

# Sondeos electromagnéticos inductivos: Teoría, método y aplicación

SANDRA ESPERANZA SÁNCHEZ S.

Departamento de Geociencias - Maestría en Geofísica - Universidad Nacional de Colombia

LUIS ALBERTO BRICEÑO G.

Profesor asociado - Departamento de Geociencias - Facultad de Ciencias - Universidad Nacional de Colombia

## RESUMEN

Se estudia la teoría electromagnética para encontrar la respuesta de un medio conductor homogéneo con una intrusión conductora bidimensional, para el caso de una fuente unidimensional (alambre largo) y una bobina receptora. Se desarrolló un programa para encontrar las características de las partes real e imaginaria de la señal que dan información acerca de parámetros como profundidad, dimensiones de la intrusión y contraste de conductividad. Se muestra además la teoría para la construcción de un modelo a escala en el que las medidas tomadas sean representativas de las tomadas en campo real.

PALABRAS CLAVE: SONDEO ELECTROMAGNÉTICO, CAMPOS INDUCIDOS, PROSPECCIÓN GEOELÉCTRICA

## ABSTRACT

In this paper we investigate the electromagnetic response of a two-dimensional target buried in a half space conducting earth. The electromagnetic source is an infinite wire. We develop a numerical program to find information about parameters like deep, conductivity contrast and target's dimensions. This information is obtained through the imaginary and real part of the response signal. Furthermore, we show the theory of the scaling modeling in electromagnetic sounding to compare the theoretical results with laboratory measurements.

KEY WORDS: ELECTROMAGNETIC EXPLORING, INDUCED FIELDS, GEOELECTRICAL PROSPECTING

## INTRODUCCIÓN

Siempre que un cuerpo conductor se halla en presencia de un campo electromagnético, se producen en su superficie corrientes de remolino o corrientes de Foucault (Landau y Lifshitz, 1975), que son el resultado de aplicar la ley de inducción a cuerpos extensos; si el cuerpo conductor está enterrado, estas corrientes serán de gran ayuda para su detección ya que ellas generan campos electromagnéticos que pueden ser medidos en la superficie y ofrecen información acerca de las características eléctricas y magnéticas de dicho cuerpo. En la figura 1 se muestra de manera cualitativa el campo producido por una bobina (primario), el campo producido por la intrusión conductora (secundario) y cómo la suma de estos dos campos (resultante) es captada por la bobina receptora. Sin embargo, en

muchos casos la respuesta de la intrusión se ve afectada por la conductividad del medio encajante que apantalla tanto el campo primario como el secundario. En este artículo se estudia el efecto de este apantallamiento tomando como base el trabajo de Hohmann (Hohmann y Stanley, 1988), y se muestran los componentes del campo que ofrecen mayor información acerca de las características del cuerpo enterrado.

## FUNDAMENTOS TEÓRICOS

El problema particular que se propone trabajar es calcular el campo secundario producido por un cuerpo bidimensional de conductividad  $\sigma$  enterrado en un medio homogéneo de conductividad  $\sigma^*$  en presencia de un campo primario producido por un alambre infinito en el cual circula una corriente alterna (figura 2).

Se parte de las ecuaciones de Maxwell, las cuales, en el dominio del tiempo están expresadas así:

$$\nabla \times e + \frac{\partial b}{\partial t} = 0$$

$$\nabla \times h - \frac{\partial d}{\partial t} = j$$

$$\nabla \cdot b = 0$$

$$\nabla \cdot d = \rho$$

Donde  $e$  es el campo eléctrico,  $b$  es la inducción magnética,  $h$  es el campo magnético,  $d$  representa el campo de desplazamiento eléctrico,  $j$  es la densidad de corriente y  $\rho$  es la densidad de carga.

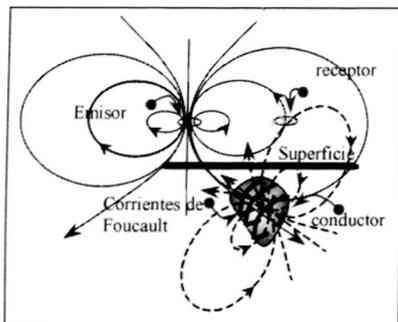


Figura 1. Diagrama generalizado de prospección electromagnética. Las líneas continuas representan el campo primario y las punteadas el campo secundario

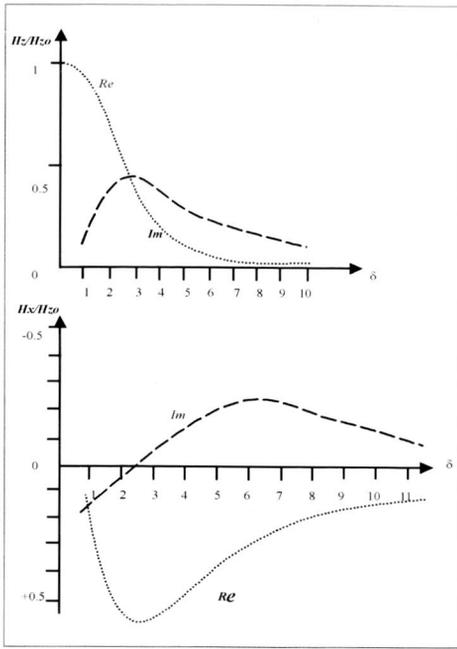


Figura 2. Componentes x y z del campo magnético producido por un hilo infinito de corriente en un semiespacio conductor

Mediante el tratamiento de estas ecuaciones y usando la aproximación cuasiestática (Orellana, 1974), en la cual se considera que las corrientes de desplazamiento son pequeñas comparadas con las de conducción, y que por tanto pueden despreciarse, se obtienen las ecuaciones de Helmholtz (Hohmann y Stanley, 1988) tanto para los campos como para el potencial vectorial.

$$\nabla^2 \mathbf{E} + k^2 \mathbf{E} = 0$$

$$\nabla^2 \mathbf{H} + k^2 \mathbf{H} = 0 \quad (1)$$

$$\nabla^2 \mathbf{A} + k^2 \mathbf{A} = 0$$

Donde  $k$  es conocida como la constante de propagación o número de ondas por radián.

Las ecuaciones (1) son ecuaciones de difusión y tienen soluciones de la forma:

$$A_x = N e^{ikz} e^{-i\omega t}$$

$$B_x = -i\gamma N e^{ikz} e^{-i\omega t}$$

$$E_x = i\omega N e^{ikz} e^{-i\omega t}$$

donde  $N$  es una constante por definir.

Estas expresiones muestran que el vector potencial, al igual que los campos y por tanto la densidad de corriente, presentan una variación sinusoidal en el tiempo, y decrecen exponencialmente con la profundidad. Este decrecimiento depende del factor de atenuación, el cual, dentro de la aproximación cuasiestática, es:

$$b = \left( \frac{\omega\mu}{2\rho} \right)^{1/2}$$

donde  $\omega$  es la frecuencia,  $\mu$  la permeabilidad magnética y  $\rho$  la resistividad.

La profundidad a la cual los campos han decrecido hasta  $e^{-1}$  de su valor en superficie se denomina profundidad de penetración o profundidad piel, y está definida así:

$$\delta = \frac{1}{b} = \left( \frac{\omega\mu}{2\rho} \right)^{-1/2}$$

Es muy común en geofísica hacer uso de los potenciales de Sherkunoff,  $A$  y  $F$ , mediante los cuales los campos eléctrico y magnético pueden expresarse como:

$$\mathbf{H} = \nabla \times \mathbf{A}$$

$$\mathbf{E} = -\nabla \times \mathbf{F}$$

Para facilitar las labores de cálculo, suelen utilizarse los modos de propagación transversal eléctrico ( $T_E$ ), en el cual el vector campo eléctrico es normal al plano de incidencia, y transversal magnético ( $T_M$ ), en el cual el vector campo eléctrico está en el plano de incidencia. En lo que sigue se trabajará en uno de estos dos modos, según sea conveniente.

Problemas tales como el campo producido por una fuente lineal en el vacío y el campo producido por la misma fuente en presencia de un semiespacio conductor homogéneo se pueden resolver directamente.

Para la fuente lineal en el vacío se tienen las siguientes expresiones para los campos (Orellana, 1974):

$$\mathbf{E}(x, z) = -\frac{i\omega\mu I}{2\pi} K_0 \left[ ik(x^2 + z^2)^{1/2} \right] \mathbf{u}_y$$

$$\mathbf{H}(x, z) = \frac{ikI}{2\pi} K_1 [ikr] \left( \frac{z}{r} \mathbf{u}_x - \frac{x}{r} \mathbf{u}_z \right)$$

donde  $r = (x^2 + z^2)^{1/2}$ ,  $K_0$  y  $K_1$  son las funciones modificadas de Bessel de segunda especie de orden cero y uno, respectivamente (Sánchez, 1999).

Nótese que en la superficie ( $z = 0$ ) el campo  $H$  posee únicamente componente  $z$ , y además en la aproximación cuasiestática  $K_1(ikr) \approx ikr$ , y por consiguiente se tiene que en la superficie el campo decae con el inverso de la distancia lateral a la fuente y está desfasado  $-90^\circ$  (con respecto a la corriente que circula por el alambre).

Para el alambre largo sobre un medio conductor homogéneo los campos  $E$  y  $H$  son:

$$E_y(x, z) = -\frac{\hat{z}_0 I}{\pi} \int_0^\infty \frac{1}{u_0 + u_1} e^{u_0 z} \cos(\lambda x) d\lambda$$

$$H_x(x, z) = -\frac{I}{\pi} \int_0^\infty \frac{u_0}{u_0 + u_1} e^{u_0 z} \cos(\lambda x) d\lambda$$

$$H_z(x, z) = -\frac{\hat{z}_0 I}{2\pi} \int_0^\infty \frac{\lambda}{u_0 + u_1} e^{u_0 z} \text{sen}(\lambda x) d\lambda$$

donde  $u_n = (k_x^2 - k_n^2)^{\frac{1}{2}}$ ,  $I$  es la corriente que circula por el alambre,  $\hat{z}_0$  la impedancia del aire y  $\lambda=k_x$ ; estas ecuaciones están expresadas en forma integral y por consiguiente es difícil visualizar su contenido. En la figura 3 se muestran los dos componentes del campo magnético.

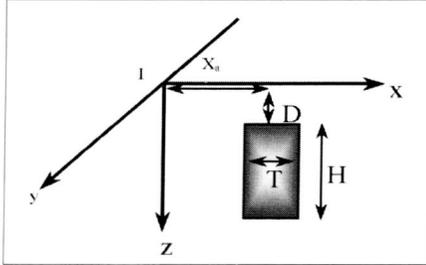


Figura 3. Cuerpo conductor sumergido en un semiespacio conductor. La línea de corriente está en la dirección y

Cuando una intrusión conductora está sumergida en el medio conductor, ésta produce un campo eléctrico llamado dispersado, que viene dado por:

$$E_y^d = \iint_S J_d(x', z') G(x, z; x', z') \cdot dx' dz'$$

donde  $J_d$  es la corriente dispersada debido al contraste de conductividad:

$$J_d = (\sigma_2 - \sigma_1) E_y$$

y  $G$  es la función de Green adecuada para este problema, es decir, el campo producido por un hilo de corriente infinito y su hilo imagen. La integral se extiende a la zona donde  $J_d \neq 0$  o sea sobre la cara de la lámina:

$$G(x, z; x', z') = -\frac{i\omega\mu_0}{2\pi} \times \int_0^\infty \left[ \frac{u_1 - u_0}{u_1 + u_0} e^{-u_1(z+z')} + e^{-u_1(z-z')} \right] \frac{\cos \lambda(x-x')}{u_1} d\lambda$$

Con el fin de realizar las integrales por un método numérico, se dividió la lámina en  $N$  celdas iguales y sobre cada una el campo eléctrico se considera constante. Así el campo eléctrico queda:

$$E_y(x_m, z_m) = E_y^i(x_m, z_m) + \sum_{n=1}^N (\sigma - \sigma_*) E_y(x_m, y_m) \cdot \left[ \int_{x_n - \frac{\Delta}{2}}^{x_n + \frac{\Delta}{2}} \int_{z_n - \frac{\Delta}{2}}^{z_n + \frac{\Delta}{2}} G_p(x_m - x', z_m - z') dx' dz' + \Delta^2 G_d(x_m - x_n, z_m + z_n) \right]$$

donde  $G_d$  y  $G_p$  son, respectivamente, la parte dispersada y primaria de la función de Green y  $\Delta$  es la longitud de la celda. Esta ecuación se puede escribir en forma matricial:

$$\mathbf{Z}\mathbf{E} = \mathbf{E}_p$$

con:

$$\mathbf{E} = \begin{pmatrix} E_1 \\ E_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ E_{N-2} \\ E_{N-1} \\ E_N \end{pmatrix}, \quad \mathbf{E}_p = \begin{pmatrix} E_1^i \\ E_2^i \\ \cdot \\ \cdot \\ E_{N-2}^i \\ E_{N-1}^i \\ E_N^i \end{pmatrix}$$

y:

$$\{\mathbf{Z}\}_{mn} = \delta_{mn} - (\sigma - \sigma_*) G_{mn}$$

$$G_{mn} = \int_{x_n - \frac{\Delta}{2}}^{x_n + \frac{\Delta}{2}} \int_{z_n - \frac{\Delta}{2}}^{z_n + \frac{\Delta}{2}} G_p(x_m - x', z_m - z') dx' dz' + \Delta^2 G_s(x_m - x_n; z_m + z_n)$$

Una vez solucionado este sistema de ecuaciones, se conoce el campo en cada celda y por tanto el campo total:

$$E_y(x, z) = E_y^i(x, z) + \Delta^2 \sum (\sigma - \sigma_*) E_n G(x, z; x_n, z_n)$$

y los componentes del campo magnético se siguen inmediatamente:

$$H_x(x, z) = \frac{1}{i\omega\mu_0} \frac{\partial E_y(x, z)}{\partial z}; \quad H_z(x, z) = -\frac{1}{i\omega\mu_0} \frac{\partial E_y(x, z)}{\partial x}$$

### RESULTADOS Y CONCLUSIONES

En las figuras 4 a 11 se muestra cómo varía la parte real e imaginaria de los componentes del campo magnético en función de la profundidad, altura y contraste de conductividad de la intrusión.

En las gráficas que se presentan en esta sección se muestran las componentes vertical ( $H_z$ ) y horizontal ( $H_x$ ) del campo magnético dispersado por la intrusión. En cada una de ellas se verá la influencia de factores tales como la profundidad, la altura de la intrusión y el contraste de conductividad entre el medio conductor y el cuerpo enterrado.

Antes de cualquier otro cálculo, se analizó la convergencia del método respecto al número de celdas en que se divide la intrusión; para tal fin se dividió una placa de 30 metros de ancho por 90 metros de alto en

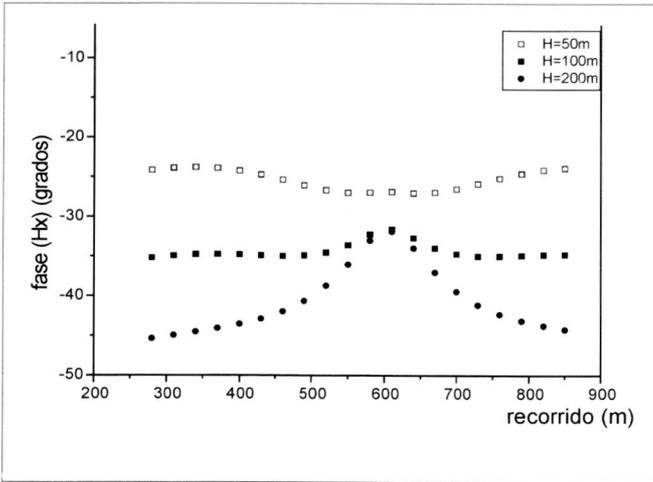


Figura 4. Fase del campo magnético horizontal en función de la altura de la intrusión.  $T = 10m$ ,  $\text{contraste} = 10^3$ ,  $D = 50m$

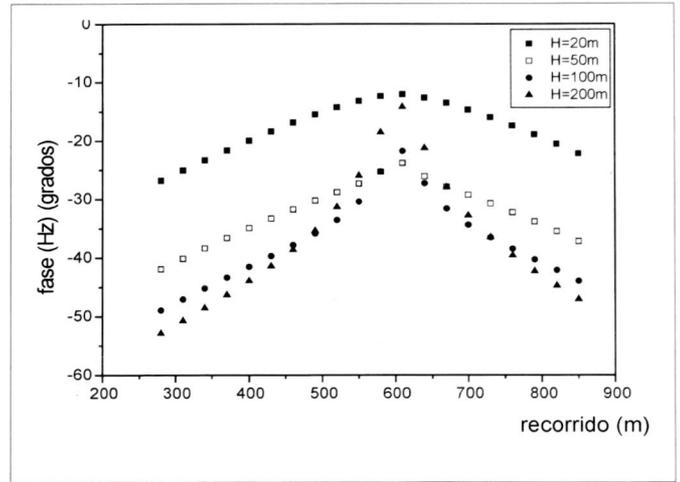


Figura 5. Fase del campo magnético vertical en función de la altura de la intrusión.  $T = 10m$ ,  $\text{contraste} = 10^3$ ,  $D = 50m$

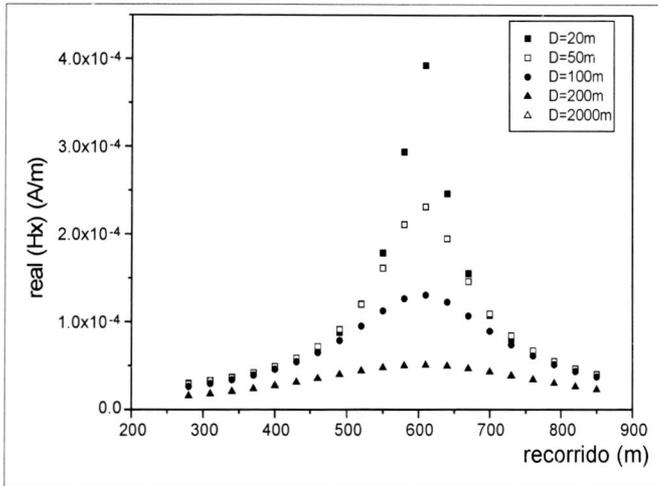


Figura 6. Parte real del campo magnético horizontal en función de la profundidad de la intrusión.  $T = 10m$ ,  $\text{contraste} = 10^3$ ,  $H = 100m$

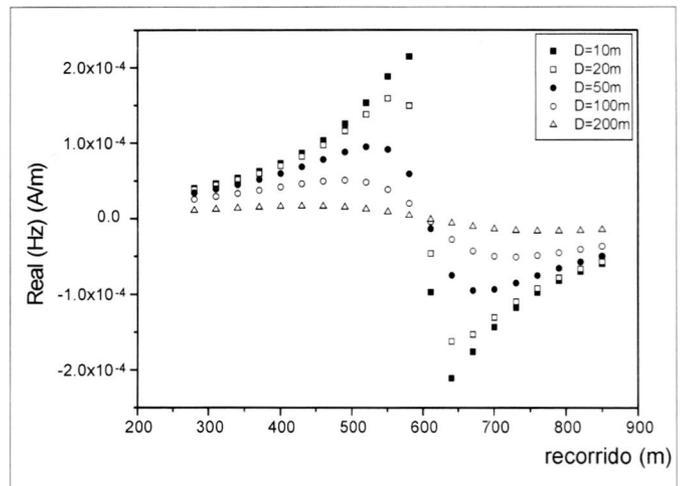


Figura 7. Parte real del campo magnético vertical en función de la profundidad de la intrusión.  $T = 10m$ ,  $\text{contraste} = 10^3$ ,  $H = 100m$

3, 12 y 27 celdas, y se graficaron las partes real y la fase para cada caso (ABEM, 1973). Se encontró que con un número superior a 12 celdas se obtiene una convergencia aceptable para la parte real, mientras que la fase no presentó cambios significativos.

Para lo que sigue se analizó una intrusión de 10 metros de ancho y se tomaron celdas de 10 metros cuadrados de área.

#### EFFECTOS DE LA ALTURA DE LA INTRUSIÓN

La amplitud de los campos  $H_x$  y  $H_z$  ofrece poca información acerca de la altura de la intrusión, debido a la atenuación que sufren éstos con la profundidad; sin embargo, las curvas para la fase en ambos campos presentan picos considerables a medida que la altura aumenta; esto lleva a pensar que posiblemente estas curvas sean útiles para determinar la altura de las intrusiones (figuras 4 y 5). Sin embargo, como se ve más adelante (figuras 8 y 9), un efecto similar se tiene cuando la pro-

fundidad a la que se encuentra el cuerpo es muy pequeña. Se concluye, por tanto, que la altura de la intrusión no se puede determinar mediante este método.

#### EFFECTOS DEL CONTRASTE DE CONDUCTIVIDAD

El contraste de conductividad puede apreciarse mejor en la parte real del campo  $H_z$  (figura 10). Para  $H_z$  la pendiente a los costados de la intrusión es mayor a medida que el contraste aumenta.  $H_x$  (figura 11) no permite estudiar el efecto del contraste de conductividad, ya que estas curvas presentan la misma forma para todos los casos.

#### EFFECTO DE LA PROFUNDIDAD

La pendiente de  $H_x$  a los lados de la muestra (figura 6) y la pendiente de  $H_z$  arriba de la intrusión (figura 7) dan información sobre la profundidad del cuerpo, puesto que a mayores pendientes, menores profundidades.

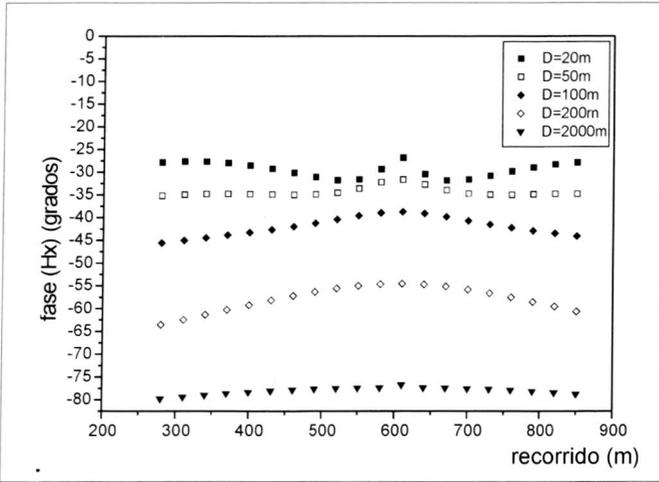


Figura 8. Fase del campo magnético horizontal en función de la profundidad de la intrusión.  $T = 10m$ ,  $\text{contraste} = 10^3$ ,  $H = 100m$

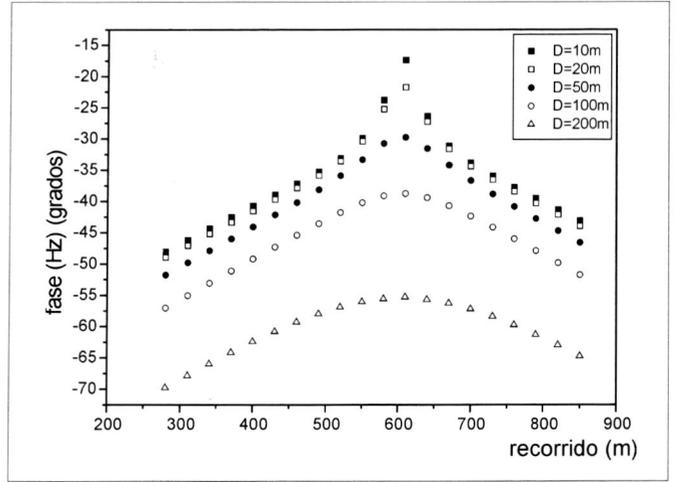


Figura 9. Fase del campo magnético vertical en función de la profundidad de la intrusión.  $T = 10m$ ,  $\text{contraste} = 10^3$ ,  $H = 100m$

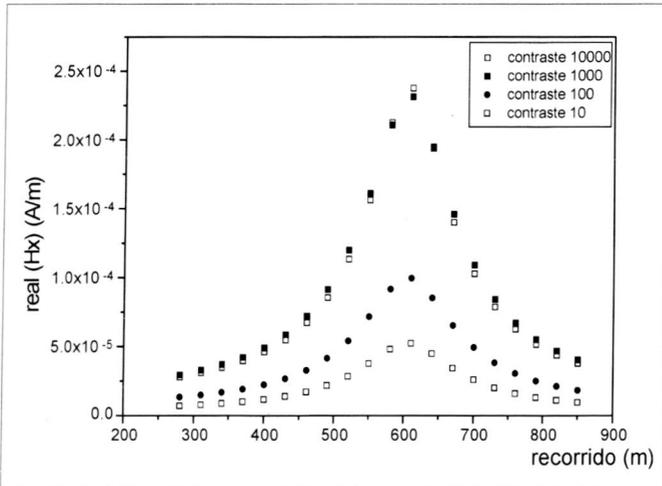


Figura 10. Parte real del campo magnético horizontal en función del contraste de conductividad.  $T = 10m$ ,  $D = 50m$ ,  $H = 100m$

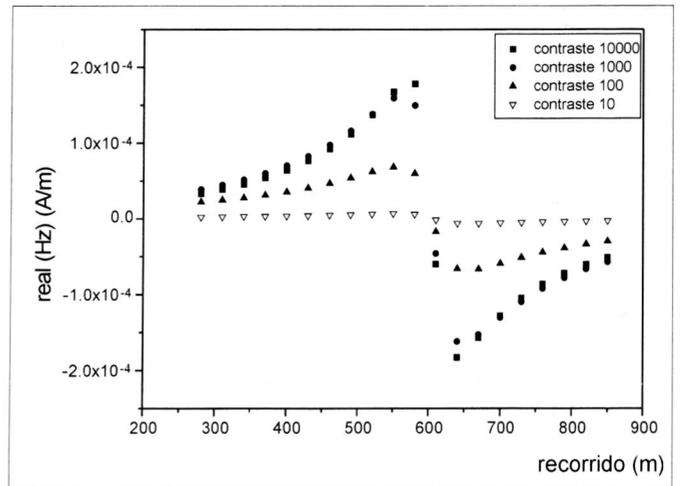


Figura 11. Parte real del campo magnético vertical en función del contraste de conductividad.  $T = 10m$ ,  $D = 50m$ ,  $H = 100m$

Cabe anotar, sin embargo, que las fases mostradas en las figuras no son las medidas en prospección, ya que la fase que se mide en campo depende del método utilizado para tal fin. Así, por ejemplo, para el *Turam* (Orellana, 1974) las medidas tomadas son las diferencias de fase entre dos posiciones consecutivas de las bobinas receptoras, en tanto que en otros métodos se mide la diferencia de fase con respecto al campo primario.

En todas las figuras que se muestran se ha graficado el valor absoluto del campo dispersado  $Hx$ , y para todos los casos la intrusión está ubicada a 600 m de la fuente.

### MODELO A ESCALA

Comprobar experimentalmente lo que se ha asumido en los ítems anteriores es bastante difícil debido, principalmente, a las grandes longitudes que se manejan ( $\approx 300$  m a 3000 m). Para tal fin se propone la construcción de un modelo reducido con base en la invarianza de esca-

la de las ecuaciones de Maxwell (ABEM, 1973). En general, las longitudes, los campos y el tiempo deben ser escalados:

$$x = px'$$

$$y = py'$$

$$z = pz'$$

$$e(x, y, z, t) = ae'(x', y', z', t')$$

$$h(x, y, z, t) = bh'(x', y', z', t')$$

$$t = ct'$$

$$f = \frac{f'}{c}$$

A partir de esto se tiene la relación de escala para la permeabilidad magnética, conductividad y permitividad eléctrica:

$$\mu' = \frac{pb}{ca} \mu$$

$$\sigma' = \frac{pa}{b} \sigma \quad \text{y} \quad \epsilon' = \frac{pa}{bc} \epsilon,$$

y si se considera que los materiales utilizados no son ferromagnéticos,  $\mu = \mu'$ , se tiene:

$$\frac{pb}{ac} = 1 \quad \Rightarrow \quad a = \frac{pb}{c}$$

y:

$$\sigma' = \frac{p^2}{c} \sigma$$

y para el voltaje la corriente y la impedancia:

$$V' = \frac{c}{p^2 b} = \frac{V}{ap}$$

$$I' = \frac{I}{ac}$$

$$Z' = \frac{c}{p} Z$$

Una vez conocidas las relaciones entre los distintos factores de escalamiento, se deben buscar las magnitudes de campo real para el problema específico por estudiar. En nuestro caso, debido a que el campo puede ser generado por un alambre recto y largo con sus extremos puestos en tierra o un lado de un bucle rectangular extenso con dimensiones entre 200 y 800 metros, la caja en la cual vaya el material que simule el terreno debe tener un ancho de 20 a 80 centímetros con el fin de facilitar su ubicación en el laboratorio. Por tal motivo el parámetro de escalamiento  $p$  debe ser, aproximadamente de  $10^3$ . Las líneas a lo largo de las cuales se realiza la prospección suelen llegar hasta un kilómetro; por este motivo, y teniendo en cuenta el factor  $p$  ya encontrado, se deduce que el largo de la caja debe ser de un metro. La profundidad del recipiente debe tomarse de acuerdo con la conductividad del material utilizado para simular el semiespacio, puesto que ésta debe ser igual o un poco mayor que la profundidad de penetración. Para conocerla se espera entonces conocer los valores de resistividad y frecuencia utilizados.

Al escalar la conductividad y la frecuencia hay que tener en cuenta que también para el modelo de laboratorio debe ser válida la aproximación cuasiestática (es decir que  $\epsilon\omega \ll \sigma$ , y  $\omega$  no debe ser superior a  $10^5$  Hz); por tal razón, si para el trabajo de campo se utiliza una frecuencia de 800 Hz y se quiere utilizar en el modelo una frecuencia de  $10^5$  KHz, el factor de escala para el tiempo sería  $c = 125$ ; con este

dato y con el conocimiento de  $p$ , se puede ahora encontrar el factor de escala para la conductividad:

Se sabe que  $\sigma' = \frac{p^2}{c} \sigma$ ; por esta razón se tiene que la

conductividad utilizada en el modelo debe ser  $\sigma' = 8 * 10^3 \sigma$ .

Ahora, si lo que se quiere simular es una mena de pirita cuya conductividad está entre 100 y 6000 S.m. se debe utilizar en el modelo un blanco de aluminio, que tiene una conductividad de  $4 * 10^7$  S.m. u otro material de conductividad parecida.

Si se busca un contraste de conductividad entre el blanco y el medio conductor del orden  $10^6$ , es necesario que el material que simule el terreno tenga una conductividad del orden de 10 S.m. Esta conductividad se puede lograr con soluciones de agua con NaCl, a un porcentaje del 5% del peso del agua. Esta proporción representa para el terreno real una conductividad aproximada de  $1.25 * 10^{-3}$  S.m, el cual es un valor típico en prospección.

Con estos datos obtenidos para la conductividad y para la frecuencia se obtiene una profundidad de penetración de 50 centímetros; por tal razón la profundidad del tanque puede escogerse de unos 70 centímetros.

Debido a que los diámetros de las bobinas utilizadas en campo son generalmente menores a un metro (entre 10 cm y 50 cm), las bobinas del modelo deberían tener un diámetro del orden de unos cuantos milímetros (debido al factor de escala utilizado).

## REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ABEM, 1973: Geophysics and Electronics, Atlas Copco. AHB 30-05.
- HOHMANN, G. W., 1971: Geophysics, v.36, 101.
- HOHMANN, G. W., STANLEY, H. W. 1988: Electromagnetic Methods in Applied Geophysics, Editado por Nabighian, M. N., Society of Exploration Geophysicists, Tulsa.
- LANDAU, L. D., LIFSHITZ, E. M. 1975: Electrodinámica de los medios continuos, Barcelona, Reverté.
- ORELLANA, E. 1974: Prospección geoelectrica, Paraninfo, Barcelona.
- SÁNCHEZ, S. E., 1999: Sondeos electromagnéticos inductivos: teoría, método y aplicación. Tesis de Grado. Departamento de Física, Facultad de Ciencias, Universidad Nacional de Colombia.