

CONSIDERAZIONI SUI METODI DI HOLMES E DI JEFFREYS PER LA DETERMINAZIONE DELL'ETÀ DELLA CROSTA TERRESTRE (*)

G. IMBÒ - F. S. GAETA

Le analisi isotopiche di minerali di piombo e particolarmente di galene, eseguite da Nier e collaboratori, hanno messo in evidenza una variazione della composizione con l'età del minerale. È stato difatti riscontrato per le galene, a comportamento normale, che le abbondanze degli isotopi di origine radioattiva: Pb_{206} , Pb_{207} , Pb_{208} rispetto a quella del Pb_{204} di origine non radioattiva, diminuiscono al crescere della età. In effetti l'abbondanza relativa di ciascun isotopo di piombo di origine radioattiva varia nel tempo nel senso che all'abbondanza originaria viene aggiunta quella derivante nel decorso intervallo dalla trasmutazione relativa alla famiglia radioattiva il cui ultimo membro, stabile, corrisponde all'isotopo considerato. I capostipiti delle tre famiglie radioattive relative agli isotopi Pb_{206} , Pb_{207} , Pb_{208} , sono rispettivamente gli elementi: U_{238} , U_{235} , Th_{232} . Note pertanto l'età del minerale (t_m), nonché l'abbondanza relativa, risulta facile stabilire una relazione nella quale figurano ancora tre incognite e precisamente: l'età della crosta (t_0) e le abbondanze originarie dell'isotopo di piombo nonché del relativo capostipite della famiglia radioattiva. E pertanto, se s'indicano le composizioni isotopiche relative di piombo: con a , b , c quella relativa alla galena considerata, e con x , y , z l'originaria incognita; ed inoltre con u_0 , v_0 , w_0 le abbondanze dei tre corrispondenti capostipiti, si deducono, distintamente per a , b , c , tre relazioni, di cui per semplicità si danno solo le espressioni indicative; e cioè si ha evidentemente:

$$a_{tm} = f(x, u_0, t_0 - t_m)$$

ed altre due analoghe.

Se da un canto la considerazione di una eventuale variabile abbondanza iniziale dei tre capostipiti relativamente alle singole galene lascerebbe rilevare l'impossibilità di deduzione delle richieste

(*) Comunicazione presentata al Convegno dell'Associazione Geofisica Italiana, tenuto a Roma il 17-18 giugno 1953.

incognite; d'altro canto l'ammissione della variazione uniforme nel tempo della composizione isotopica, nel senso di costante composizione in corrispondenza di arbitrari ma medesimi tempi, indipendentemente pertanto dalla località e dalle vicende subite, con la conseguente deduzione di una costante composizione isotopica iniziale, consente di poter avere l'espressione per il rapporto $r = v_0/u_0$, in base alla conoscenza del valore attuale di esso nonché delle costanti di disintegrazione relative ai due considerati isotopi. Nella detta espressione evidentemente figura con l'età del minerale anche l'età della crosta. Risultando ovvia l'impossibilità di sottoporre ad esame l'espressione in c , w_0 , per ciascuna galena, si ha pertanto una unica relazione, la quale, sempre per semplicità, è data dalla espressione generica:

$$f_{tm}(x, y, t_0) = 0.$$

Per evidenti subite contaminazioni non tutte le analisi relative alle 25 galene esaminate possono essere prese in considerazione. E pertanto, pur servendosi dei medesimi dati, i diversi studiosi che hanno voluto applicare l'enunciato metodo, quali: Holmes, che ne è stato l'introduttore, e successivamente F. G. Houtermans, E. C. Bullard, J. P. Stanley, H. Jeffreys, hanno ottenuto valori per l'età della crosta non sempre concordanti, in relazione sia ai criteri di calcolo, sia ancora alle analisi considerate. Ad esempio lo Jeffreys, mediante l'eliminazione delle relazioni corrispondenti a due galene dalle tredici prese inizialmente in considerazione, asserisce di essere passato dal valore di $2,6 \times 10^9$ anni all'altro di circa $3,3 \times 10^9$.

Per un'indagine critica del metodo si è reso quindi indispensabile una rielaborazione dei calcoli, limitandoli alle galene per le quali, oltre alla conoscenza dell'età entro tollerabili limiti, rilievi su andamenti qualitativi delle abbondanze hanno convinto dell'effettiva o della pratica assenza di contaminazioni o comunque dell'assenza di un comportamento anomalo. Sono state quindi assunte le sole undici galene che, nell'elenco del Nier, si riferiscono rispettivamente ai numeri: 1, 3, 6, 13, 16, 17, 18, 20, 22, 23, 25, le cui età in 10^9 anni, risultano rispettivamente per le prime tre (1, 3, 6) : 0,025; per le successive quattro (13, 16, 17, 18) : 0,220; per la 20 : 0,800; per le 22 e 23 : 1,2 ed infine 1,33 per la 25. Per la deduzione di t_0 si è innanzitutto applicato il metodo che può dirsi dei valori discreti. A tale scopo si sono assegnati al valore incognito del tempo (t) n distinti valori in modo da aversi, in base alla soluzione col metodo dei minimi quadrati degli n indipendenti

TABELLA I

x	1,5	2,0		2,5		3,0		3,5		4,0		4,5		5,0		5,5									
	8,0 (1,0)	13,0	5,5 (1,0)	11,0	11,0	19,0 (2,0)	10,0 (3,0)	10,0 (1,0)	6,0 (3,0)	5,5 (4,0)	3,0 (1,5)	7,5 (8,0)	5,5 (0,5)	5,0 (1,0)	1,5 (2,0)	5,0	1,5 (1,0)	5,5 (2,0)	11,5 (2,0)	5,0	8,0	4,0	7,0 (1,0)	—	169,0 (31,0)
1	9,0	13,0	6,5	11,0	11,0	21,0	13,0	11,0	9,0	9,5	4,5	15,5	6,0	6,0	3,5	5,0	2,5	7,5	13,5	5,0	8,0	4,0	8,0	—	203,0
	1,5	3,0	2,0 (1,0)	6,0	5,0	5,0	8,0 (3,0)	4,0 (1,0)	7,0 (2,0)	10,5 (3,0)	21,0 (2,5)	17,0 (7,0)	13,5 (2,5)	21,5 (1,0)	13,5 (3,0)	4,0 (1,0)	3,0 (2,0)	5,5 (8,0)	3,5 (1,0)	5,0 (4,0)	9,0	11,0	2,0 (1,0)	1,0	132,5 (13,0)
3	1,5	3,0	3,0	6,0	5,0	5,0	11,0	5,0	9,0	13,5	23,5	24,0	16,0	22,5	16,5	5,0	5,0	13,5	4,5	9,0	9,0	11,0	3,0	1,0	225,5
	4,5 (1,0)	1,0	1,0	—	6,5	2,0	6,0 (2,0)	4,0	6,0 (1,0)	10,0 (3,0)	17,5 (1,0)	11,0 (1,0)	9,0 (2,0)	7,5 (2,0)	10,5 (1,0)	14,0 (1,0)	8,5 (1,0)	8,0 (8,0)	1,5 (3,0)	3,0 (2,0)	1,0	—	—	1,0	133,5 (29,0)
6	5,5	1,0	1,0	—	6,5	2,0	8,0	4,0	7,0	13,0	18,5	12,0	11,0	9,5	11,5	15,0	9,5	16,0	4,5	5,0	1,0	—	—	1,0	162,5
	2,0 (1,0)	3,0	3,5	5,0 (1,0)	7,5 (1,0)	18,5 (1,0)	3,0	9,5	5,0 (2,0)	1,0 (6,0)	5,5 (2,0)	8,5 (1,0)	6,0 (1,0)	5,0 (3,0)	11,0 (1,0)	13,0	9,0 (1,0)	10,0 (4,0)	2,0	5,0	4,0 (2,0)	11,0	3,0 (1,0)	1,0	157,0 (31,0)
13	3,0	3,0	3,5	6,0	8,5	19,5	8,0	9,5	7,0	7,0	7,5	12,5	7,0	8,0	12,0	13,0	10,0	14,0	2,0	5,0	6,0	11,0	4,0	1,0	188,0
	4,0 (1,0)	—	1,0	3,0	2,0	4,0	4,5 (7,0)	3,5 (1,0)	2,5	2,5 (7,0)	8,0 (2,0)	5,0 (3,0)	12,0 (1,0)	19,5 (2,0)	8,0 (3,0)	4,5 (1,0)	2,5 (1,0)	5,5 (3,0)	8,0	2,0 (1,0)	2,0	3,0	6,0	1,0	114,0 (33,0)
16	5,0	—	1,0	3,0	2,0	4,0	11,5	4,5	2,5	9,5	13,0	8,0	13,0	21,5	11,0	5,5	3,5	8,5	8,0	3,0	2,0	3,0	6,0	1,0	147,0
	7,5	10,5	6,5 (1,0)	7,5	4,0	6,5	4,5	5,5	5,5 (1,5)	11,0 (2,5)	15,0 (1,0)	13,0 (3,0)	4,0 (1,0)	7,0 (3,0)	5,5	4,5	2,0	1,5 (3,0)	0,5	3,0	—	—	—	—	125,0 (24,0)
17	7,5	10,5	7,5	7,5	4,0	6,5	12,5	5,5	7,0	13,5	16,0	16,0	5,0	10,0	5,5	4,5	2,0	4,5	0,5	3,0	—	—	—	—	149,0
	—	3,0	1,0	3,0 (1,0)	3,0 (1,0)	2,0 (1,0)	5,0 (1,0)	6,0 (1,0)	4,0 (1,5)	9,5 (1,5)	16,5 (1,0)	16,0 (4,0)	8,0 (1,0)	6,0	1,5 (2,0)	5,0 (1,0)	3,0	7,0 (2,0)	6,5	5,0 (1,0)	5,0	4,0	2,0 (1,0)	—	122,0 (21,0)
18	—	3,0	1,0	4,0	4,0	3,0	6,0	7,0	5,5	11,0	17,5	20,0	9,0	6,0	3,5	6,0	3,0	9,0	6,5	6,0	5,0	4,0	3,0	—	143,0
	7,0	1,0	3,5	7,5	8,5 (2,0)	10,5	8,0 (2,0)	12,0	12,0 (1,0)	5,0 (1,0)	7,5 (1,0)	15,5 (2,0)	10,0	9,0	10,0	7,0	4,0	6,5	5,5	2,0	— (2,0)	8,0	1,0	1,0	162,0 (11,0)
20	7,0	1,0	3,5	7,5	10,5	10,5	10,0	12,0	13,0	6,0	8,5	17,5	10,0	9,0	10,0	7,0	4,0	6,5	5,5	2,0	2,0	8,0	1,0	1,0	173,0
	1,0	1,0	3,0	8,0 (2,0)	7,0	4,0	6,5 (2,0)	9,0	3,5 (0,5)	10,0 (2,5)	7,0	5,0 (3,0)	10,0 (1,0)	4,5 (2,0)	5,0 (2,0)	6,0	6,5 (1,0)	7,5 (2,5)	4,5 (2,5)	4,0 (1,0)	10,0 (1,0)	7,0	5,0	1,0	136,0 (23,0)
22	1,0	1,0	3,0	10,0	7,0	4,0	8,5	9,0	4,0	12,5	7,0	8,0	11,0	6,5	7,0	6,0	7,5	10,0	7,0	5,0	11,0	7,0	5,0	1,0	159,0
	4,5	7,5	6,0 (1,0)	10,0	8,5	21,0	14,5 (2,0)	9,0	8,5 (1,5)	8,0 (1,5)	16,5 (2,0)	14,0 (3,0)	6,0	11,0 (2,0)	5,0 (2,0)	8,5	3,5 (1,0)	4,5 (1,5)	7,5 (3,5)	6,0 (1,0)	4,0 (1,0)	5,0	3,0	1,0	193,0 (23,0)
23	4,5	7,5	7,0	10,0	8,5	21,0	16,5	9,0	10,0	9,5	18,5	17,0	6,0	13,0	7,0	8,5	4,5	6,0	11,0	7,0	5,0	5,0	3,0	1,0	216,0
	4,0	7,0	5,0	9,0	7,0	21,5	13,5 (2,0)	6,0	8,0	9,5 (2,0)	16,0	13,5 (2,0)	3,0	14,0	8,5	8,5	4,5	4,5 (2,0)	7,0	6,0	7,0	3,0	3,0	1,0	190,0 (8,0)
25	4,0	7,0	5,0	9,0	7,0	21,5	15,5	6,0	8,0	11,5	16,0	15,5	3,0	14,0	8,5	8,5	4,5	6,5	7,0	6,0	7,0	3,0	3,0	1,0	198,0
	44,0 (4,0)	50,0	38,0 (4,0)	70,0 (4,0)	70,0 (4,0)	114,0 (4,0)	88,5 (32,0)	78,5 (4,0)	68,0 (14,0)	82,5 (34,0)	133,5 (14,0)	126,0 (40,0)	87,0 (10,0)	110,0 (16,0)	80,0 (16,0)	80,0 (4,0)	48,0 (8,0)	66,0 (36,0)	58,0 (12,0)	46,0 (10,0)	50,0 (6,0)	56,0	32,0 (4,0)	8,0	1684,0 (280,0)
	48,0	50,0	42,0	74,0	74,0	118,0	120,5	82,5	82,0	116,5	147,5	166,0	97,0	126,0	96,0	84,0	56,0	102,0	70,0	56,0	56,0	56,0	36,0	8,0	1961,0

sistemi di equazioni lineari in x ed y , per ciascun sistema l'errore quadratico medio. Si assume come valore più probabile di t_0 , quel valore di t cui corrisponde il valore minimo del detto errore. Con l'applicazione di tale metodo si è ottenuto all'incirca il valore:

$$t_0 = 2,7 \times 10^9 \text{ anni.}$$

Si è voluto inoltre applicare anche il metodo che può dirsi delle intersezioni. Se difatti s'indicano con q_i e q_j le relazioni corrispondenti alla i -ma ed alla j -ma galena, risulta agevole eliminare tra esse la x o la y , ottenendosene in effetti le due altre relazioni:

$$X_{ij}(x, t) = 0$$

$$Y_{ij}(y, t) = 0$$

rispettivamente in x, t ed in y, t . In tal modo, escludendo evidentemente gli accoppiamenti tra le galene coetanee, si hanno 45 relazioni in x, t ed altrettante in y, t . La rappresentazione grafica di entrambi i gruppi di curve ha consentito inoltre la deduzione delle coordinate dell'eventuale punto d'intersezione di ciascuna curva con tutte le altre curve del medesimo gruppo. La constatazione di parallelismi di curve fino alla pratica o totale sovrapposizione rimane solo parzialmente giustificata spesso dalla coetaneità dei due accoppiamenti necessari per la deduzione dell'incrocio. Mentre difatti da un canto pratici parallelismi si hanno anche per coppie distintamente costituite da galene non coetanee, d'altro canto si hanno netti incroci anche in casi nei quali, a quanto è stato detto, non si sarebbero dovuti presentare. In effetti su 1980 incroci teorici, complessivamente per i due gruppi, nell'intervallo, di t , espresso in 10^9 : $1,5 \div 5,5$, se ne osservano all'incirca solo il 50% di cui circa il 7% corrispondenti ad incroci anomali, mentre solo presso a poco il 43% relativi ad incroci normali. L'altro 44% degli incroci normali corrisponde o ad andamenti praticamente paralleli o ad incroci verificantisi all'esterno dell'indicato intervallo. Dall'andamento delle frequenze degli incroci (vedi fig. 1) si nota una distribuzione irregolare con la presenza di tre distinti massimi di cui il centrale (all'incirca per $t = 3,5 \times 10^9$ anni), per il numero relativamente cospicuo dei punti che ad esso si riferiscono e per la pratica regolarità dell'andamento della distribuzione delle frequenze verso i valori crescenti di t , può ritenersi il principale. Degli altri due il massimo per circa $2,5 \times 10^9$ presenta in

quanto a distribuzione delle frequenze contigue, sebbene con un numero relativamente ridotto di punti, caratteristiche normali, l'altro invece, a circa $4,4 \times 10^9$, è costituito da una lieve gobba che risulta

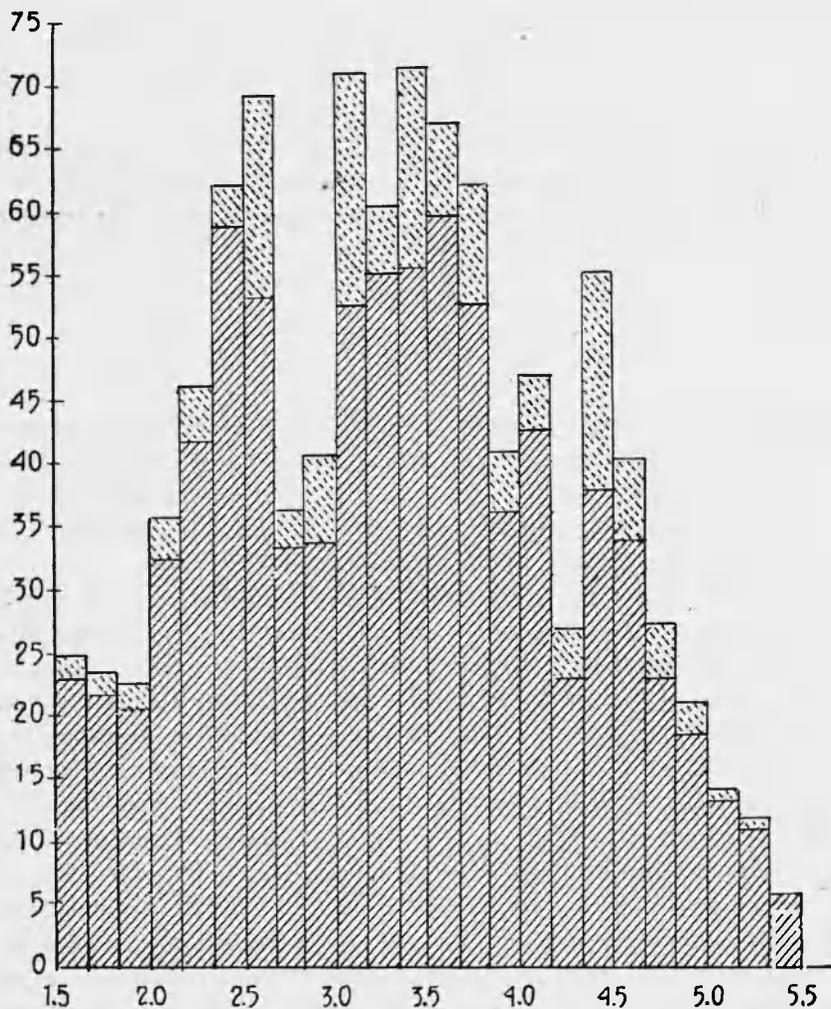


Fig. 1

maggiormente evidente per l'azione determinata da un numero relativamente rilevante di incroci anomali. Nella figura gl'incroci anomali sono rappresentati dalle altezze dei rettangoli punteggiati, mentre quelli normali dalle altezze dei rettangoli tratteggiati. Per l'individuazione inoltre dello eventuale contributo delle singole galene ai

TABELLA II

	2,0		2,5			3,0			3,5			4,0		4,5			5,0			
5,0	6,0	8,0	16,5	19,0	15,5	8,0	2,5	9,0	3,0	5,5	10,0	5,0	1,5	4,5	0,5	11,0	10,5	10,5	4,0	—
—	—	(2,0)	(1,0)	(0,5)	(3,5)	(1,0)	(3,0)	(4,0)	(1,0)	(6,5)	(2,5)	(3,0)	—	(2,0)	(1,5)	(2,0)	(1,5)	—	(1,0)	—
5,0	6,0	10,0	17,5	19,5	19,0	9,0	5,5	13,0	4,0	12,0	12,5	8,0	1,5	6,5	2,0	13,0	12,0	10,5	5,0	—
1,0	4,0	4,5	5,5	5,0	7,5	1,5	7,0	19,0	12,0	13,0	21,5	21,5	9,0	6,0	5,0	6,5	7,0	4,5	4,0	—
(2,0)	—	—	—	(0,5)	(3,5)	(1,0)	(2,0)	(3,0)	(2,0)	(5,5)	(4,5)	(3,0)	(1,0)	(2,5)	(1,5)	(7,0)	(2,0)	(2,0)	(1,0)	—
3,0	4,0	4,5	5,5	5,5	11,0	2,5	9,0	22,0	14,0	18,5	26,0	24,5	10,0	8,5	6,5	13,5	9,0	6,5	5,0	—
2,0	4,5	3,0	7,0	4,0	4,5	4,0	8,5	12,5	11,5	8,5	16,0	8,5	9,0	18,5	4,5	9,0	2,5	—	—	—
—	—	(1,0)	(2,0)	—	(2,0)	—	(1,0)	(1,0)	(1,0)	—	(2,0)	(2,0)	(1,0)	(2,5)	(0,5)	(7,5)	(3,5)	(1,0)	—	—
2,0	4,5	4,0	9,0	4,0	6,5	4,0	9,5	13,5	12,5	8,5	18,0	10,5	10,0	21,0	5,0	16,5	6,0	1,0	—	—
2,5	2,0	5,5	12,5	15,5	12,5	8,0	2,5	6,0	6,0	4,5	10,0	4,5	8,5	17,5	6,0	12,0	9,5	1,5	2,0	—
(1,0)	(1,0)	(1,5)	(3,5)	(1,0)	—	—	(2,5)	(7,0)	(1,5)	(2,0)	(1,0)	(2,0)	(1,0)	(2,0)	(1,0)	(2,5)	(0,5)	—	(1,0)	—
3,5	3,0	7,0	16,0	16,5	12,5	8,0	5,0	13,0	7,5	6,5	11,0	6,5	9,5	19,5	7,0	14,5	10,0	1,5	3,0	—
1,0	1,0	4,0	2,0	6,5	6,5	3,0	1,5	6,5	6,5	5,0	16,0	17,5	7,5	4,0	4,0	9,5	6,0	8,0	2,0	—
—	—	(1,0)	—	(0,5)	(6,5)	(1,0)	—	(7,5)	(1,5)	(2,0)	(1,5)	(3,5)	(1,0)	(1,0)	(1,5)	(1,0)	(0,5)	(1,0)	—	—
1,0	1,0	5,0	2,0	7,0	13,0	4,0	1,5	14,0	8,0	7,0	17,5	21,0	8,5	5,0	5,5	10,5	6,5	9,0	2,0	—
2,5	7,0	7,0	7,0	6,5	8,5	5,5	9,0	13,5	9,0	8,5	12,0	5,5	4,0	3,5	3,0	1,5	—	1,0	1,0	—
(2,0)	—	(1,0)	(1,0)	(0,5)	(7,5)	(1,0)	(1,0)	(4,0)	(1,0)	(2,0)	(1,0)	(2,0)	—	(1,0)	—	(2,0)	—	—	—	—
4,5	7,0	8,0	8,0	7,0	16,0	6,5	10,0	17,5	10,0	10,5	13,0	7,5	4,0	4,5	3,0	3,5	—	1,0	1,0	—
1,5	—	3,0	3,0	3,5	7,5	3,0	5,0	15,5	9,0	15,0	13,0	5,5	2,5	5,0	3,0	8,5	9,5	2,5	1,0	—
(1,0)	(1,0)	(1,5)	(2,5)	(1,0)	(1,0)	(2,0)	(1,0)	(2,0)	(1,0)	(2,0)	(1,5)	(1,5)	—	(2,0)	—	(2,0)	—	(1,0)	(1,0)	—
2,5	1,0	4,5	5,5	4,5	8,5	5,0	6,0	17,5	10,0	17,0	14,5	7,0	2,5	7,0	3,0	10,5	9,5	3,5	2,0	—
4,5	6,0	10,5	9,5	8,5	12,0	9,0	9,0	10,5	6,0	11,0	17,0	7,5	7,5	8,0	5,5	4,0	7,0	4,0	1,0	—
(2,0)	(2,0)	(2,0)	—	—	(2,0)	—	—	(2,0)	—	(2,0)	—	—	—	—	—	(2,0)	—	—	—	—
5,5	8,0	12,5	9,5	8,5	14,0	9,0	9,0	12,5	6,0	13,0	17,0	7,5	7,5	8,0	5,5	6,0	7,0	4,0	1,0	—
5,0	3,5	5,0	9,5	6,5	9,5	4,0	7,5	14,0	5,0	6,0	14,5	3,0	2,0	7,5	5,0	8,5	8,0	6,0	5,0	—
—	—	—	(1,0)	(2,5)	(2,5)	(1,0)	(1,0)	(5,0)	—	—	(2,5)	(2,5)	—	(0,5)	(1,5)	(4,0)	(2,5)	(0,5)	—	—
5,0	3,5	5,0	10,5	9,0	12,0	5,0	8,5	19,0	5,0	6,0	17,0	5,5	2,0	8,0	6,5	12,5	10,5	6,5	5,0	—
7,0	4,0	7,0	13,0	24,5	20,5	5,5	7,5	13,0	8,5	11,0	14,0	9,0	6,0	6,5	4,0	9,0	12,0	6,0	2,0	—
—	—	—	(3,0)	(0,5)	(2,5)	(1,0)	(1,0)	(5,0)	—	(1,0)	(1,5)	(2,5)	—	(0,5)	(0,5)	(2,0)	(3,5)	(0,5)	—	—
7,0	4,0	7,0	16,0	25,0	23,0	6,5	8,5	18,0	8,5	12,0	15,5	11,5	6,0	7,0	4,5	11,0	15,5	6,5	2,0	—
4,0	6,0	2,5	12,5	22,5	21,5	4,5	8,5	10,0	11,5	11,0	10,0	14,5	8,5	11,0	3,5	6,5	6,0	4,0	2,0	—
—	—	—	—	(1,0)	(1,0)	—	—	(1,0)	(1,0)	—	(2,0)	—	—	—	—	(2,0)	—	—	—	—
4,0	6,0	2,5	12,5	23,5	22,5	4,5	8,5	11,0	12,5	11,0	12,0	14,5	8,5	11,0	3,5	8,5	6,0	4,0	2,0	—
5,0	44,0	60,0	98,0	122,0	126,0	56,0	68,5	129,5	88,0	99,0	154,0	102,0	66,0	92,0	44,0	86,0	78,0	48,0	24,0	—
(8,0)	(4,0)	(10,0)	(14,0)	(8,0)	(32,0)	(8,0)	(12,5)	(41,5)	(10,0)	(23,0)	(20,0)	(22,0)	(4,0)	(14,0)	(8,0)	(34,0)	(14,0)	(6,0)	(4,0)	—
4,0	48,0	70,0	112,0	130,0	158,0	64,0	81,0	171,0	98,0	122,0	174,0	124,0	70,0	106,0	52,0	120,0	92,0	54,0	28,0	—

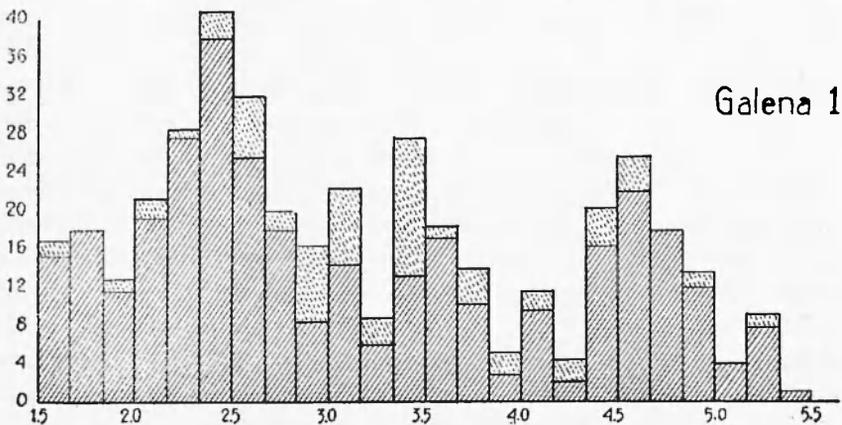
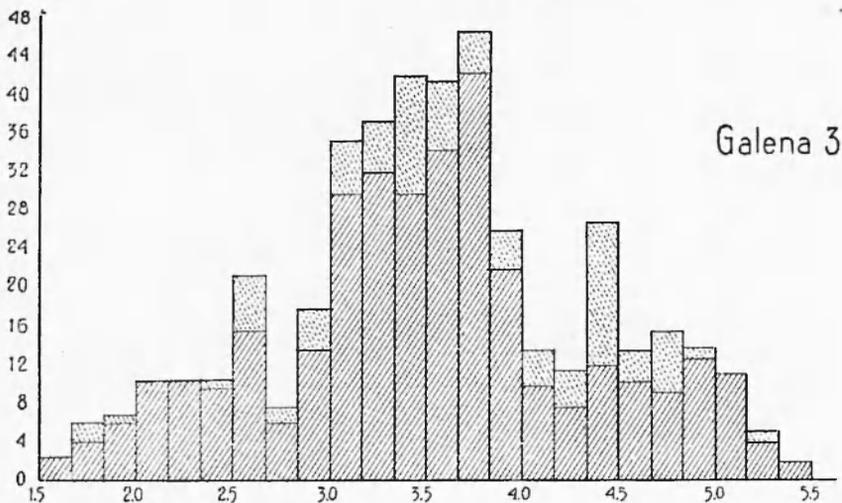
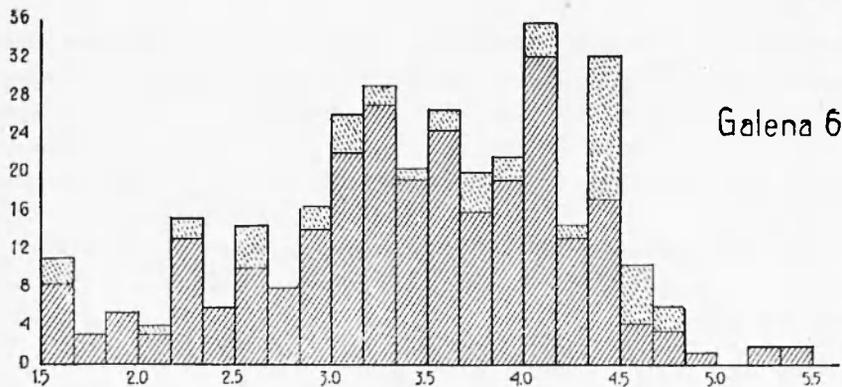


Fig. 2

tre indicati massimi si è attribuito il tempo ottenuto a ciascuna delle quattro galene costituenti le due distinte coppie da cui si è rilevato l'incrocio. Nel caso in cui nei due accoppiamenti una galena è figurata due volte, anche il tempo è stato assegnato ad essa due volte. Si sono così avuti i valori riportati nelle unite tavole: la tavola I relativa alle curve x, t ; la tavola II relativa alle curve y, t ; mentre la tavola III si riferisce alla somma dei corrispondenti valori delle due tavole precedenti. Nelle tavole sono indicati distintamente i valori relativi agl'incroci normali e quelli (tra parentesi) relativi agl'incroci

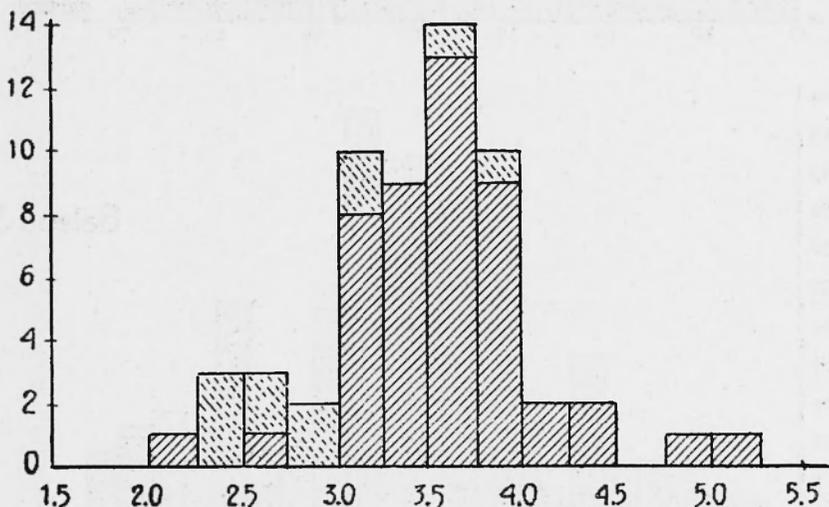


Fig. 3

anomali nonchè i totali. Per ciascuna galena, salvo per la 13, per la quale presentano quasi identica importanza ambedue i massimi estremi, si nota una decisa prevalenza di uno solo dei tre indicati massimi. Si riproducono nella figura 2 i soli andamenti relativi alle galene 1, 3, 6 pei quali si notano i massimi rispettivamente, per t in 10^9 , intorno a 2,4; 3,7; 4,1. Avendo considerato come si è detto, principale il massimo centrale si è ritenuto opportuno di rieseguire i medesimi precedenti calcoli, escludendo le galene per le quali nella distribuzione delle frequenze si ha un deciso contributo pei massimi estremi. Sono state quindi prese in considerazione le sole sei galene indicate coi numeri: 3, 16, 17, 18, 20, 22. Anche in tale caso i due distinti metodi: quello dei valori discreti e l'altro delle intersezioni, non danno per t_0 il medesimo valore. E precisamente mentre in base al primo si ha $t_0 = 2,6 \times 10^9$ anni, la distribuzione della frequenza

TABELLA III

$x + y$	1,5	2,0		2,5		3,0		3,5		4,0		4,5		5,0		5,5									
1	15,0 (1,5)	18,0	11,5 (1,0)	19,0 (2,0)	27,5 (1,0)	38,0 (2,5)	25,5 (6,5)	18,0 (2,0)	8,5 (6,0)	14,5 (8,0)	6,0 (2,5)	13,0 (14,5)	15,5 (3,0)	10,0 (4,0)	3,0 (2,0)	9,5 (2,0)	2,0 (2,5)	16,5 (4,0)	22,0 (3,5)	15,5	12,0 (1,0)	4,0	8,0 (1,0)	1,0	333,5 (70,5)
	16,5	18,0	12,5	21,0	28,5	40,5	32,0	20,0	14,5	22,5	8,5	27,5	18,5	14,0	5,0	11,5	4,5	20,5	25,5	15,5	13,0	4,0	9,0	1,0	404,0
3	2,5	4,0 (2,0)	6,0 (1,0)	10,5	10,5	10,0 (0,5)	15,5 (6,5)	5,5 (2,0)	14,0 (4,0)	29,5 (6,0)	33,0 (4,5)	30,0 (12,5)	35,0 (7,0)	43,0 (4,0)	22,5 (4,0)	10,0 (3,5)	8,0 (3,5)	12,0 (15,0)	10,5 (3,0)	9,5 (6,0)	13,0 (1,0)	11,0	4,0 (1,0)	2,0	351,5 (87,0)
	2,5	6,0	7,0	10,5	10,5	10,5	22,0	7,5	18,0	35,5	37,5	42,5	42,0	47,0	26,5	13,5	11,5	27,0	13,5	15,5	14,0	11,0	5,0	2,0	438,5
6	8,5 (2,5)	3,0	5,5	3,0 (1,0)	13,5 (2,0)	6,0	10,5 (4,0)	8,0	14,5 (2,0)	22,5 (4,0)	29,0 (2,0)	19,5 (1,0)	25,0 (4,0)	16,0 (4,0)	19,5 (2,0)	32,5 (3,5)	13,0 (1,5)	17,0 (15,5)	4,0 (6,5)	3,0 (3,0)	1,0	—	2,0	2,0	278,5 (158,5)
	11,0	3,0	5,5	4,0	15,5	6,0	14,5	8,0	16,5	26,5	31,0	20,5	29,0	20,0	21,5	36,0	14,5	32,5	10,5	6,0	1,0	—	2,0	2,0	337,0
13	6,0 (1,0)	5,5 (1,0)	5,5 (1,0)	10,5 (2,5)	20,0 (4,5)	34,0 (2,0)	20,5	17,5	7,5 (4,5)	7,0 (13,0)	11,5 (3,5)	13,0 (6,0)	16,0 (2,0)	9,5 (5,0)	19,5 (2,0)	30,5 (2,0)	15,0 (2,0)	22,0 (6,5)	11,5 (0,5)	6,5	6,0 (3,0)	11,0	5,0 (1,0)	3,0	314,0 (63,0)
	7,0	6,5	6,5	13,0	24,5	36,0	20,5	17,5	12,0	20,0	15,0	19,0	18,0	14,5	21,5	32,5	17,0	28,5	12,0	6,5	9,0	11,0	6,0	3,0	377,0
16	8,0 (1,5)	1,0	2,0	7,0 (1,0)	4,0	10,5 (0,5)	11,0 (13,5)	6,5 (2,0)	4,0	9,0 (14,5)	14,5 (3,5)	10,0 (5,0)	28,0 (2,5)	37,0 (5,5)	15,5 (4,0)	8,5 (2,0)	6,5 (2,5)	15,0 (4,0)	14,0 (0,5)	10,0 (2,0)	4,0	3,0	6,0	2,0	237,0 (64,5)
	9,5	1,0	2,0	8,0	4,0	11,0	24,5	8,5	4,0	23,5	18,0	15,0	30,5	42,5	19,5	10,5	9,0	19,0	14,5	12,0	4,0	3,0	6,0	2,0	301,5
17	13,5 (0,5)	13,0 (2,0)	13,5 (1,0)	14,5 (1,0)	11,0 (1,0)	13,0 (0,5)	13,0 (15,5)	11,0 (1,0)	14,5 (2,5)	24,5 (4,5)	24,0 (2,0)	21,5 (5,0)	16,0 (2,0)	12,5 (5,0)	9,5	8,0 (1,0)	5,0	3,0 (5,0)	0,5	4,0	1,0	—	—	—	264,5 (51,5)
	14,0	15,0	14,5	15,5	12,0	13,5	28,5	12,0	17,0	31,0	26,0	26,5	18,0	17,5	9,5	9,0	5,0	8,0	0,5	4,0	1,0	—	—	—	298,0
18	1,5 (1,0)	4,5 (1,0)	1,0 (1,0)	6,0 (2,5)	6,0 (3,5)	5,5 (2,0)	12,5 (2,0)	9,0 (3,0)	9,0 (2,5)	25,0 (3,5)	25,0 (2,0)	31,0 (6,0)	21,0 (2,5)	11,5 (1,5)	4,0 (2,0)	10,0 (3,0)	6,0	15,5 (4,0)	16,0	7,5 (2,0)	6,0 (1,0)	4,0	4,0 (1,0)	2,0	244,0 (47,0)
	2,5	5,5	2,0	8,5	9,5	7,5	14,5	12,0	11,5	28,5	27,5	37,0	23,5	13,0	6,0	13,0	6,0	19,5	16,0	9,5	7,0	4,0	5,0	2,0	291,0
20	11,0	5,5 (2,0)	9,5 (2,0)	18,0 (2,0)	18,0 (2,0)	19,0	20,0 (4,0)	21,0	21,0 (1,0)	15,5 (3,0)	13,5 (1,0)	26,5 (4,0)	27,0	16,5	17,5	15,0	9,5	10,5 (2,0)	12,5	6,0	1,0 (2,0)	8,0	1,0	5,0	328,0 (25,0)
	11,0	7,5	11,5	20,0	20,0	19,0	24,0	21,0	22,0	18,5	14,5	30,5	27,0	16,5	17,5	15,0	9,5	12,5	12,5	6,0	3,0	8,0	1,0	5,0	353,0
22	3,0	6,0	6,5	13,0 (2,0)	16,5 (1,0)	10,5 (2,5)	16,0 (4,5)	13,0 (1,0)	11,0 (1,5)	24,0 (7,5)	12,0	11,0 (3,0)	24,5 (3,5)	7,5 (4,5)	7,0 (2,0)	13,5 (0,5)	11,5 (2,5)	16,0 (6,5)	12,5 (5,0)	10,0 (1,5)	15,0 (1,0)	7,0	6,0	3,0	276,0 (50,0)
	3,0	6,0	6,5	15,0	17,5	13,0	20,5	14,0	12,5	31,5	12,0	14,0	28,0	12,0	9,0	14,0	14,0	22,5	17,5	11,5	16,0	7,0	6,0	3,0	326,0
23	10,5	14,5	10,0 (1,0)	17,0	21,5 (3,0)	45,5 (0,5)	35,0 (4,5)	14,5 (1,0)	16,0 (2,5)	21,0 (6,5)	25,0 (2,0)	25,0 (4,0)	20,0 (1,5)	20,0 (4,5)	11,0 (2,0)	15,0 (0,5)	7,5 (1,5)	13,5 (3,5)	19,5 (7,0)	12,0 (1,5)	6,0 (1,0)	5,0	4,0	1,0	390,0 (48,0)
	10,5	14,5	11,0	17,0	24,5	46,0	39,5	15,5	18,5	27,5	27,0	29,0	21,5	24,5	13,0	15,5	9,0	17,0	26,5	13,5	7,0	5,0	4,0	1,0	438,0
25	12,5	11,0	11,0	11,5	19,5	44,0 (1,0)	35,0 (3,0)	10,5	16,5	19,5 (3,0)	27,5 (1,0)	24,5 (2,0)	13,0 (2,0)	28,5	17,0	19,5	8,0	11,0 (4,0)	13,0	10,0	9,0	3,0	4,0	3,0	382,0 (16,0)
	12,5	11,0	11,0	11,5	19,5	45,0	38,0	10,5	16,5	22,5	28,5	26,5	15,0	28,5	17,0	19,5	8,0	15,0	13,0	10,0	9,0	3,0	4,0	3,0	398,0
	92,0 (8,0)	86,0 (8,0)	82,0 (8,0)	130,0 (14,0)	168,0 (18,0)	236,0 (12,0)	214,5 (64,0)	134,5 (12,0)	136,5 (26,5)	212,0 (75,5)	221,5 (24,0)	225,0 (63,0)	241,0 (30,0)	212,0 (38,0)	146,0 (20,0)	172,0 (18,0)	92,0 (16,0)	152,0 (70,0)	136,0 (26,0)	94,0 (16,0)	74,0 (10,0)	56,0	44,0 (4,0)	24,0	3381,0 (581,0)
	100,0	94,0	90,0	144,0	186,0	248,0	278,5	146,5	163,0	287,5	245,5	288,0	271,0	250,0	166,0	190,0	108,0	222,0	162,0	110,0	84,0	56,0	48,0	24,0	3962,0

degli incroci, sempre nell'intervallo considerato (fig. 3), consente di ottenere per t_0 il valore di circa $3,45 \times 10^9$ anni. Per questi incroci si ha in effetti un comportamento analogo a quello indicato precedentemente: precisamente su 132 incroci teorici se ne osservano in detto intervallo solo circa il 45% di cui presso a poco il 9% corrispondenti ad incroci anomali. Spiegazione identica a quella già data in precedenza si ha nei riguardi dell'assenza dei prevedibili incroci normali. La diversità nei valori ottenuti seguendo uno o l'altro dei due metodi viene però giustificata in base alla constatata irregolarità nelle distribuzioni e particolarmente in base al fatto che la gran parte degli inosservati incroci normali, ammontanti all'incirca al 44% nell'esame delle 11 galene ed al 50% nell'esame invece delle 6 galene, si verifica, senza presentare alcun particolare addensamento, per valori di t inferiori ad $1,5 \times 10^9$ anni, finanche negativi, in modo da determinare nel valore medio (che dovrebbe presso a poco coincidere col valore ottenuto mediante il metodo dei valori discreti) un valore più basso di quello cui corrisponde il valore del massimo di frequenza. In effetti, come si osserva specie dal grafico della figura 1, mentre a $5,5 \times 10^9$ il valore della frequenza degli incroci è già presso a poco nullo, ad $1,5 \times 10^9$ invece si ha già un numero d'incroci relativamente rilevante, che solo gradualmente si riduce col diminuire di t .

Se dal punto di vista matematico la diversità dei valori risulta del tutto giustificata; la dissimmetria e la irregolarità nell'andamento delle frequenze, nonché la presenza di almeno due massimi di frequenza esigono invece una interpretazione fisica. Si osserva innanzitutto che l'enunciato metodo di Holmes si poggia sull'assunzione che nella disintegrazione relativa alle tre famiglie radioattive, alla riduzione di ogni singolo atomo del capostipite corrisponde l'aumento di un atomo del relativo isotopo di piombo. Una tale condizione potrebbe essere ritenuta sicuramente soddisfatta solo nel caso in cui tra i membri di transizione delle varie famiglie non vi fossero elementi volatili. Nell'altro caso risulta ovvia la possibilità di fuga o di apporto di atomi del membro volatile con la conseguente presenza di un numero di atomi radiogenici di piombo diverso da quello che si sarebbe avuto in base all'ammissione teorica. Questa considerazione e precisamente l'ammissione, ancora giustificata, di una prevalenza di fughe con la conseguenza ovvia di una riduzione nel numero presente di atomi di piombo radiogenici e quindi anche nel valore di t , dà contemporaneamente la spiegazione delle osservate anomalie. Oltre al constatato andamento delle frequenze può ritenersi una prova di una

effettiva alterazione nelle ottenute abbondanze, l'entità del medio scostamento rispetto all'andamento medio dei valori: abbondanza-età, variabile a seconda dell'isotopo di piombo considerato. Anche soffermandosi ad un'indagine qualitativa, può dirsi che esso risulta relativamente grande per il Pb_{206} , esiguo per il Pb_{207} , intermedio per il Pb_{208} , in accordo con i valori del periodo dell'elemento volatile da cui essi potrebbero avere origine e cioè del Rn , dell' An , del Tn , ai quali corrispondono per il periodo, rispettivamente i valori: 3^e , 823; 54^s , 5; 3^e , 92.

Lo stesso Jeffreys ha infatti constatato per ciascun gruppo di galene coetanee che, mentre per il Pb_{206} e per il Pb_{208} si hanno variazioni nei valori delle abbondanze relative in senso concorde e pressoché lineare; per il Pb_{207} si ha invece un'inattesa esigua variazione. Anzi Jeffreys che ha creduto di stabilire un metodo per la ricerca dell'età della crosta, basato sulla deduzione di detti medi scostamenti, in quanto ritenuti derivanti da dispersioni nelle abbondanze iniziali dei capostipiti delle famiglie radioattive nelle differenti parti della crosta primitiva, ha dovuto proporre di limitare l'esame solamente per il Pb_{206} e per il Pb_{208} . Le precedenti considerazioni, con l'attribuire le notate deviazioni in tutto od anche in parte ad altra origine, lascerebbero però escludere la possibilità di applicazione del metodo di Jeffreys. In quanto al metodo di Holmes può concludersi invece sulla necessità di ulteriori analisi isotopiche, spinte anche a galene più antiche, prima di poter avere in base ad esso un accettabile valore per l'età della crosta. In effetti potrebbero presentarsi due casi: o che nell'eventuale bilancio di perdite e di acquisti vi sia stato un perfetto compenso ed in tal caso il metodo, pur con qualche lieve ritocco, può essere applicato nel modo anzidetto con prevedibile accordo tra i valori ottenuti; oppure, come è presumibile, che vi sia stata una prevalenza di fuga sugli apporti (e teoricamente è ammissibile anche il viceversa) ed in quest'altro caso, prima dell'applicazione, è necessario apportare ai dati originali opportune correzioni, di cui si vede la possibilità di deduzione attraverso indagini critiche degli osservati comportamenti.

RIASSUNTO

In base alle analisi isotopiche di 13 galene viene dedotta l'età della crosta terrestre, seguendo i metodi dei valori discreti nonché delle intersezioni. Il disaccordo dei risultati, nonché la pluralità dei valori ottenuti col secondo metodo, sono attribuiti a diverse cause tra le quali l'eventualità di fughe o di apporti di elementi volatili, alteranti pertanto le condizioni basilari del problema. Le effettuate considerazioni lascerebbero da un canto escludere la possibilità di applicazioni del metodo di Jeffreys e d'altro canto dedurre per l'uso del metodo di Holmes l'introduzione di particolari correzioni ai dati originali o l'indispensabilità di un numero di analisi isotopiche notevolmente maggiori rispetto all'attuale.

SUMMARY

On the basis of isotopic analysis of 13 samples of lead ores, the age of the earth's crust has been determined using the method of discrete values as well as the intersections. The disagreement in the results, as well as the diversity of values obtained with the second method, is attributed to various causes among which are the possibilities of escape or adsorption of volatile elements, thus altering the basic conditions of the problem. These considerations would exclude on one hand the possibility of applying the method of Jeffreys, and on the other hand, in order to apply the method of Holmes, would require the introduction of particular corrections to the original data, or a number of isotopic analyses notably greater than that actually obtained.