Le sesse del lago di Como

Parte II (*)

OSCILLAZIONI INTERESSANTI L'INTERO LAGO

P. CALOI - M. C. SPADEA

ricevuto il 30 settembre 1959

I – STIMA APPROSSIMATIVA DEI PERIODI DI ONDE STAZIONARIE IN UN SISTEMA DI TRE CANALI CHIUSI.

Il lago di Como ha una forma caratteristica, che si può approssimare a quella di un canale (parte settentrionale), che si biforca all'altezza di Bellagio in due canali, aventi gli estremi l'uno (occidentale) a Como e l'altro a Lecco (di dove esce l'Adda).

Indichiamo con b_1 , b_2 , b_3 e h_1 , h_2 h_3 la larghezza media e la profondità media dei tre rispettivi canall presi in considerazione. L'approssimazione che così si ottiene è tanto più attendiblle quanto più le larghezze b_1 b_2 b_3 sono piccole rispetto alla lunghezza dei canali; condizione questa pienamente soddisfatta nel lago di Como.

In questa ipotesi, l'innalzamento della superficie, sotto l'azione di un'onda lunga passante per ll punto di confluenza dei tre rami, può considerarsi identica in tre sezioni (appartenente ognuna ad uno dei tre rami) il più vicino al punto di confluenza. Per la trattazione matematica, le sezioni considerate possono ritenersi attraversare l'origine delle coordinate di superficie di ogni canale; in tal modo, la sezione 1 può passare attraverso $x_1 = 0$ e la lunghezza l_1 dell'intero primo canale viene contata da questa sezione all'estremità del canale stesso.

Il moto di onde lunghe in un canale a sezione uniforme è rappresentato dalle due equazioni differenziali:

$$rac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} = -g \, rac{\partial y}{\partial x} ; \quad \eta = -h \, rac{\partial \xi}{\partial x} ,$$

(*) Le parti I, II di questo lavoro sono state condotte con contributi del Consiglio Nazionale delle Ricerche. dove ξ rappresenta lo spostamento orizzontale delle particelle d'acqua, η lo spostamento verticale della superficie nello stesso punto e h la profondità media della sezione trasversale del canale considerato.

Nel caso di movimento armonico semplice di periodo $T = \frac{2\Pi}{\sigma}$

$$\xi = \cos \sigma \left(A \cos \frac{\sigma x}{c} + B \sin \frac{\sigma x}{c} \right), \text{ con } c = \sqrt[4]{gh}$$

$$\eta = \frac{h\sigma}{c} \cos \sigma t \left(A \sin \frac{\sigma x}{c} - B \cos \frac{\sigma x}{c} \right),$$
[1]

espressioni che soddisfano le equazioni del moto. Evidentemente c rappresenta la velocità di propagazione di un'onda libera lungo il canale di profondità h. Le costanti A, B, h, c e la coordinata x si intendono affette degli indici 1, 2, 3, a seconda che si riferiscano al pruno canale o alle due ramificazioni, nell'ordine.

Per il punto di confluenza, dove $x_1 = x_2 = x_3 = 0$, si ottiene

$$B_1 \frac{h_1}{c_1} = B_2 \frac{h_2}{c_2} = B_3 \frac{h_3}{c_3} .$$
 [2]

La condizione di incompressibilità richiede che la quantità d'acqua fluente, in un certo tempo, attraverso la sezione 1 verso la confluenza, uguagli la somma delle quantità attraversanti le sezioni 2, 3, oltre la confluenza. Ciò porta come conseguenza che per $x_1 = x_2 = x_3 = 0$, si ha:

$$\sum_{1}^{s} A_{i} b_{i} h_{i} = 0$$
[3]

All'estremità dei canali chiusi, avremo poi

$$\xi_i = 0$$
 per $x_i = l_i$. $(i = 1, 2, 3)$

Dalla [1] consegue allora

$$\frac{A_i^{I}}{B_i} = - \operatorname{tg} \frac{\sigma \, l_i}{c_i} \,. \qquad (i = 1, \, 2, \, 3) \qquad [4]$$

Dalla [1], ricordando la [4], otteniamo

$$\xi_i = B_i \frac{\cos \sigma t}{\cos \sigma l_i} \sin \frac{\sigma \left(x_i - l_i\right)}{c_i}$$
, $(i = 1, 2, 3)$

490

Tabella I

L	ECCO-BE	LLAGIO	$l_2 =$	= 19.000 n	a	C	OMO - BEL	LAGIO $l_1 =$	23.375 m
Se-	S(x)	b	(x)	h	1	Sec	S(x)	b (x)	h
Sez.	10^2 m^2	10	² m	m		Sez.	10^2 m^2	10 ² m	m
08	0	100	0	0	0	0	0	0	0
1a	500	1,68	8 00	29	25		382 50	7 00	23 56
2a	985	130 . 2 13	3.75	57.	62	2	972.75	11.25	59.92
3a	1355	1:	2.75	79.	27	3	1383.25	16.00	85.21
4ª	1325	1	1.75	77.	51	4	1560.75	13.25	96.14
5ª	1805	1.	4.25	105.	59	5	1875.00	16.00	115.50
6ª	1440	1	3.50	84.	24	6	1230.50	8.25	75.80
7a	1275	1:	2.00	74.	59	7	1549.75	10.75	95.46
8a	1870	1	6.50	109.	39	8	3770.75	18.00	232.28
ga	1420	1	6.50	83.	07	9	3248.75	17.50	200.12
104	1005	14	4.70	62.	70	10	2047.25	13.25	103.07
198	1940	1	8.20 9.95	113.	18	11	2108.70	9.75	133.39
124	2000	1	0.75	163	21	12	4262 50	15.00	104.72
148	2810	2	0.00	169	38	10	4802.50	17.95	208.13
15a	2925	2	3 75	171	11	15	4770 50	14 75	293 86
16a	4170	2	6.00	243	94	1 16	4989.50	17.00	307.35
17a	5710	2	4.50	298.	93	17	5663.50	20.50	348.87
18ª	4100	1:	9.50	239.	85	18	5992.75	20.25	369.15
						19	5510.25	20.75	339.43
		b = m	1710.0	0 h = m	21.80	20	4900.00	23.50	301.84
		1.00		2 2 2 3		21	6300.00	23.50	388.10
		1			1122	22	4850.00	19.00	298.76
		12				23	4869.75	24.50	299.98
100						24	5353.50	25.75	329.78
						25	2511.50	16.75	104.71
23				0	9 241	00	0909 75	16 00	146 94
23					2 13	26 27	2383.75 1267.75	16.00 18.09	146.84
					120	26 27	$2383.75 \\ 1267.75$	16.00 18.09	146.84 78.09
						26 27	2383.75 1267.75	16.00 18.09 b = m 1623.00	$\begin{array}{c} 146.84 \\ 78.09 \\ \hline h = m 201.51 \end{array}$
			R	LAMO U	NICO	26 27 <i>l</i> ₃ =	2383.75 1267.75 = 28.000 n	$\begin{bmatrix} 16.00 \\ 18.09 \end{bmatrix}$ $b = m 1623.00$	$\frac{146.84}{78.09}$ $\bar{h} = m 201.51$
		5 5 5 5 5 5 5 5 5 5	R Sez.	CAMO U S (x)	NICO	$\frac{26}{26}$ $\frac{27}{l_3} = \frac{l_3}{(x)}$	2383.75 1267.75 = 28.000 m h	$\begin{bmatrix} 16.00 \\ 18.09 \end{bmatrix}$ $b = m 1623.00$	$\frac{146.84}{78.09}$ $\bar{h} = m 201.51$
		208	R Sez.	CAMO U S (x) 10 ² m ²	NICO b 1($l_{3} = \frac{l_{3}}{(x)}$	2383.75 1267.75 = 28.000 m h m	$ \begin{array}{c} 16.00 \\ 18.09 \\ \overline{b} = m 1623.00 \\ \hline n \\ \hline n \\ \hline \end{array} $	$\frac{146.84}{78.09}$ $\bar{h} = m 201.51$
23 44 40,0	9 9 91 91 91 91 91 91 91 91 91 91 91 91	202	R Sez. 28	CAMO U S (x) 10 ² m ² 4637	NICO b 1(4	$\frac{l_{3}^{26}}{l_{3}} = \frac{l_{3}}{(x)}$	2383.75 1267.75 = 28.000 m h m 155.	$ \begin{array}{c} 16.00 \\ 18.09 \\ \overline{b} = m 1623.00 \\ \hline n \\ 76 \\ \end{array} $	$\frac{146.84}{78.09}$ $\bar{h} = m 201.51$
23 13 13 14 10 10 10 10 10	P	202	R Sez. 28 29	$\begin{array}{c ccccccccccccccccccccccccccccccccccc$	NICO b 10 4 4	$\frac{l_3}{l_3} = \frac{l_3}{(x)}$	2383.75 1267.75 = 28.000 m h m 155. 209.	$ \begin{array}{c} 16.00 \\ 18.09 \\ \hline b = m 1623.00 \\ \hline n \\ \hline 76 \\ 39 \\ \hline \end{array} $	$\frac{146.84}{78.09}$ $h = m 201.51$
22 AB		5 505 85	R Sez. 28 29 30	EAMO U S (x) 10 ² m ² 4637 6107 7818 7818	NICO b 10 4 4 3	$\frac{l_3}{l_3} = \frac{l_3}{(x)}$	2383.75 1267.75 = 28.000 n h m 155. 209. 274.	$ \begin{array}{c} 16.00 \\ 18.09 \\ \hline b = m 1623.00 \\ \hline n \\ \hline 76 \\ 39 \\ 70 \\ 02 \end{array} $	$\frac{146.84}{78.09}$ $\bar{h} = m 201.51$
200 - 200 -		5 502 203	R Sez. 28 29 30 31	EAMO U S (x) 10 ² m ² 4637 6107 7818 8170 077	NICO b 10 4 4 3 3 5	$\frac{l_3}{l_3} = \frac{l_3}{(x)}$ $\frac{l_3}{(x)} = \frac{l_3}{(x)}$ $\frac{l_3}{(x)} = \frac{l_3}{(x)}$	2383.75 1267.75 = 28.000 m h m 155. 209. 274. 289. 289.	$ \begin{array}{c} 16.00 \\ 18.09 \\ \hline b = m 1623.00 \\ \hline a \\ \hline 76 \\ 39 \\ 70 \\ 22 \\ 40 \end{array} $	$\frac{146.84}{78.09}$ $\bar{h} = m 201.51$
	2-10 -20 8- 84 85 85 85 85 85 85 85 85 85 85 85 85 85	504 504 204 205	R Sez. 28 29 30 31 32	S (x) 10 ² m ² 4637 6107 7818 8170 9505 0920	NICO b 10 4 4 5 5 5 5	$\frac{l_3}{l_3} = \frac{l_3}{(x)}$ $\frac{l_3}{0.50} = \frac{1}{0.50}$ $\frac{1}{0.50} = \frac{1}{0.50}$ $\frac{1}{0.50} = \frac{1}{0.50}$ $\frac{1}{0.50} = \frac{1}{0.50}$	2383.75 1267.75 = 28.000 n h m 1555. 209. 274. 289. 336. 936.	$ \begin{array}{c} 16.00\\ 18.09\\ \hline b = m 1623.00\\ \hline a \\ \hline 76\\ 39\\ 70\\ 22\\ 48\\ 90\\ \hline a \\ b \\ a \\ a \\ b \\ a \\ a \\ b \\ a \\ a \\ a \\ b \\ a \\ a$	$\frac{146.84}{78.09}$ $\bar{h} = m 201.51$
22 AB 0 5 5 4 4 4 4 5 5 0 0 5 5 4 4 4 5 5 0 0 5 5 4 4 4 5 5 0 0 5 5 4 5 4 5 5 0 0 5 5 4 5 5 5 5 5 5 5 5 5 5 5 5 5 5 5 5		5000 5000 5000 5000 5000 5000 5000 500	R Sez. 28 29 30 31 32 33	S (x) 10 ² m ² 4637 6107 7818 8170 9505 9330 9010	NICO b 10 4 4 5 5 5 5 5 5 5 5 5 5	$\frac{l_3}{l_3} = \frac{l_3}{(x)}$ $\frac{l_3}{1000} = \frac{l_3}{1000}$ $\frac{l_3}{1000} = \frac{l_3}{1000}$ $\frac{l_3}{10000} = \frac{l_3}{10000}$ $\frac{l_3}{100000} = \frac{l_3}{10000000}$ $\frac{l_3}{1000000000000000000000000000000000000$	2383.75 1267.75 = 28.000 n h m 155. 209. 274. 289. 336. 330. 210	$ \begin{array}{c} 16.00\\ 18.09\\ \hline b = m 1623.00\\ \hline a \\ \hline 76\\ 39\\ 70\\ 22\\ 48\\ 28\\ 28\\ 05\\ \hline \end{array} $	$\frac{146.84}{78.09}$ $h = m 201.51$
		504 504 504 504 50 50 50 50 50 50 50 50 50 50 50 50 50	R Sez. 28 29 30 31 32 33 34 35	S (x) 10 ² m ² 4637 6107 7818 8170 9505 9330 9010 7400	NICO b 10 4 4 5 5 5 5 5 5 5 5	$l_{3} = \frac{l_{3}}{(x)}$	2383.75 1267.75 = 28.000 m h m 155. 209. 274. 289. 336. 330. 318. 265	$ \begin{array}{c} 16.00\\ 18.09\\ \hline b = m 1623.00\\ \hline a \\ \hline 76\\ 39\\ 70\\ 22\\ 48\\ 28\\ 95\\ 15 \end{array} $	$\frac{146.84}{78.09}$ $h = m 201.51$
	50 50 50 50 50 50 50 50 50 50 50 50 50 5	2002 5002 2002 2002 2002 2002 2002 2002	R Sez. 28 29 30 31 32 33 34 35 36	ZAMO U S (x) 10 ² m ² 4637 6107 7818 8170 9505 9330 9010 7490 7520 7520	NICO b 10 4 4 5 5 5 5 5 5 5 5 5 5 5 5 5 5 5 5 5	$\frac{l_3}{l_3} = \frac{l_3}{(x)}$ $\frac{l_3}{(x)} = \frac{l_3}{(x)}$	2383.75 1267.75 = 28.000 m h m 155. 209. 274. 289. 336. 330. 338. 265. 966	$ \begin{array}{c} 16.00\\ 18.09\\ \hline b = m 1623.00\\ \hline a \\ \hline 76\\ 39\\ 70\\ 22\\ 48\\ 28\\ 95\\ 15\\ 56\\ \hline \end{array} $	$\frac{146.84}{78.09}$ $h = m 201.51$
1000000000000000000000000000000000000	50 50 50 50 50 50 50 50 50 50 50 50 50 5	5 5 5 5 5 5 5 5 5 5 5 5 5 5 5 5 5 5 5	R Sez. 28 29 30 31 32 33 34 35 36 37	ZAMO U S (x) 10 ² m ² 4637 6107 7818 8170 9505 9330 9010 7490 7530 2605	NICO b 10 4 4 3 3 3 5 5 5 5 5 5 5 5 5 5 5 5 5 5 5	$\frac{l_3}{l_3} = \frac{l_3}{(x)}$ $\frac{l_3}{(x)} = \frac{l_3}{(x)}$	2383.75 1267.75 = 28.000 m = 28.000 m m 155. 209. 274. 289. 336. 330. 318. 265. 266. 99	$ \begin{array}{c} 16.00\\ 18.09\\ \hline b = m 1623.00\\ \hline a\\ \hline 76\\ 39\\ 70\\ 22\\ 48\\ 28\\ 95\\ 15\\ 56\\ 22\\ \hline $	$\frac{146.84}{78.09}$ $h = m 201.51$
201 101 101 101 101 101 101 101	- 20, - 20,	202 502 502 503 503 503 505 515 505 515 515 515 515 515 515 515	R Sez. 28 29 30 31 32 33 34 35 36 37 38	ZAMO U S (x) 10 ² m ² 4637 6107 7818 8170 9505 9330 9010 7490 7530 2605 2800	NICO b 10 4 4 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3	$\frac{l_3}{l_3} = \frac{l_3}{(x)}$ $\frac{l_3}{(x)} = \frac{l_3}{(x)}$	2383.75 1267.75 = 28.000 n h m 155. 209. 274. 289. 336. 330. 338. 265. 266. 92. 99.	$ \begin{array}{c} 16.00\\ 18.09\\ \hline b = m 1623.00\\ \hline n \\ \hline 76\\ 39\\ 70\\ 22\\ 48\\ 28\\ 95\\ 15\\ 56\\ 22\\ 12\\ \hline 12 \end{array} $	$\frac{146.84}{78.09}$ $h = m 201.51$
2011年1月1日日日日日日日日日日日日日日日日日日日日日日日日日日日日日日日日日		20 20 20 20 20 20 20 20 20 20 20 20 20 2	R Sez. 28 29 30 31 32 33 34 35 36 37 38 39	A M O U S (x) 10 ² m ² 4637 6107 7818 8170 9505 9330 9010 7490 7530 2605 2800 4340	NICO b 10 4 4 3 3 3 3 5 5 5 5 5 5 5 5 5 5 5 5 5 5	$\frac{l_3}{l_3} = \frac{l_3}{(x)}$ $\frac{l_3}{27} = \frac{l_3}{(x)}$ $\frac{l_3}{27} = \frac{l_3}{100}$	2383.75 1267.75 = 28.000 n h m 155. 209. 274. 289. 336. 330. 330. 318. 265. 266. 92. 99. 153.	$ \begin{array}{c} 16.00\\ 18.09\\ \hline b = m 1623.00\\ \hline a \\ \hline 76\\ 39\\ 70\\ 22\\ 48\\ 28\\ 95\\ 15\\ 56\\ 22\\ 12\\ 64\\ \hline \end{array} $	$\frac{146.84}{78.09}$ $h = m 201.51$
A Constant of the second secon		20 20 20 20 20 20 20 20 20 20 20 20 20 2	R Sez. 28 29 30 31 32 33 34 35 36 37 38 39 40	S (x) 10 ² m ² 4637 6107 7818 8170 9505 9330 9010 7490 7530 2605 2800 4340 5070 5070	NICO 6 10 4 4 5 5 5 5 5 5 5 5 5 5 5 5 5 5 5 5 5	$\frac{l_3}{(x)} = \frac{l_3}{(x)} = $	2383.75 1267.75 = 28.000 n = 28.000 n m 155. 209. 274. 289. 336. 330. 330. 330. 318. 265. 266. 92. 99. 153. 179.	$ \begin{array}{c} 16.00\\ 18.09\\ \hline b = m 1623.00\\ \hline a \\ \hline a \\ \hline 76\\ 39\\ 70\\ 22\\ 48\\ 28\\ 95\\ 15\\ 56\\ 22\\ 12\\ 64\\ 48\\ \hline \end{array} $	$\frac{146.84}{78.09}$ $\bar{h} = m 201.51$
AND		4 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3	R Sez. 28 29 30 31 32 33 34 35 36 37 38 39 40 41	$\begin{array}{c ccccccccccccccccccccccccccccccccccc$	NICO 6 10 4 4 4 3 3 3 5 5 5 5 5 5 5 5 5 5 5 5 5 5	$l_{3} = \frac{l_{3}}{(x)}$ $l_{3} = \frac{l_{3}}{(x)}$ $l_{2} = \frac{l_{3}}{(x)}$ $l_{2} = \frac{l_{3}}{(x)}$ $l_{3} = \frac{l_{3}}{(x)}$ $l_{4} = \frac{l_{3}}{(x)}$ $l_{4} = \frac{l_{3}}{(x)}$ $l_{4} = \frac{l_{3}}{(x)}$ $l_{4} = \frac{l_{3}}{(x)}$ $l_{5} = \frac{l_{5}}{(x)}$	2383.75 1267.75 = 28.000 n h m 155. 209. 274. 289. 336. 330. 318. 265. 266. 92. 99. 153. 179. 199.	$ \begin{array}{c} 16.00\\ 18.09\\ \hline b = m 1623.00\\ \hline a \\ \hline a \\ \hline 76\\ 39\\ 70\\ 22\\ 48\\ 28\\ 95\\ 15\\ 56\\ 22\\ 12\\ 64\\ 48\\ 48\\ \hline 48\\ \hline a \\ 48\\ \hline a \\ a \\ b \\ a \\ a \\ a \\ b \\ a \\ a$	$\frac{146.84}{78.09}$ $\bar{h} = m 201.51$
2010 00522400000000000000000000000000000000	- 10 - 20 - 20 - 20 - 20 - 20 - 20 - 20 - 2	2000 2000 2000 2000 2000 2000 2000 200	R Sez. 28 29 30 31 32 33 34 35 36 37 38 39 40 41 42	S (x) 10 ² m ² 4637 6107 7818 8170 9505 9330 9010 7490 7530 2605 2800 4340 5070 5635 4730	NICO b 10 44 45 55 55 55 55 55 55 55 55 55 55 55	$l_3 = \frac{l_3}{(x)}$ $l_3 = \frac{l_3}{(x)}$ $l_2 = \frac{l_3}{(x)}$ $l_2 = \frac{l_3}{(x)}$ $l_3 = \frac{l_3}{(x)}$ $l_4 = \frac{l_3}{(x)}$ $l_4 = \frac{l_3}{(x)}$ $l_5 $	2383.75 1267.75 = 28.000 n h m 1555. 209. 274. 289. 336. 330. 330. 338. 265. 266. 92. 99. 153. 179. 199. 167.	$ \begin{array}{c} 16.00\\ 18.09\\ \hline b = m 1623.00\\ \hline a \\ \hline a \\ \hline 76\\ 39\\ 70\\ 22\\ 48\\ 28\\ 95\\ 15\\ 56\\ 22\\ 12\\ 64\\ 48\\ 48\\ 44\\ \hline 48\\ 44\\ \hline $	$\frac{146.84}{78.09}$
	- 10 - 20 - 20 - 20 - 20 - 20 - 20 - 20 - 2	5000 5000 5000 5000 5000 5000 5000 500	R Sez. 28 29 30 31 32 33 34 35 36 37 38 39 40 41 42 43	S (x) 10 ² m ² 4637 6107 7818 8170 9505 9330 9010 7490 7530 2605 2800 4340 5070 5635 4730 3990	NICO b 10 44 45 55 55 55 55 55 55 55 55 55 55 55	$l_3 = \frac{l_3}{(x)}$ $l_3 = \frac{l_3}{(x)}$ $l_2 = \frac{l_3}{(x)}$ $l_2 = \frac{l_3}{(x)}$ $l_3 = \frac{l_3}{(x)}$ $l_4 = \frac{l_3}{(x)}$ $l_4 = \frac{l_3}{(x)}$ $l_5 $	2383.75 1267.75 = 28.000 n h m 1555. 209. 274. 289. 336. 330. 330. 338. 265. 266. 92. 99. 153. 179. 199. 167. 191.	$ \begin{array}{c} 16.00\\ 18.09\\ \hline b = m 1623.00\\ \hline n \\ \hline 76\\ 39\\ 70\\ 22\\ 48\\ 28\\ 95\\ 15\\ 56\\ 22\\ 12\\ 15\\ 56\\ 22\\ 12\\ 64\\ 48\\ 48\\ 48\\ 44\\ 25\\ \hline \end{array} $	$\frac{146.84}{78.09}$ $\bar{h} = m 201.51$
2020 2020	- 10 - 20 - 20 - 20 - 20 - 20 - 20 - 20 - 2	5 5 5 5 5 5 5 5 5 5 5 5 5 5 5 5 5 5 5	R Sez. 28 29 30 31 32 33 34 35 36 37 38 39 40 41 42 43 44	S (x) 10 ² m ² 4637 4637 6107 7818 8170 9505 9330 9010 7490 7530 2605 2800 4340 5070 5635 4730 3990 3325 3325	NICO b 10 44 44 55 55 55 55 55 55 55 55 55 55 55	$l_{3} = \frac{l_{3}}{(x)}$	2383.75 1267.75 = 28.000 n h m 155. 209. 274. 289. 336. 330. 318. 265. 266. 92. 99. 153. 179. 199. 167. 191. 117.	$ \begin{array}{c} 16.00\\ 18.09\\ \hline b = m 1623.00\\ \hline a \\ \hline 76\\ 39\\ 70\\ 22\\ 48\\ 28\\ 95\\ 15\\ 56\\ 22\\ 12\\ 64\\ 48\\ 48\\ 44\\ 25\\ 70\\ \hline \end{array} $	$\frac{146.84}{78.09}$ $h = m 201.51$
12.11.11.11.11.11.11.11.11.11.11.11.11.1	- 0. - 20 - 20 - 20 - 20 - 20 - 20 - 20 - 20	2007 2007 2007 2007 2007 2007 2007 2007	R Sez. 28 29 30 31 32 33 34 35 36 37 38 39 40 41 42 43 44 45	S (x) 10 ² m ² 4637 4637 6107 7818 8170 9505 9330 9010 7490 7530 2605 2800 4340 5070 5635 4730 3990 3325 5325	NICO b 10 4 4 4 5 5 5 5 5 5 5 5 5 5 5 5 5 5 5 5	$l_{3} = \frac{26}{27}$ $l_{3} = \frac{26}{27}$ $l_{3} = \frac{1}{(x)}$ $l_{2} = \frac{1}{(x)}$ $l_{2} = \frac{1}{(x)}$ $l_{3} = \frac{1}{(x)}$	2383.75 1267.75 = 28.000 m = 28.000 m m 155. 209. 274. 289. 336. 330. 318. 265. 266. 92. 99. 153. 179. 199. 167. 191. 117. 188.	$ \begin{array}{c} 16.00\\ 18.09\\ \hline b = m 1623.00\\ \hline n \\ \hline 76\\ 39\\ 70\\ 22\\ 48\\ 28\\ 95\\ 15\\ 56\\ 22\\ 12\\ 64\\ 48\\ 48\\ 44\\ 25\\ 70\\ 50\\ 50\\ 50\\ 50\\ 50\\ 50\\ 50\\ 50\\ 50\\ 5$	$\frac{146.84}{78.09}$ $h = m 201.51$
		200 200 201 201 201 201 201 201 201 201	R Sez. 28 29 30 31 32 33 34 35 36 37 38 39 40 41 42 43 44 45 46	ZAMO U S (x) 10 ² m ² 4637 6107 7818 8170 9505 9330 9010 7490 7530 2605 2800 4340 5070 5635 4730 33990 3325 5325 2595 2595	NICO b 10 4 4 4 5 5 5 5 5 5 5 5 5 5 5 5 5 5 5 5	$l_{3} = \frac{l_{3}}{(x)}$ $l_{3} = \frac{l_{3}}{(x)}$ $l_{2} = \frac{l_{3}}{(x)}$ $l_{2} = \frac{l_{3}}{(x)}$ $l_{3} = \frac{l_{3}}{(x)}$ $l_{4} = \frac{l_{3}}{(x)}$ $l_{5} = \frac{l_{5}}{(x)}$ l_{5	2383.75 1267.75 = 28.000 n h m 155. 209. 274. 289. 336. 330. 318. 265. 266. 92. 99. 153. 179. 199. 167. 191. 117. 188. 91.	$ \begin{array}{c} 16.00\\ 18.09\\ \hline b = m 1623.00\\ \hline n \\ \hline 76\\ 39\\ 70\\ 22\\ 48\\ 28\\ 95\\ 15\\ 56\\ 22\\ 12\\ 64\\ 48\\ 48\\ 48\\ 48\\ 48\\ 48\\ 48\\ 48\\ 48\\ 4$	$\frac{146.84}{78.09}$ $h = m 201.51$
1000 100	- 0. 	200 201 201 201 201 201 201 201 201 201	R Sez. 28 29 30 31 32 33 34 35 36 37 38 39 40 41 42 43 44 45 46 47	$\begin{array}{c ccccccccccccccccccccccccccccccccccc$	NICO b 10 4 4 4 3 3 3 5 5 5 5 5 5 5 5 5 5 5 5 5 5	$l_3 = \frac{l_3}{(x)}$ $l_3 = \frac{l_3}{(x)}$ $l_2 = \frac{l_3}{(x)}$ $l_2 = \frac{l_3}{(x)}$ $l_3 = \frac{l_3}{(x)}$ $l_4 = \frac{l_3}{(x)}$ $l_5 $	2383.75 1267.75 = 28.000 n h m 155. 209. 274. 289. 336. 330. 318. 265. 266. 92. 99. 153. 179. 199. 167. 191. 117. 188. 91. 94.	$ \begin{array}{c} 16.00\\ 18.09\\ \hline b = m 1623.00\\ \hline a \\ \hline a \\ \hline 76\\ 39\\ 70\\ 22\\ 48\\ 28\\ 95\\ 15\\ 56\\ 22\\ 12\\ 64\\ 48\\ 48\\ 48\\ 48\\ 48\\ 48\\ 48\\ 48\\ 48\\ 4$	$\frac{146.84}{78.09}$ $h = m 201.51$
	- 0 		R Sez. 28 29 30 31 32 33 34 35 36 37 38 39 40 41 42 43 44 45 46 47 48	A M O U S (x) 10 ² m ² 4637 6107 7818 8170 9505 9330 9010 7490 7530 2605 2800 4340 5070 5635 4730 3990 3325 5325 2595 2680 2965 2655	NICO 6 10 4 4 5 5 5 5 5 5 5 5 5 5 5 5 5 5 5 5 5	$\begin{array}{c} 26\\ 27\\ \hline 26\\ 27\\ \hline 27\\ \hline 27\\ \hline 27\\ \hline 28\\ \hline 27\\ \hline 28\\ \hline 27\\ \hline 28\\ \hline 27\\ \hline 28\\ \hline 28\\$	2383.75 1267.75 = 28.000 n h m 155. 209. 274. 289. 336. 330. 318. 265. 266. 92. 99. 153. 179. 199. 167. 191. 117. 188. 91. 94. 104.	$ \begin{array}{c} 16.00\\ 18.09\\ \hline b = m 1623.00\\ \hline a \\ \hline a \\ \hline 76\\ 39\\ 70\\ 22\\ 22\\ 22\\ 22\\ 22\\ 22\\ 22\\ 12\\ 64\\ 48\\ 48\\ 48\\ 48\\ 48\\ 48\\ 48\\ 48\\ 48\\ 4$	$\frac{146.84}{78.09}$ $h = m 201.51$
			R Sez. 28 29 30 31 32 33 34 35 36 37 38 39 40 41 42 43 44 45 46 47 48 49 50	$\begin{array}{c ccccccccccccccccccccccccccccccccccc$	NICO 6 10 4 4 4 3 3 3 5 5 5 5 5 5 5 5 5 5 5 5 5 5	$\begin{array}{c} 26\\ 27\\ \hline 26\\ 27\\ \hline 27\\ \hline 27\\ \hline 28\\ \hline 28\\ \hline 28\\ \hline 27\\ \hline 28\\ \hline 28\\$	2383.75 1267.75 = 28.000 n m 155. 209. 274. 289. 336. 330. 318. 265. 266. 92. 99. 153. 179. 199. 167. 191. 117. 188. 91. 94. 104. 53.	$ \begin{array}{c} 16.00\\ 18.09\\ \hline b = m 1623.00\\ \hline a \\ \hline a \\ \hline 76\\ 39\\ 70\\ 22\\ 28\\ 95\\ 15\\ 56\\ 22\\ 12\\ 64\\ 48\\ 48\\ 48\\ 48\\ 48\\ 48\\ 48\\ 48\\ 48\\ 4$	$\frac{146.84}{78.09}$ $\bar{h} = m 201.51$
			R Sez. 28 29 30 31 32 33 34 35 36 37 38 39 40 41 42 43 44 45 46 47 48 49 50	$\begin{array}{c ccccccccccccccccccccccccccccccccccc$	NICO b 10 44 45 55 55 55 55 55 55 55 55 55 55 55	$l_3 = \frac{l_3}{(x)}$ $l_3 = \frac{l_3}{(x)}$ $l_3 = \frac{l_3}{(x)}$ $l_3 = \frac{l_3}{(x)}$ $l_4 = \frac{l_3}{(x)}$ $l_4 = \frac{l_3}{(x)}$ $l_5 $	2383.75 1267.75 = 28.000 n m 155. 209. 274. 289. 336. 330. 330. 338. 265. 266. 92. 99. 153. 179. 199. 167. 191. 117. 188. 91. 94. 104. 53. 8.	$ \begin{array}{c ccccccccccccccccccccccccccccccccccc$	$\frac{146.84}{78.09}$ $\bar{h} = m 201.51$
1000000000000000000000000000000000000	- 10 - 20 - 20 - 20 - 20 - 20 - 20 - 20 - 2	0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0	R Sez. 28 29 30 31 32 33 34 35 36 37 38 39 40 41 42 43 44 45 46 47 48 49 50 51	$\begin{array}{c ccccccccccccccccccccccccccccccccccc$	NICO b 10 44 43 55 55 55 55 55 55 55 55 55 55 55 55 55	$l_{3} = \frac{l_{3}}{(x)}$ $l_{4} = \frac{l_{3}}{(x)}$ $l_{5} = \frac{l_{5}}{(x)}$ l_{5	2383.75 1267.75 267.75 = 28.000 n h m 155. 209. 274. 289. 336. 330. 330. 338. 265. 266. 92. 99. 153. 179. 167. 199. 167. 199. 167. 199. 167. 199. 167. 88. 91. 104. 53. 8. 01. 01. 01. 01. 01. 01. 01. 01. 01. 01	$ \begin{array}{c} 16.00\\ 18.09\\ \hline b = m 1623.00\\ \hline a \\ \hline a \\ \hline 76\\ 39\\ 70\\ 22\\ 48\\ 28\\ 95\\ 15\\ 56\\ 22\\ 12\\ 12\\ 64\\ 48\\ 48\\ 44\\ 25\\ 70\\ 50\\ 86\\ 87\\ 96\\ 98\\ 32\\ 0 \end{array} $	$\frac{146.84}{78.09}$

Tabella II

$L E C C O - B E L L A G I O \qquad l_2 = 19.000 m.$					COMO-BELLAGIO $l_1 = 23.375$ m.					
Sez.	a⊿x 10 4	q 10 ⁹	2ξ ₀ 10 ³ cm	2Δη ₀ cm	2 η ₀ cm	Sez.	q 10 ⁹	2ξ ₀ 10 ³ cm	2Δη ₀ cm	$2 \eta_o$ cm
0a 1a 2a 3a 4a 5a 6a 7a 9a 10a 11a 12a 13a 14a 15a 16a 17a 18a 19a	7.907 » » » » » » » » » » » » » » » » » » »	$\begin{array}{c} 0\\ 825\\ 2034,07\\ 3344,51\\ 4533,51\\ 5804,28\\ 7287,13\\ 8424,91\\ 9715,15\\ 11188,35\\ 12401,02\\ 13592,47\\ 14828,90\\ 15977,07\\ 16965,19\\ 17914,32\\ 18928,52\\ 19744,12\\ 20500,23\\ 21072,13\\ \end{array}$	$\begin{array}{c} 0 \\ - 1,65 \\ - 2,06 \\ - 2,47 \\ - 3,42 \\ - 5,06 \\ - 6,61 \\ - 5,20 \\ - 7,88 \\ - 11,64 \\ - 6,99 \\ - 5,74 \\ - 5,73 \\ - 6,04 \\ - 6,12 \\ - 4,54 \\ - 3,46 \\ - 5,00 \\ - 4,79 \end{array}$	$\begin{array}{c} 0\\ -1,30\\ -1,63\\ -1,95\\ -2,70\\ -2,55\\ -4,00\\ -5,23\\ -4,11\\ -6,23\\ -9,20\\ -5,53\\ -44,58\\ -4,58\\ -4,58\\ -4,58\\ -4,73\\ -4,84\\ -3,59\\ -2,74\\ -3,95\\ -3,79\\ \end{array}$	$100 \\ 98,70 \\ 97,07 \\ 95,12 \\ 92,42 \\ 89,87 \\ 85,87 \\ 80,64 \\ 76,53 \\ 70,30 \\ 61,10 \\ 55,57 \\ 51,03 \\ 46,50 \\ 41,72 \\ 36,88 \\ 33,29 \\ 30,55 \\ 26,60 \\ 22,81 \\ \end{cases}$	$\begin{array}{c c} 0\\ 1\\ 2\\ 3\\ 4\\ 5\\ 6\\ 7\\ 8\\ 9\\ 10\\ 11\\ 12\\ 13\\ 14\\ 15\\ 16\\ 17\\ 18\\ 19\\ 20\\ 21\\ 22\\ 23\\ 24\\ 25\\ 26\\ 27\\ \end{array}$	$\begin{array}{c} 0\\ 1111, 25\\ 1931, 93\\ 3104, 72\\ 4116, 73\\ 5279, 33\\ 6359, 81\\ 7172, 04\\ 8519, 54\\ 10103, 38\\ 11422, 26\\ 12340, 21\\ 12859, 17\\ 13612, 19\\ 14710, 14\\ 15655, 97\\ 16518, 59\\ 17633, 92\\ 18746, 08\\ 19806, 37\\ 20832, 04\\ 21971, 40\\ 22926, 59\\ 23662, 55\\ 24490, 08\\ 25142, 39\\ 25533, 23\\ 25739, 52\\ \end{array}$	$\begin{array}{c} 0\\ -2,91\\ -1,99\\ -2,24\\ -2,64\\ -2,82\\ -5,17\\ -4,63\\ -2,26\\ -3,11\\ -4,31\\ -5,69\\ -5,88\\ -3,12\\ -3,01\\ -3,28\\ -3,31\\ -3,13\\ -3,28\\ -3,31\\ -3,13\\ -3,28\\ -4,25\\ -4,25\\ -4,25\\ -4,25\\ -4,57\\ -10,01\\ -10,71\\ -90,35\\ \end{array}$	$\begin{array}{c} 0\\ -2,30\\ -1,57\\ -1,77\\ -2,09\\ -2,23\\ -4,09\\ -3,66\\ -1,79\\ -2,46\\ -3,41\\ -4,50\\ -4,65\\ -2,47\\ -2,38\\ -2,59\\ -2,62\\ -2,46\\ -2,47\\ -2,84\\ -3,36\\ -2,76\\ -3,74\\ -3,84\\ -3,61\\ -7,91\\ -8,791\\ -8,09\end{array}$	$100 \\ 97,70 \\ 96,13 \\ 94,36 \\ 92,27 \\ 90,04 \\ 85,95 \\ 82,29 \\ 80,50 \\ 78,04 \\ 74,63 \\ 70,13 \\ 65,48 \\ 63,01 \\ 60,63 \\ 58,04 \\ 55,42 \\ 52,96 \\ 50,49 \\ 47,65 \\ 44,29 \\ 41,53 \\ 37,79 \\ 33,95 \\ 30,34 \\ 22,43 \\ 13,96 \\ 9,13 \\ 91 \\ 9$

		RAMO UNICO $l_3 = 28.000 \text{ m}$					
		Sez.	q 10 ⁹	2ξ ₀ 10 ³ cm	2Δη ₀ cm	2 η ₀ cm	
			23772 00	0	0	- 2 13	
		28	23687.55	— Š.11	- 4.04	- 6,17	
		29	23466 23	- 3.84	- 3 04	- 9 21	
		30	23067 44	- 2,95	2 33	54	
	buen.	31	22609.65	-2.77	-2.19	- 13 73	
		32	22046.72	- 2.32	- 1.83	- 15 56	
		33	21397.09	- 2,29	- 1 81	-17.37	
		34	20789.14	-2.31	- 1 83	- 19.20	
		35	20073.94	-2.68	-212	- 21 32	
		36	19274.44	-256	-2.02	-23 34	
		37	18550.90	-7.12	- 5.63	- 28.97	
		38	18029.44	- 6.44	- 5.09	- 34.06	
		39	17177,94	- 3,96	- 3.13	- 37.19	
		40	16193,11	- 3,19	-2.52	- 39.71	
		41	14882,68	- 2.64	-2.09	- 41.80	
		42	13388,33	- 2.83	-2.24	- 44.04	
		43	11890,97	-2.98	- 2.36	- 46.40	
		44	10487,37	-3.15	-2.49	- 48,99	
		45	8409,55	-1.58	-1,25	- 50,14	
		46	6529,30	-2,52	- 1,99	- 52,13	
		47	5239,08	- 1,95	-1,54	- 53.67	
		48	3374,05	-1,14	- 0,90	- 54.57	
		49	1586,88	-1,04	- 0,82	- 55,39	
0 0		50	396,00	-1,69	-1,34	- 56.73	
		51	112,35				

mentre dalla [3] consegue, nel caso dei tre canali chiusi,

$$\sum_{i=1}^{3} B_i b_i h_i \tan \frac{\sigma l_i}{c_i} = 0$$

oppure (v. [2])

$$\sum_{i=1}^{3} b_{i} c_{i} \tan \frac{\sigma l_{i}}{c_{i}} = 0.$$
 [5]

È questa l'equazione di Zeilon (¹).

Ci siamo proposti di applicare, nella determinazione del periodo, approssimativo dell'oscillazione libera uninodale del lago di Como, la formula [5].

Le lunghezze dei tre rami, dei quali questo lago consiste, sono rispettivamente $l_1 = 23.375$ m. (Como-Bellagio), $l_2 = 19.000$ m. (Lecco-Bellagio), $l_3 = 28.000$ m. (Bellaio-riva); le rispettive larghezze medie sono $b_1 = 2822$ m., $b_2 = 1710$ m., $b_3 = 1623$ m., come risulta dalla Tabella I. La stessa Tabella fornisce anche le profondità medie, le quali permettono di calcolare i valori delle c_i : si è ottenuto $c_1 = 41,36$ m/sec., $c_2 = 34,75$ m/sec., $c_3 = 44,44$ m/sec. Con questi dati morfometrici, risolvendo la [5] con il metodo delle approssimazioni successive, si è ottenuto

$$T = 40^{\rm m}, 6$$
 [6]

come periodo dell'uninodale dell'intero lago. Si tratta, naturalmente di un valore approssimativo, che — come vedremo — non differisce molto da quello ottenuto con altro metodo.

II – Il metodo di Defant è stato già esposto in lavori precedenti (2).

L'applicazione di tale metodo ad un lago ramificato, comporta alcuni accorgimenti da tener presenti per la zona del lago dove avviene la saldatura dei tre rami.

Siano, per esempio, n_1 il numero delle sezioni del ramo più corto (Lecco), n_2 il numero delle sezioni dell'altro ramo (Como). Siano inoltre $a \in \beta$ i valori di $2 \eta_0$, corrispondenti alle sezioni di $n_1 \in n_2$ rispettivamente e siano, inoltre $A \in B$ i relativi valori di q. Per determinare il valore di qcorrispondente alla sezione n_1 , quale sarebbe se $2 \eta_0$ fosse uguale a β , A va moltiplicato per β/a .

Pertanto il calcolo relativo al ramo nord inizierà con la sezione $n_1 + n_2$, dove q avrà il valore espresso da $B + A \cdot \beta / \alpha \in 2 \eta_0$ avrà ll valore β . Per le successive sezioni, ll calcolo procederà nel modo abituale. Applicato il metodo di Defant con gli avvertimenti sopra detti, dopo alcuni tentativi si è pervenuti ai valori riportati nella Tabella II, corrispondenti ad un periodo

 $T = 37^{m}, 6$

per l'uninodale dell'intero Lago.

III – Il periodo dell'oscillazione uninodale interessante l'intero lago di Como, dovrebbe cadere fra i 38^{m} e i 40^{m} .

È interessante osservare che l'applicazione del metodo di Hidaka, fatta al lago prescindendo dal ramo di Como-Bellagio ha condotto, come si è visto nel lavoro precedente (³), ad un valore di 39^m circa. Data la lieve differenza che passa fra il valore dell'uninodale interessante l'intero lago e quello della stessa oscillazione da Gera e Lecco, dal punto di vista idrodinamico possono realizzarsi entrambe le oscillazioni; fatto che non si sarebbe potuto verificare qualora il lago incompleto avesse avuto un periodo dell'uninodale decisamente maggiore di quello dell'intero lago.

Soltanto le osservazioni potranno confermare o meno questi valori ottenuti per via teorica.

RIASSUNTO

Applicando all'intero lago due metodi diversi abbiamo ottenuto per l'uninodale valori varianti fra 38m e 40m.

Poichè l'oscillazione da Gera a Lecco (vedi parte I) ha un valore di 39^m ca., dal punto di vista idrodinamico possono valorizzarsi entrambe le oscillazioni, cioè sia quella interessante l'intero lago che quella limitata al ramo di Lecco e al suo prolungamento.

ABSTRACT

Applying to the whole Lake two different methods, we have obtained for the uninodal, figures ranging from 38m to 40m.

As the oscillation from Gera to Lecco (see part I) has reached about 39m, speaking from hydrodynamic point of view, both oscillations can take place, i.e. the one that concerns the whole lake and the other that is limited to the Lecco branch and its extension.

[7]

BIBLIOGRAFIA

- (1) ZEILON N., On the Seiches of the Gullmar Fjord. Goteborg (1913).
- (2) CALOI P., Le sesse del Lago di Garda; Parte II, « Annali di Geofisica » (1948).
- (³) CALOI P.-SPADEA M. C., Le sesse del Lago di Como, Parte I, «Annali di Geofisica », (1958).

tates al bego presentendo dat ramo di Concettellegio ha condotta, come si è visto ael lavoro precedente (), ad un valore di 39° cara. Date la lieve dimerenza con precedente (), ad un valore di 39° cara. Fintero hao e quello della stezza oscillazione da Gora e Lecro, dal punto di vista idrodimento possono realizzarsi entrambe lo oscillazioni: Lieto cheluto di ferencio potento verificare qualora di lago in conducto avessi avatol mi periodo dell'unmodale diviszamente unegiore di quello del Fintero Bago 14° ca

496

