

# Modelamiento sísmico utilizando teoría de rayos en medios transversalmente isotrópicos: teoría y ejemplos

CARLOS PIEDRAHITA, TRINO SALINAS Y SAUL GUEVARA<sup>1</sup>

## RESUMEN

En el presente trabajo hacemos un resumen de las propiedades básicas de un medio transversalmente isotrópico (TI). Mostramos las propiedades básicas del medio utilizando conceptos de la mecánica del continuo y las propiedades del trazado de rayos en dichos medios. Posteriormente presentamos diferentes modelos elementales con un medio TI y el respectivo modelamiento sísmico utilizando el paquete comercial NORSAR2D. Finalmente consideramos un modelo de un área de interés en la exploración sísmica, localizado en la geografía nacional, que está siendo evaluada por Ecopetrol, la empresa estatal colombiana.

**PALABRAS CLAVE:** MEDIOS ANISOTRÓPICOS, MEDIOS TRANSVERSALMENTE ISOTRÓPICOS, PARÁMETROS DE THOMSEN, TRAZAMIENTO DE RAYOS, MÉTODO DEL FRENTE DE ONDA, ÁNGULO DE SIMETRÍA

## ABSTRACT

In this paper, we show the basic properties of transversal isotropic medium (TI), using the continuous mechanic concepts and the way tracing technique. Later, the NORSAR2 software models several responses in TI models. Finally, we considered the model of an area, that is being evaluated by Ecopetrol.

**KEYWORDS:** ANISOTROPIC MEDIA, TRANSVERSALY ISOTROPIC MEDIA, THOMSEN'S PARAMETERS, RAY TRACING, WAVE FRONT METHOD, ANGLE OF SYMMETRY

## INTRODUCCIÓN

En el presente artículo presentamos los conceptos básicos de un medio anisotrópico, en particular para un medio transversalmente isotrópico (MTI). Este último tipo de medios tienen aplicación en el modelamiento de regiones que poseen fracturas y en la construcción de imágenes en zonas complejas. Este caso se presenta potencialmente en muchas áreas de Colombia.

## TEORÍA DE ANISOTROPÍA

Se presenta una descripción de la anisotropía, con base en los artículos de Thomsen (1986), y Daley and Hron (1977).

Un medio elástico anisotrópico es un medio general donde la propagación depende de la dirección. El efecto anisotrópico se manifiesta en diferentes situaciones; por ejemplo, medios fracturados, minerales anisotrópicos localizados en forma aleatoria en las rocas o una serie de capas delgadas (muy finas respecto a la longitud de onda utilizadas) isotrópicas.

Si consideramos un medio elástico lineal general, la ley de Hooke generalizada puede ser escrita como:

$$\sigma_{ij} = C_{ijkl} \varepsilon_{kl} \quad \text{para } i, j, k, l = 1, 2, 3, \quad (1)$$

donde

$\sigma_{ij}$   $\equiv$  tensor de esfuerzo

$C_{ijkl}$   $\equiv$  tensor de constantes elásticas

$\varepsilon_{ij}$   $\equiv$  tensor de deformación

Por las condiciones de simetría del esfuerzo y la deformación, se puede demostrar que el tensor de constantes elásticas posee simetrías de forma que

$$C_{ijkl} = C_{klij} = C_{ijlk}, \quad \text{para todo } i, j, k, l \quad (2)$$

Esto genera un total de, a lo sumo, 36 elásticas diferentes. Por tanto, se puede representar el tensor de constantes elásticas utilizando la llamada notación de Voigt, la cual consiste en representar pares de índices de la siguiente manera

$$11 \rightarrow 1, 22 \rightarrow 2, 33 \rightarrow 3, 23 = 32 \rightarrow 4, \quad (3)$$

$$13 = 31 \rightarrow 5, 12 = 21 \rightarrow 6.$$

<sup>1</sup> Email: cpiedrah@ecopetrol.com.co, tsalinas@ecopetrol.com.co, sguevar@ecopetrol.com.co, Grupo de Geofísica, Modelamiento del subsuelo, Instituto Colombiano del Petróleo, ECOPETROL,

De esta forma podemos representar el tensor de constantes elásticas como una matriz cuadrada  $C_{MN}$ , donde  $M, N = 1, 2, 3, 4, 5, 6$ . De esta forma la ley de Hooke puede ser escrita como

$$\sigma_M = C_{MN} \varepsilon_N, \text{ para } M, N = 1, \dots, 6. \quad (4)$$

Si además suponemos que el sólido en consideración posee una función de energía, es decir,

$$C_{MN} = \begin{bmatrix} C_{33} & (C_{33} - 2C_{44}) & (C_{33} - 2C_{44}) & 0 & 0 & 0 \\ (C_{33} - 2C_{44}) & C_{33} & (C_{33} - 2C_{44}) & 0 & 0 & 0 \\ (C_{33} - 2C_{44}) & (C_{33} - 2C_{44}) & C_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_{33} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C_{33} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & C_{33} \end{bmatrix}, \quad (6)$$

$$u = \frac{1}{2} C_{ijkl} \varepsilon_{ij} \varepsilon_{kl} = \frac{1}{2} C_{MN} \varepsilon_M \varepsilon_N, \quad (5)$$

entonces la matriz de constantes elásticas será simétrica y tendrá, a lo sumo,  $6 + \frac{36-6}{2} = 21$  constantes diferentes. Este sería el tipo más general de sólido. Este tipo de modelos son demasiado complejos para ser utilizados en la práctica. En el modelamiento y el procesamiento sísmico sólo se utilizan casos particulares y simplificados del caso genérico.

### MEDIOS ISOTRÓPICOS

Los modelos elásticos más simples son los llamados isotrópicos. Para esta situación el medio está caracterizado por una matriz caracterizada completamente por dos constantes elásticas. Una posible descripción de un medio isotrópico es donde  $C_{33} = \lambda + \mu$  y  $C_{44} = \mu$  son las constantes independientes que aparecen en la matriz en función de los llamados parámetros de Lamé.

Como es bien conocido en la literatura sismológica, se puede probar que existen dos tipos de soluciones para estas ecuaciones: las llamadas ondas  $P$  y las llamadas ondas  $S$ . En este caso la velocidad de propagación de los dos tipos de soluciones son iguales en todas las direcciones y son iguales a

$$\alpha = \sqrt{\frac{\lambda + 2\mu}{\rho}} \quad \text{y} \quad \beta = \sqrt{\frac{\mu}{\rho}} \quad (7)$$

respectivamente. A estas soluciones se puede llegar utilizando la aproximación de la óptica geométrica de orden cero para la solución, o sea suponer que

$$u_i(x, t) = A_i(x) \exp(i\omega(t - \tau(x))), \quad (8)$$

donde

$$C_{MN} = \begin{bmatrix} C_{11} & (C_{11} - 2C_{66}) & C_{13} & 0 & 0 & 0 \\ (C_{11} - 2C_{66}) & C_{11} & C_{13} & 0 & 0 & 0 \\ C_{13} & C_{13} & C_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C_{44} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & C_{66} \end{bmatrix}, \quad (9)$$

$A_i(x) \equiv$  Función amplitud

$\tau(x) \equiv$  Función de tiempo de tránsito

Se debe recordar que estas soluciones son obtenidas suponiendo que se está trabajando en las altas frecuencias, o sea que la longitud de onda es bastante menor que los detalles característicos del modelo a considerar.

### MEDIOS TRANSVERSALMENTE ISOTRÓPICOS (MTI)

Un nivel de complejidad mayor en un medio se obtiene cuando consideramos la llamada simetría hexagonal o medios transversalmente isotrópicos (MTI). En este caso tenemos un eje de simetría azimutal respecto a un eje escogido. Esta generalización introduce tres (3) constantes adicionales. Para este caso la matriz de coeficientes elásticos es igual a donde se considera el eje  $z$  el eje de simetría.

Comparando las ecuaciones 6 y 9, se observa que el caso isotrópico es un caso degenerado del caso transversalmente isotrópico si hacemos los siguientes reemplazos

$$C_{11} \rightarrow C_{33}, C_{66} \rightarrow C_{44}, C_{13} \rightarrow C_{33} - 2C_{44} \quad (10)$$

Utilizando esta matriz de coeficientes llegamos a la ecuación de onda para medios transversalmente isotrópicos, la cual posee tres tipos de soluciones (Daley and Hron, 1977; Geoltrain, 1988) llamadas cuasi-longitudinales  $qP$ , cuasi-transversa  $qSH$  y cuasi-transversa  $qSV$ . Seguiremos denominando estas soluciones simplemente como ondas  $P$ ,  $SH$  y  $SV$ , respectivamente. Para estos frentes de onda las velocidades de fase cumplen las siguientes fórmulas, análogas a la ecuación 7:

$$\begin{cases} \rho v_P^2(\theta) = \frac{1}{2} [C_{33} + C_{44} + (C_{11} - C_{33}) \text{sen}^2 \theta + D(\theta)]; \\ \rho v_{SV}^2(\theta) = \frac{1}{2} [C_{33} + C_{44} + (C_{11} - C_{33}) \text{sen}^2 \theta - D(\theta)]; \\ \rho v_{SH}^2(\theta) = C_{66} \text{sen}^2 \theta + C_{44} \cos^2 \theta, \end{cases} \quad (11)$$

donde

$\rho$  es la densidad,

$\theta$  es el ángulo entre el frente de onda y el eje vertical (eje de simetría),

$$D(\theta) = \{(C_{33} - C_{44})^2 + 2 [(C_{13} + C_{44})^2 - (C_{33} - C_{44})(C_{11} + C_{33} - 2C_{44}) \text{sen}^2 \theta] + [(C_{11} + C_{33} - 2C_{44})^2 - 4 (C_{13} - C_{44})^2] \text{sen}^4 \theta\}^{\frac{1}{2}}$$

Estas ecuaciones son bastante complejas algebraicamente, como puede observarse en particular en la ecuación 12. A partir del trabajo de Thomsen (1986) se define la llamada anisotropía débil como un caso especial de anisotropía, de modo que unos parámetros dados poseen un valor muy pequeño en este tipo de situaciones. Este autor muestra que este modelo se ajusta a muchos casos que se presentan en las rocas terrestres. Con este fin Thomsen define cinco constantes, tres de ellas adimensionales. Cuando estos parámetros adimensionales tienden a cero, el modelo anisotrópico tiende a comportarse como un modelo isotrópico:

$\epsilon = \frac{C_{11} - C_{33}}{2C_{33}}$ , parámetro adimensional. Representa el porcentaje

de diferencia entre la velocidad  $P$  horizontal y vertical.

$\gamma = \frac{C_{66} - C_{44}}{2C_{44}}$ , parámetro adimensional. Representa el porcentaje

de diferencia entre la velocidad de la onda  $S$  horizontal y vertical.

$\delta = \frac{(C_{13} + C_{44})^2 - (C_{33} - C_{44})^2}{2C_{33}(C_{33} + C_{44})}$ , parámetro adimensional. Este pa-

rámetro no tiene un sentido físico obvio.

$\alpha_0 = \sqrt{C_{33}/\rho}$ , velocidad de propagación de las ondas  $P$  verticales.

$\beta_0 = \sqrt{C_{44}/\rho}$ , velocidad de propagación de las ondas  $P$  verticales.

Con estos nuevos parámetros y haciendo aproximaciones de Taylor de primer orden, las velocidades de fase se simplifican a las siguientes expresiones:

$$\begin{cases} V_p(\theta) = \alpha_0 \left( 1 + \delta \text{sen}^2 \theta \cos^2 \theta + \epsilon \text{sen}^4 \theta \right), \\ V_{SV}(\theta) = \beta_0 \left[ 1 + \frac{\alpha_0^2}{\beta_0^2} (\epsilon - \delta) \text{sen}^2 \theta \cos^2 \theta \right], \\ V_{SH}(\theta) = \beta_0 (1 + \gamma \text{sen}^2 \theta) \end{cases} \quad (13)$$

**TRAZAMIENTO DE RAYOS EN MEDIOS ANISOTRÓPICOS**

Utilizando los parámetros de Thomsen como entrada a un modelo sísmico, podemos trazar rayos en un modelo para medios transversalmente anisotrópicos integrando las ecuaciones del trazado de rayos. En este tipo de modelos el trazado de rayos no está determinado únicamente por los parámetros de Thomsen (en caso de anisotropía débil), sino también por la orientación de los ejes de simetría de los materiales. Éstos a su vez están determinados por la orientación de trenes de fractura, por ejemplo.

En este trabajo se utiliza el método de construcción del frente de onda a través del software NORSAR2D<sup>2</sup>. El método de construcción del frente de onda propaga el campo de onda en forma total, en vez de construir cada rayo en forma individual. El frente de onda es representado como una malla triangular con un rayo localizado en cada nodo y se utiliza trazamiento dinámico de rayos para propagar los rayos entre pasos de tiempo sucesivos. El muestreo espacial del frente de onda se mantiene utilizando interpolación de nuevos rayos entre los nodos a medida que la distancia entre los rayos y la diferencia angular entre sus tangentes excede un criterio (Vinje *et al.*, 1999 y Halladay, 2001).

**EJEMPLOS SIMPLES DE MODELAMIENTO SÍSMICO**

A continuación se presentan varios ejemplos básicos de modelamiento donde se compara la diferencia que produce la variación de los parámetros de Thomsen en el trazado de rayos, con un modelo isotrópico geoméricamente equivalente.

Este modelo consta de dos reflectores, uno horizontal y otro buzante. El objetivo de este experimento es observar las diferencias entre ese mismo modelo cuando los materiales son isotrópicos y anisotrópicos. En particular, se analiza la anisotropía en dos casos: cuando el ángulo de simetría de todos los bloques es 0 grados y cuando el ángulo de simetría es +40 grados, respectivamente. Ambos modelos anisotrópicos son iguales en los parámetros que los definen, excepto en los ángulos de simetría de los materiales.

En la figura 1 se observa las velocidades de la onda  $P$  para todos los modelos. En las figuras 2 y 3 aparecen las salidas gráficas del NORSAR2D, que representan los parámetros  $\epsilon$  y  $\delta$ , de los modelos anisotrópicos. En las figuras 4, 5 y 6 se observan los disparos para los tres modelos: isotrópicos, anisotrópico con ángulo de simetría de 0 grados y anisotrópico con ángulo de simetría de +40 grados,

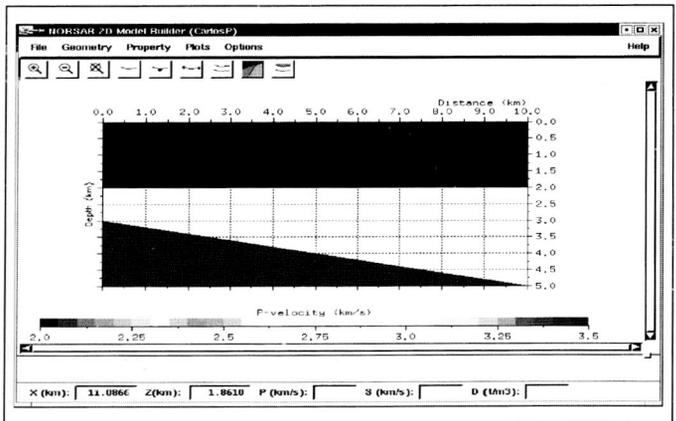


Figura 1. Modelo de velocidades del modelo (ondas P).

2 NORSAR2D es una marca registrada de la empresa NORSAR de Noruega, correo electrónico: www.norsar.com.

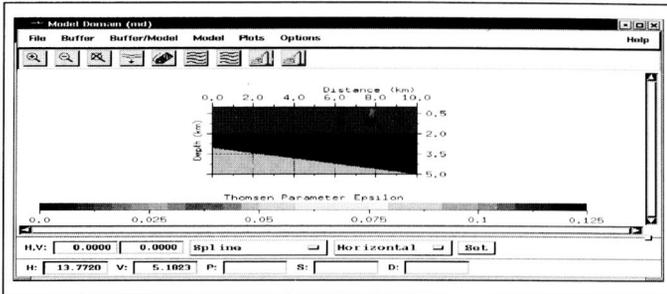


Figura 2. Parámetro epsilon del modelo.

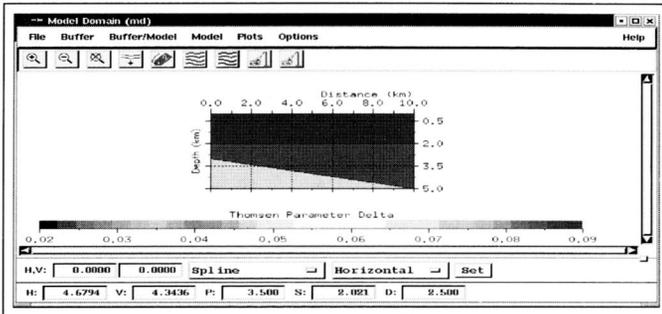


Figura 3. Parámetro delta del modelo.

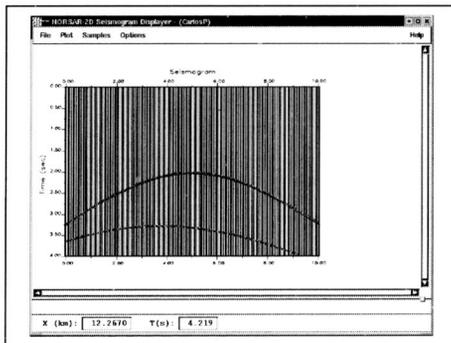


Figura 4. Disparo en el modelo isotrópico.

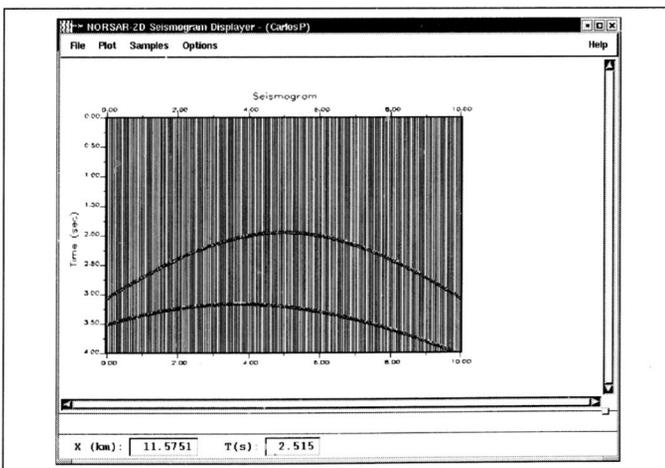


Figura 5. Disparo del modelo anisotrópico, ángulo de simetría igual a 0 grados.

respectivamente. En los modelos anisotrópicos, el tiempo de tránsito es menor para un evento dado; además la variación del ángulo de simetría produce sismogramas diferentes, como se corrobora en la intersección de la segunda hipérbola con la línea de tiempo de 4.0 s. Es decir, se intersecan en puntos diferentes.

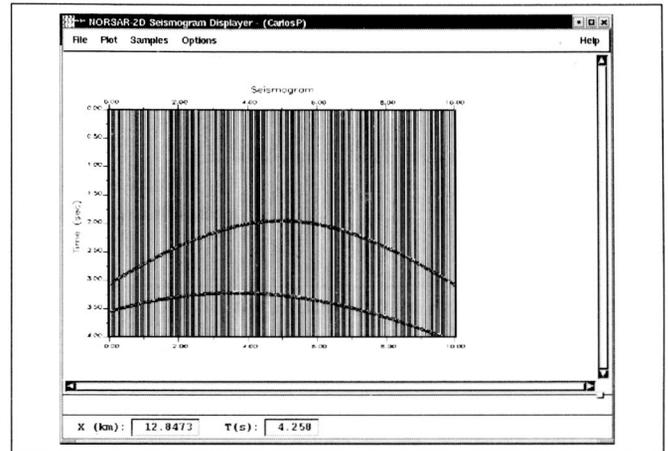


Figura 6. Disparo del modelo anisotrópico, ángulo de simetría igual a +40 grados.

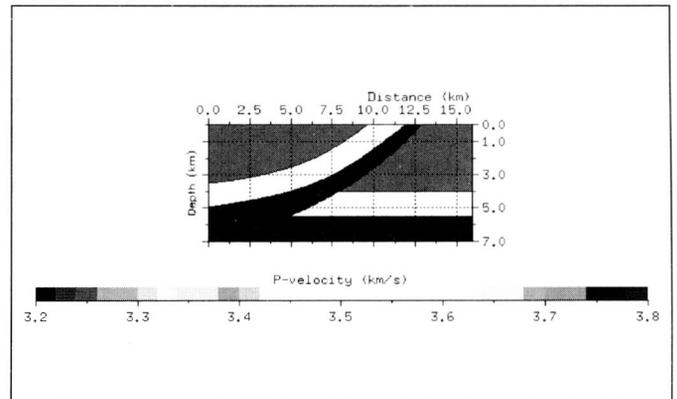


Figura 7. Modelo de velocidades (ondas P).

## MEJORAMIENTO DE LA IMAGEN SÍSMICA: APLICACIÓN EN LA BÚSQUEDA DE HIDROCARBUROS

A continuación se presenta un modelo de cierta complejidad geológica debido a una falla inversa de gran desplazamiento. Esta situación es atractiva desde el punto de vista de petróleos porque es de gran prospectividad exploratoria. Este modelo muestra unidades de shale con comportamiento anisotrópico que por efecto de la falla rotan hasta un ángulo de 30 grados sobre capas de menor velocidad. Se observa que al considerar erróneamente que el medio anisotrópico es isotrópico, las interfaces tienen un corrimiento lateral y vertical con respecto a su verdadera posición. Este tipo de aproximaciones tiene un gran impacto en la calidad de las imágenes que se obtienen.

En seguida se presentan dos modelos anisotrópicos con parámetros de Thomsen iguales a  $\epsilon = \delta = 0.1$  y  $\epsilon = \delta = 0.2$ , Aniso1 y Aniso2, respectivamente. En la figura 8 aparecen los ángulos de simetría de los bloques, en ambos modelos en la figura 8.

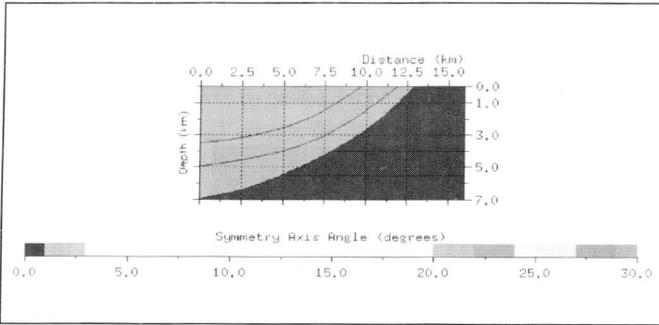


Figura 8. Ángulos de simetría del modelo para los materiales TI.

En la figura 9 se observa una sección ZO isotrópica. En las figuras 10 y 11 se observan las secciones ZO de cada modelo anisotrópico, respectivamente. En la figura 12 se compara el modelo isotrópico con el modelo Aniso2. Se confirman menores tiempos de tránsito o velocidades aparentes mayores para el modelo Aniso2. Esto genera las diferencias entre los horizontes en ambos modelos, como se observa en la figura 12. Para el modelo Aniso1 las diferencias con el modelo isotrópico son menores, lo cual confirma el sentido físico de los parámetros de Thomsen, que al ser más pequeños produce, una similitud mayor con el modelo isotrópico.

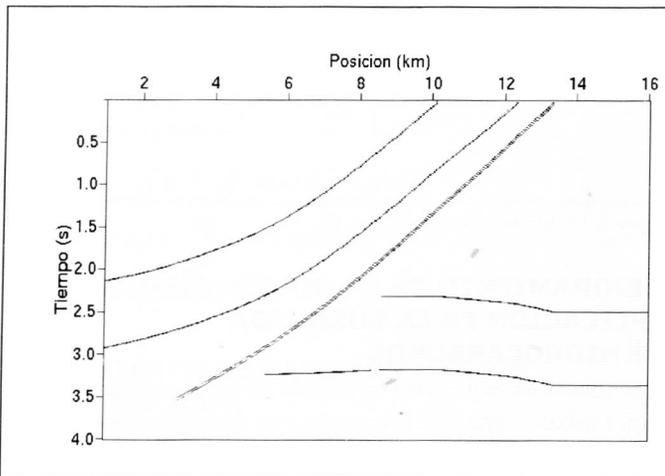


Figura 9. Sección ZO del modelo isotrópico.

**CONCLUSIONES**

A partir de los diferentes experimentos computacionales, se concluye que la que *no* consideración del fenómeno de anisotropía produce un efecto importante en la localización de las estructuras en las imágenes sísmicas. Para el caso de estructuras complejas

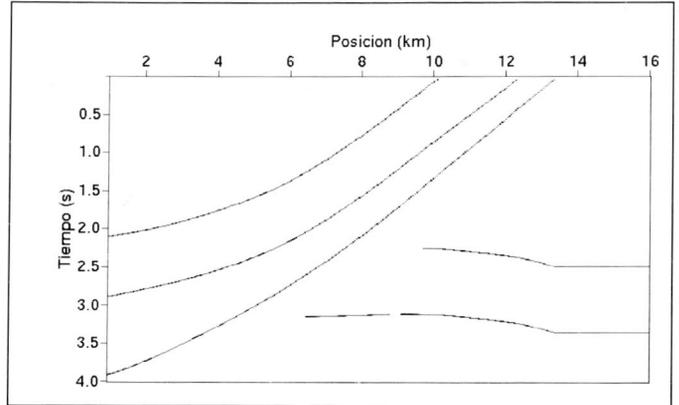


Figura 10. Modelo anisotrópico, parámetros iguales a  $\epsilon = \delta = 0.1$ .

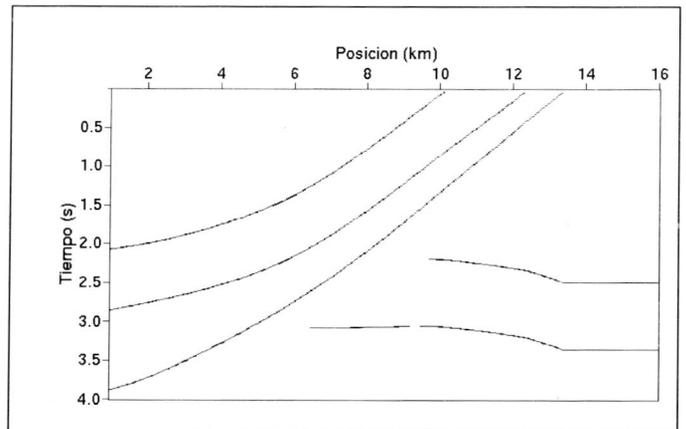


Figura 11. Modelo anisotrópico, parámetros iguales a  $\epsilon = \delta = 0.2$ .

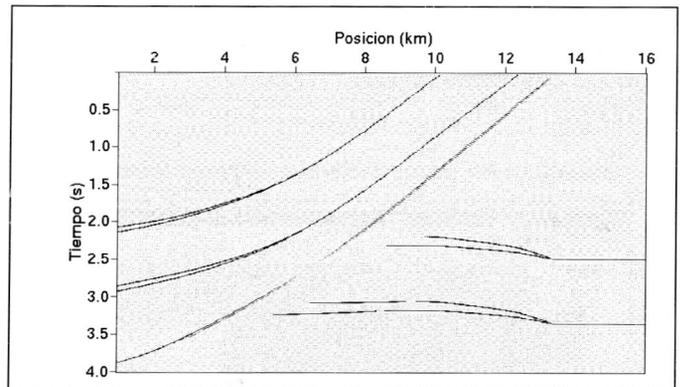


Figura 12. Superposición de datos sintéticos del modelo isotrópico y del modelo anisotrópico Aniso 2. Se observa que estos últimos tienen un corrimiento horizontal y vertical.

como las presentadas en el piedemonte llanero colombiano, las cuales han marcado la pauta en la exploración en los últimos 15 años, sería de impacto realizar modelamiento y procesamiento teniendo en cuenta efectos anisotrópicos en los materiales que componen los modelos sísmicos.

## AGRADECIMIENTOS

Agradecemos el apoyo del Instituto Colombiano del Petróleo para el apoyo en el estudio de los temas considerados, como también a la empresa NORSAR por su apoyo en las dudas encontradas en el manejo del software NORSAR2D.

## BIBLIOGRAFÍA

- ALKHALIFAH, T. 1996. Seismic Processing in Transversely Isotropic Media. CWP-236. Center for Wave Phenomena, CSM.
- DALEY, P.F., and HRON, F. 1977. "Reflection and Transmission Coefficients for Transversely Isotropic Media", *Bulletin of the Seismological Society of America*, 67(3): 661-675.
- DELLINGER, J.A. 1991. Anisotropic Seismic Wave Propagation. SEP-69. Stanford Exploration Project.
- GEOLETRAIN, S. 1988. Propagation of Elastic Waves in Transversely Isotropic Media. CWP-074R. Center for Wave Phenomena. CSM.
- HALLADAY, I. ANNE-LOUISE. 2001. Seismic Modelling of Lateral ramp Structures. *Tesis de Maestría*. Universidad de Calgary.
- NEWICK, R.T.; LAWTON, D.C., and SPRATT, D.A. 2000. Velocity Issues in the Colombian Foothills. *Research Report*. Vol. 6. Fold-Fault Research Project. Universidad de Calgary. Alberta y Queen's, Calgary.
- THOMSEN, L. 1986. "Weak elastic anisotropy". *Geophysics*, 51: 1954-1966.
- VINJE, V.; ASTEBOL, K.; IVERSEN, E., and GJOYSDAL, H. 1999. "3-D ray modeling by wavefront construction in open models", *Geophysics*, 64: 1912-1919.
- WINTERSTEIN, D.F. 1990. Velocity anisotropy terminology for geophysicists. *Geophysics*, 55: 1070-1088.