-  
 “ mitur, et in terram aridam convertitur, continuo  
 “ suppleri et refici possit.” Verùm cùm, ipso judi-  
 ce †, “ perexigua quantitas aëris et vaporum ad om-  
 “ nia caudarum, etiamsi spatia immensa occupantium,  
 “ phænomena sufficiat”; et cùm hujus quantitatis  
 perexiguæ perexigua tantum pars in unumquem-  
 que planetam incidere queat (ni mea fallat opinio in  
 Schol. 2. Prob. IV. prolata), ambigi potest an hic sit  
 e præcipuis cometarum finibus. Sed nihil statuo.  
 Aliorum esto judicium.

\* Princip. p. 515.

† Id. p. 513.

Fig. 1.

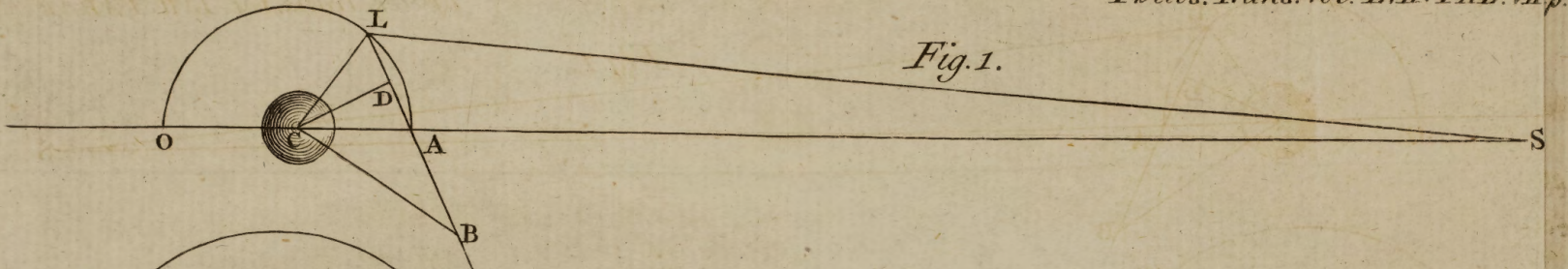


Fig. 2.

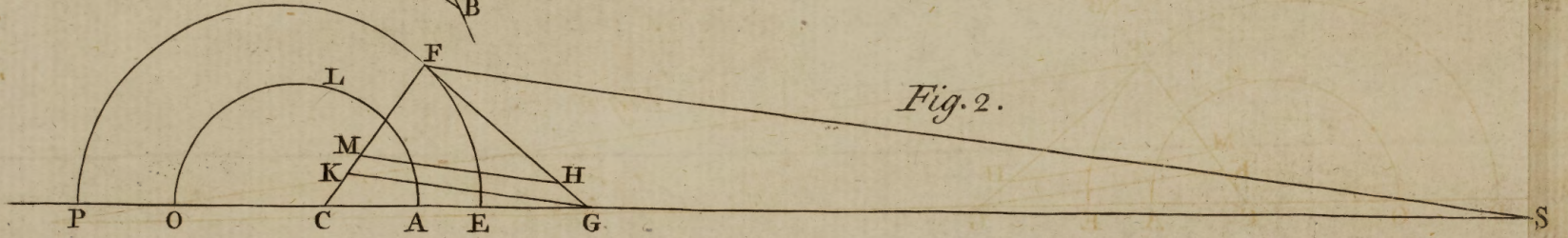


Fig. 3.

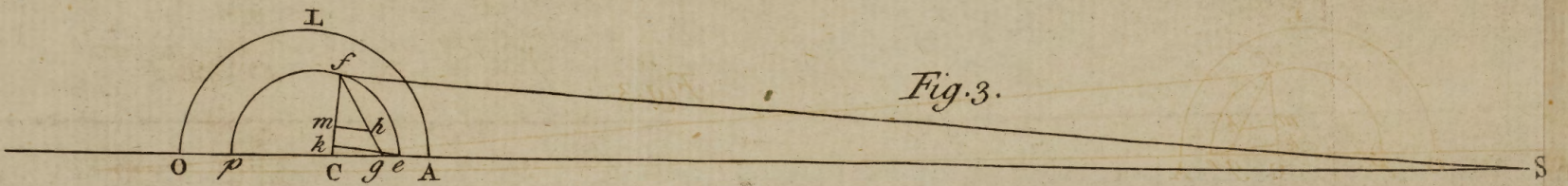


Fig. 4.

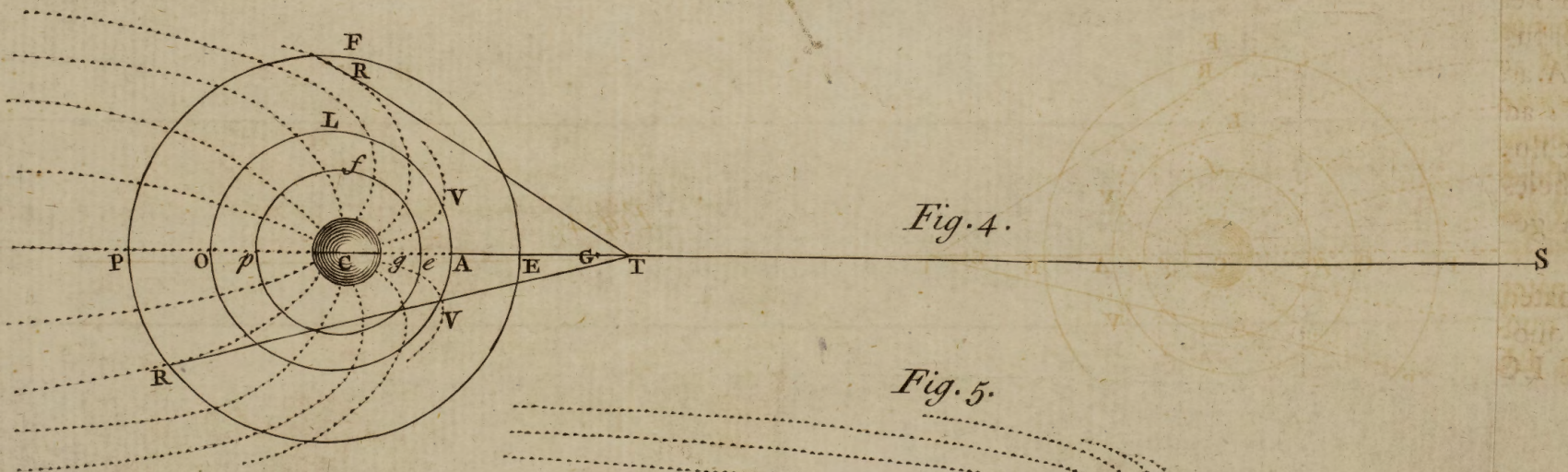


Fig. 5.

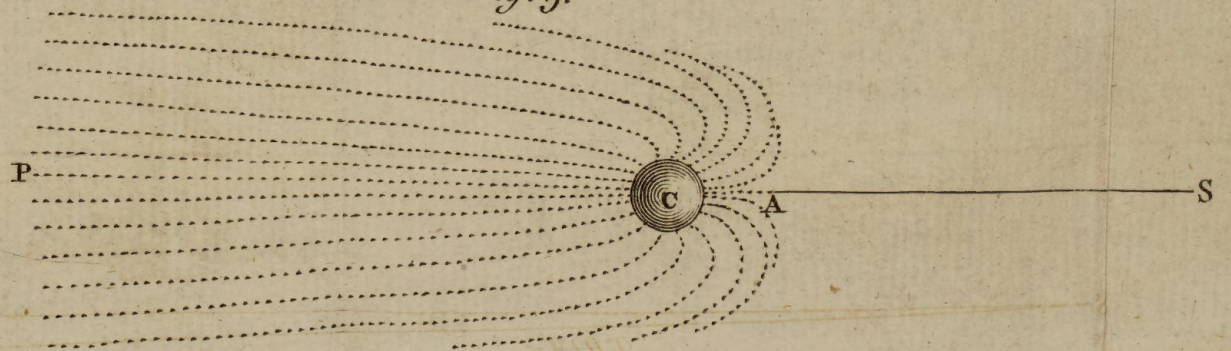


Fig. 6.

