

## Multiple Mixing Ratios of Gamma Rays

### Reaction $^{168}\text{Er}(n, n'\gamma)^{168}\text{Er}$ From Using $a_2$ – Ratio Method

**T. A. Younis**

**Department of physics, College of Education Ibn AL – Haitham, University of Baghdad**

#### **Abstract**

The  $\delta$ -mixing of  $\gamma$  - transition in  $^{168}\text{Er}$  populated in  $^{168}\text{Er}(n, n'\gamma)^{168}\text{Er}$  reaction is calculated in the present work by using  $a_2$ -ratio method. This method has used in previous studies [4, 5, 6, 7] in case that the second transition is pure or for that transition which can be considered as pure only, but in one work we applied this method for two cases, in the first one for pure transition and in the 2<sup>nd</sup> one for non pure transitions. We take into account the experimental  $a_2$ -coefficient for previous works and  $\delta$ -values for one transition only [1].

The results obtained are, in general, in good agreement within associated errors, with those reported previously [1], the discrepancies that occur are due to inaccuracies existing in the experimental data of the previous works.

## حساب نسب الخلط لإشعة كاما المنبعثة من التفاعل النووي

$$^{168}\text{Er}(n, n'\gamma)^{168}\text{Er} \text{ باستعمال طريقة نسبة } a_2$$

تغريد عبد الجبار يونس

قسم الفيزياء ، كلية التربية ابن الهيثم ، جامعة بغداد

### الخلاصة

لقد تم في البحث الحالي حساب نسب الخلط ( $\delta$ ) للانتقالات الكامية من مستويات لطاقة ل  $^{168}\text{Er}$  المتولدة من التفاعل  $^{168}\text{Er}(n, n'\gamma)^{168}\text{Er}$  بطريقة نسبة  $a_2$ . إذ طبقت هذه لطريقة في الدراسات السابقة [4 ، 5 ، 6 ، 7] في حالة كون الانتقال الثاني نقياً او يمكن عده نقياً فقط ، اما في البحث الحالي فقد طبقت هذه الطريقة بالاسلوب نفسه في حالتين الاولى عندما يكون لحد الانتقالين نقياً او يمكن وصفه نقياً ولأخرى عندما يكون الانتقالين الكاميين غير نقيين ، اذ تم الاعتماد على النتائج التجريبية لمعاملات التوزيع الزاوي  $a_2$  وقيمة  $\delta$  لاحد الانتقالين للاعمال السابقة [1]. ويتضح من النتائج ان قيم ( $\delta$ ) التي تم الحصول عليها متفقة بصورة جيدة او ضمن حدود الخطأ التجريبي مع لنتائج التجريبية للبحوث المنشورة سابقاً [1]. وسبب وجود بعض التناقضات يعود الى عدم الدقة في النتائج التجريبية لتلك البحوث السابقة .

### المقدمة

حسبت نسب الأختلاط ( $\delta$ ) لأنتقالات كامية من مستويات الطاقة ل  $^{168}\text{Er}$  المتولدة من التفاعل  $^{168}\text{Er}(n, n'\gamma)^{168}\text{Er}$  من Berenda Kov وآخرون [1] ، اذ انه قام بقياس التوزيع الزاوي ل 50 أنتقالا كاميا من 37 مستويماً متتهيجاً، وقد حُددت قيم نسب الخلط ( $\delta$ ) ل 44 أنتقالا كاميا. وقد طبقت طريقة التنسرات الأحصائي الثابت من B.M.Saied [2] لتحديد قيم نسب الخلط لأنتقالات الكامية من مستويات الطاقة ل  $^{168}\text{Er}$  المتولدة من التفاعل  $^{168}\text{Er}(n, n'\gamma)^{168}\text{Er}$  باستخدام معاملات التوزيع الزاوي ( $a_2$ ) التجريبية المنشورة في المصدر [1]. استخدمنا في البحث الحالي معاملات التوزيع الزاوي  $a_2$  المنشورة في المصدر [1] للدراسات أنفسها في حساب قيم نسب الخلط  $\delta$  لأنتقالات الكامية ل  $^{168}\text{Er}$  المتولدة من التفاعل  $^{168}\text{Er}(n, n'\gamma)^{168}\text{Er}$  بطريقة نسبة  $a_2$  من أجل تأكيد صحة هذه لطريقة لحساب نسب الأختلاط  $\delta$  لأنتقالات الكامية من المستويات المتتهيجة من التفاعل  $^{168}\text{Er}(n, n'\gamma)^{168}\text{Er}$ .

### أختزال المعطيات وتحليلها

بالنسبة لى الانتقالات الكامية النقية او الانتقالات التي يمكن عدها نقية يمكن حساب التنسرات الاحصائي ( $J_i$ ) من  $\rho_2$  من المعادلة الاتية (1) :

$$a_2(J_i - J_f) = \rho_2(J_i) F_2(J_i J_f \delta) \dots\dots\dots (1)[3]$$

اذ ان

$\rho_2(J_i)$  يمثل التتسر الاحصائي الثابت للمستوي الابتدائي  $J_i$ .

$F_2(J_i J_f \delta)$  هي معاملات تتضمن معلومات عن تغيرات الزخم الزاوي ونسب الخط وهي تعطى بالعلاقة الاتية:-

$$F_2(J_i J_f \delta) = \frac{[F_2(J_f L_1 L_1 J_i) + 2\delta F_2(J_f L_1 L_2 J_i) + \delta^2 F_2(J_f L_2 L_2 J_i)]}{(1 + \delta^2)} \dots\dots\dots (2)[8]$$

اذ ان

$$L_1 = |J_i - J_f| \neq 0 \dots\dots\dots$$

$$L_2 = L_1 + 1 \dots\dots\dots$$

اذ  $L$  يمثل الزخم الزاوي لاشعة كما وهو لايساوي صفر

$$L = L + s \neq 0 \dots\dots\dots$$

اذ ان

لأن  $s =$  البرم ويساوي واحد .

$L =$  الزخم الزاوي لاشعة كما.

$L =$  الزخم الزاوي المداري (ويأخذ  $L = 0, 1, 2, 3, \dots$ )

وفي حالة كون الانتقال الكامي نقياً، فإن  $(\delta=0)$  وبذلك تصبح المعادلة (2) كمايأتي:

$$F_2(J_i J_f \delta) = F_2(J_f L_1 L_1 J_i) \dots\dots\dots (3)$$

وبتعويض (3) في (1) ينتج

$$a_2(J_i - J_f) = \rho_2(J_i) F_2(J_f L_1 L_1 J_i) \dots\dots\dots (4)$$

اما في حالة وجود أنتقالين كاميين فنستعمل المعادلة الاتية:-

$$\frac{a_2(J_i - J_{f_1})}{a_2(J_i - J_{f_2})} = \frac{[F_2(J_{f_1} L_1 L_1 J_i) + 2\delta_1 F_2(J_{f_1} L_1 L_2 J_i) + \delta_1^2 F_2(J_{f_1} L_2 L_2 J_i)](1 + \delta_1^2)}{[F_2(J_{f_2} L_1 L_1 J_i) + 2\delta_2 F_2(J_{f_2} L_1 L_2 J_i) + \delta_2^2 F_2(J_{f_2} L_2 L_2 J_i)](1 + \delta_2^2)} \dots\dots\dots (5)$$

حيث ان  $\rho_2(J_i)$  متساوية للمستوى نفسه

واذا كان الانتقال الثاني نقي فنعوض قيمة  $\delta_2 = 0$  فينتج :-

$$\frac{a_2(J_i - J_{f_1})}{a_2(J_i - J_{f_2})} = \frac{F_2(J_{f_1} L_1 L_1 J_i) + 2\delta_1 F_2(J_{f_1} L_1 L_2 J_i) + \delta_1^2 F_2(J_{f_1} L_2 L_2 J_i)}{F_2(J_{f_2} L_1 L_1 J_i)(1 + \delta_1^2)} \dots\dots\dots (6)$$

حيث ان قيم  $F_2$  مذكورة في الملحق، وقيم  $a_2$  معلومة في الجداول (1) و (2) وعند تطبيق هذه المعادلة في حالة كون احد

هذين الانتقالين نقياً ينتج:-

$$\frac{(1^- - 2^+)}{(1^- - 0^+)^*} = \frac{+ 0.07071 + 0.94868 \delta + 0.35355 \delta^2}{0.70711 (1 + \delta^2)} \dots\dots\dots (7)$$

$$\frac{(2^+ - 2^+)}{(2^+ - 0^+)^*} = \frac{- 0.41833 - 1.22476 \delta + 0.12806 \delta^2}{- 0.59761 (1 + \delta^2)} \dots\dots\dots (8)$$

$$\frac{(2^+ - 2^+)}{(2^+ - 4^+)^*} = \frac{- 0.41833 - 1.22476 \delta + 0.12806 \delta^2}{- 0.17075 (1 + \delta^2)} \dots\dots\dots (9)$$

$$\frac{(4^+ - 4^+)}{(4^+ - 2^+)^*} = \frac{-0.43875 - 0.67082 \delta + 0.26455 \delta^2}{-0.44770 (1 + \delta^2)} \dots\dots\dots (10)$$

$$\frac{(6^+ - 6^+)}{(6^+ - 4^+)^*} = \frac{-0.44320 - 0.46292 \delta + 0.29355 \delta^2}{-0.40291 (1 + \delta^2)} \dots\dots\dots (11)$$

أما بالنسبة الى المستويات التي لها انتقالان كاميان غير نقيين فنستخدم لمعادلة (5) على اعتبار ان قيمة  $\delta_2$  (مقاسة تجريبياً) معلومة وكما يأتي:-

$$\frac{(2-2)}{(2-3)} = \frac{(-0.41833-1.22476\delta_1 + 0.12806\delta_1^2)/(1+\delta_1^2)}{(+0.11952+1.30932\delta_2 + 0.34149\delta_2^2)/(1+\delta_2^2)} \dots\dots\dots (12)$$

$$\frac{(2-3)}{(2-2)} = \frac{(+0.11952+1.30932\delta_1 + 0.34149\delta_1^2)/(1+\delta_1^2)}{(-0.41833-1.22476\delta_2 + 0.12806\delta_2^2)/(1+\delta_2^2)} \dots\dots\dots (13)$$

$$\frac{(3-2)}{(3-4)} = \frac{(+0.34641-1.89738\delta_1 - 0.12372\delta_1^2)/(1+\delta_1^2)}{(+0.14434+1.44336\delta_2 + 0.30929\delta_2^2)/(1+\delta_2^2)} \dots\dots\dots (14)$$

$$\frac{(3-4)}{(3-2)} = \frac{(+0.14434+1.44336\delta_1 + 0.30929\delta_1^2)/(1+\delta_1^2)}{(+0.34641-1.89738\delta_2 - 0.12372\delta_2^2)/(1+\delta_2^2)} \dots\dots\dots (15)$$

$$\frac{(3-3)}{(3-4)} = \frac{(-0.43301-0.86602\delta_1 + 0.22682\delta_1^2)/(1+\delta_1^2)}{(+0.14434+1.44336\delta_2 + 0.30929\delta_2^2)/(1+\delta_2^2)} \dots\dots\dots (16)$$

$$\frac{(3-4)}{(3-3)} = \frac{(+0.14434+1.44336\delta_1 + 0.30929\delta_1^2)/(1+\delta_1^2)}{(-0.43301-0.86602\delta_2 + 0.22682\delta_2^2)/(1+\delta_2^2)} \dots\dots\dots (17)$$

يعد الانتقال نقياً او يمكن اعتباره نقياً اذا تحقق الشرط الاتي:-

$$|J_i - J_f| \leq L \leq J_i + J_f$$

اذ ان  $J_i, J_f =$  المستوي الابتدائي والثانوي على التوالي.

وفي مثل هذه الانتقالات يكون تغير التماثل للاشعاع الكهربائي EL كما يأتي:-

$$\pi_i \cdot \pi_f = (-1)^L$$

وللاشعاع المغناطيسي ML

$$\pi_i \cdot \pi_f = (-1)^{L+1}$$

اذ ان  $\pi_i, \pi_f =$  تماثل المستوي الابتدائي والثانوي على التوالي.

## النتائج والمناقشة

طريقة نسبة  $a_2$  وانتقالات نقية

يبين الجدول (1) مستويات الطاقة لـ  $^{168}\text{Er}$  التي لها انتقالان على الأقل وأحدهما نقي. واستعمل في حساب قيم  $\delta$

للانتقال الآخر.

اذ نلاحظ منه ان قيم  $\delta$  المحسوبة بطريقة نسبة  $a_2$  متفقة ضمن لخطأ التجريبي مع قيم  $\delta$  المنشورة في المصدرين

[1] و [2]، للانتقالات أفسها وهنا يدل على أن القيم المقاسة تجريبياً في المصدر [1] صحيحة ماعدا قيمة  $\delta$  المقاسة

للانتقالين  $(1^- - 0^+)$  و  $(1^- - 2^+)$ ، 1358.9 و 1279.0 كيلو إلكترون فولت من المستوي 1358.9 كيلو إلكترون فولت،

وكذلك قيمة  $\delta$  المقاسة للأنقاليين  $(1^- - 0^+)$  و  $(1^- - 2^+)$ ، 1786.1 و 1706.4 كيلو الكترون فولت من المستوي 1786.1 كيلو الكترون فولت، اذ نجد انها تتفق ضمن الخطأ لتجريبي مع قيم  $\delta$  المقاسة نظرياً بطريقة التتسر الاحصائي الثابت للانتقالات النقية او التي يمكن وصفها نقية المنشورة في المصدر [2]، ولكنها تختلف مع قيم  $\delta$  المقاسة تجريبياً في المصدر [1] وهذا يدل على عدم صحة النتائج التجريبية المنشورة في هذا المصدر، فمن المفروض ان يكون كل من الانتقاليين  $(1^- - 0^+)$  و  $(1^- - 2^+)$  انتقالاً نقياً (E1) وذلك حسب العلاقات الآتية -

$$|J_i - J_f| \leq L \leq J_i + J_f$$

$$\pi_i \cdot \pi_f = (-1)^L$$

للاشعاع الكهربي (EL)

$$\pi_i \cdot \pi_f = (-1)^{L+1}$$

وللاشعاع المغناطيسي (ML)

فبتطبيق هذه لعلاقات على الانتقال  $(1^- - 0^+)$  نجد :-

$$|J_i - J_f| \leq L \leq J_i + J_f$$

$$|1 - 0| \leq L \leq 1 + 0$$

$$1 \leq L \leq 1$$

$$\therefore L = 1$$

$$(1) \pi_i \cdot \pi_f = (-1)^L$$

للاشعاع الكهربي

$$(-) \cdot (+) = (-1)^L \Rightarrow L = 1$$

$$\therefore EL = E1$$

$$(2) \pi_i \cdot \pi_f = (-1)^{L+1}$$

للاشعاع المغناطيسي

$$(-) \cdot (+) = (-1)^{L+1}$$

∴ يجب ان تكون قيمة L زوجية

وعليه فلا يوجد انتقال للاشعاع المغناطيسي كون L=1 فقط

ومنه فالانتقال  $(1^- - 0^+)$  أنتقال نقى (E1) (100%)

وبالطريقة نفسها نجد أن الانتقال  $(1^- - 2^+)$  هو انتقال نقى E1 ايضاً.

وكذلك نلاحظ من الجدول (1) ان قيمة  $\delta = -0.03$  للانتقال  $(4^+ - 2^+)$  914.9 كيلو الكترون فولت من المستوي 994.8 كيلو لكترون فولت تكون صغيرة جداً، وهذا يعني ان هذا الانتقال يجب ان يكون نقياً او يمكن عده نقياً، اذ انه يكون (E2 99.91%) وكذلك الحال بالنسبة الى كل من  $\delta = 0.02$  للانتقال  $(6^+ - 4^+)$  999.7 كيلو الكترون فولت من المستوي 1263.9 كيلو الكترون فولت، و  $\delta = -0.00$  للانتقال  $(2^+ - 4^+)$  101.22 كيلو الكترون فولت من المستوي 1276.3، و  $\delta = -0.06$  للانتقال  $(2^+ - 4^+)$  1229.0 كيلو الكترون فولت من المستوي 1493.1 كيلو الكترون فولت فعندما  $\delta = 0.02$  يكون الانتقال (E2 99.96%) وعندما  $\delta = -0.00$  يكون الانتقال (E2 100%). اما عندما تكون  $\delta = -0.06$  فيكون الانتقال (E2 99.64%) وبما ان قيم  $\delta$  المقاسة في البحث الحالي التي تقابل تلك القيم تتفق ضمن الخطأ التجريبي مع تلك المنشورة في كل من المصدرين [1]، [2] فإن النتائج التجريبية المقاسة لتلك الانتقالات تكون صحيحة.

بطريقة نسبة  $a_2$  وأنقالات مختلطة

نلاحظ من الجدول (2) الآتي :-

ان قيمة  $\delta = -0.02$  المنشورة في المصدر [1] للانتقال  $(2^+ - 4^+)$  1351.7 كيلو الكترون فولت من المستوي 1431.5 كيلو الكترون فولت صغيرة جداً. وهذا يعني ان هذا الانتقال يجب ان يكون 99.96% نقياً E2 و 0.04% M1 على اعتبار الاتي:-

$$\delta^2 = \frac{E2}{M1}$$

$$(-0.02)^2 = \frac{E2}{M1}$$

$$E2 = 0.0004 M1$$

$$E2 + M1 = 100\%$$

$$0.0004 M1 + M1 = 100\%$$

$$1.0004 M1 = 100\%$$

$$M1 = \frac{100}{1.0004} \%$$

$$M1 = 99.96 \%$$

$$E2 + M1 = 100 \%$$

$$99.96 \% + M1 = 100 \%$$

$$M1 = 100 \% - 99.96 \% = 0.04 \%$$

ولهذا عندما استخدمنا قيمة  $\delta = -0.02$  للانتقال  $(2^+ - 4^+)$  1351.7 كيلو الكترون فولت من المستوي 1431.5 كيلو الكترون فولت لأيجاد قيمة  $\delta$  للانتقال الثاني وجدنا ان القيمة التي حصلنا عليها لم تتفق مع قيمة  $\delta$  المنشورة في المصدر [1]، اما عندما استخدمنا قيمة  $\delta$  المنشورة للانتقال  $(3^- - 4^+)$  1167.4 كيلو الكترون فولت من المستوي نفسه لأيجاد قيمة  $\delta$  للانتقال الاول وجدنا ان القيمة التي حصلنا عليها تتفق مع قيمة  $\delta$  المنشورة في المصدر [1] ضمن الخطأ التجريبي مما يؤكد صحتها.

1- ان قيم  $\delta$  المقاسة في البحث الحالي للانتقالين  $(2^- - 2^+)$  و  $(2^- - 3^+)$ ، 748.3، 673.7 كيلو الكترون فولت من المستوي 1569.5 كيلو الكترون فولت، تتفق مع قيم  $\delta$  المنشورة في المصدر [1] ولا تتفق مع قيم  $\delta$  المنشورة في المصدر [2] وهنا يدل على صحة النتائج التجريبية من جهة وعلى صحة طريقة نسبة  $a_2$  في حساب ( $\delta$ ) من جهة أخرى وانها افضل من طريقة CST في حساب ( $\delta$ ) وهذا ما نلاحظ من مقارنة لنتائج التي تم الحصول عليها مع النتائج المنشورة سابقاً في المصدرين [1] و [2].

2- لوحظ من النتائج التي تم الحصول عليها في الجدولين (1) و(2) انها تتفق مع لنتائج التجريبية التي سبق ون تم الحصول عليها وكذلك امكانية طريقة نسبة  $a_2$  ليس على حساب قيم  $\delta$  فحسب وإنما على التنبؤ بوجود أي خطأ في النتائج التجريبية.

## المصادر

1. Berendakov, S.A.; Govor L.I. and Demidov, A.M. (1998) Phys. Atomic. Nuclei. 61(9): 1437
2. Mohammed-Saied, B. (2001) ph. D. thesis, Analysis of Angular Distribution of Gamma Rays AND Gamma-Gamma & Particle-Gamma Angular Correlations, University of Baghdad
3. Poletti, A.R. and Warburton, E.K. (1965). phys. Rev. 137B: 595
4. Youhana, H.M.; AL-Obeidi, S.R.; AL-Amili, M.A.; Abid, H.E. and Abdull a A.A. (1986) Nucl. Phys. A 458:51.
5. Youhana, H.M.; AL-Obeidi, S.R. and AL-Amili, M.A.(1996). (1996).J.Sci. 37 (2): 775
6. Youhana, H.M.(2001), Ibn AL- Haitham Journal for pure and Applied Sciences, Angular Distribution studies of  $\gamma$ -Rays from the Reactions  $Zr^{90}(n,n\gamma)$ , 4A:45
7. AL-zuhairy, M.H.M. (1999). Ph.D. thesis, Multipole Mixing Ratios of Gamma Ray from the Heavy Ion Reactions by using constant statistical Tensor Method, University of Baghdad
8. Yamazaki, T. (1967).Nucl Data, Section A3: 1

الجدول (1): نسب الخط لانتقالات كامية من مستويات متهيجة في التفاعل  $^{168}\text{Er}(n, n'\gamma)^{168}\text{Er}$  بأستعمال طريقة نسبة  $a_2$  وانتقالات نقية.

$E_{\text{level}}$ (KeV)	$E_{\gamma}$ (KeV)	$J_i^{\pi} - J_f^{\pi}$	$\frac{a_2}{a_4}$ [1]	$\delta$ - values		
				Ref.(1)	Ref.(2)	P.W
821.2	821.2	$2^+ - 0^+$	0.216 (15) - 0.063(20)	E2	E2	E2
	741.4	$2^+ - 2^+$	- 0.029(8) -0.013(11)	$26_{-8}^{+27}$ —	$25.1_{-7.6}^{+19.5}$ - 0.40(2)	$26.1_{-14.5}^{+61.26}$ - 0.40(5)
994.8	914.9	$4^+ - 2^+$	0.27(3) - 0.04(4)	E2 —	- 0.03(5) $-(0.86_{-0.03}^{+0.04})$	E2 - 0.89(7)
	730.7	$4^+ - 4^+$	- 0.125(8) -0.079(11)	$13_{-3}^{+16}$	$10.3_{-1.9}^{+2.9}$	$12.60_{-3.77}^{+10.21}$
1263.9	999.7	$6^+ - 4^+$	+0.29(3) - 0.05(4)	E2	$-(0.02_{-0.04}^{+0.03})$ $-(1.6_{-0.2}^{+?})$	E2
	715.1	$6^+ - 6^+$	- 0.219(17) - 0.187(23)	$-1.7_{-0.3}^{+0.9}$ $-50_{-1.5}^{+2.0}$	$108_{-9.0}^{+?}$	$-1.68_{-0.56}^{+19.18}$
1276.3	1196.5	$2^+ - 2^+$	-0.129 (13) - 0.018(20)	— $-5.0_{-1.9}^{+2.6}$	- 0.71(7) $-(4.9_{-0.9}^{+1.4})$	- 0.71(6) $-(4.9_{-1.15}^{+0.85})$
	1012.2	$2^+ - 4^+$	0.064(14) 0.012(20)	E2	- 0.00(4)	E2
1358.9	1358.9	$1^- - 0^+$	- 0.040 (14) - 0.021(20)	E1	E1	E1
	1279.0	$1^- - 2^+$	0.02(2) - 0.002 (2)	$0 > \delta > -0.3$	- 0.09(2)	- 0.11(4) $-(2.3_{-0.32}^{+0.24})$
1493.1	1413.3	$2^+ - 2^+$	0.362 (16) 0.011(20)	0.65(35)	Imaginary root	Imaginary root
	1229.0	$2^+ - 4^+$	0.084(11) 0.031 (15)	E2	$-(0.06_{-0.04}^{+0.03})$	E2
1786.1	1786.1	$1^- - 0^+$	- 0.10 (3) + 0.08(4)	E1	E1	E1
	1706.4	$1^- - 2^+$	0.03(3) 0.08 (4)	$-0.06 > \delta > -10$	$-(0.39_{-0.34}^{+?})$ $-(1.3_{-?}^{+1.5})$	$-0.06 > \delta > -$ 2.68
1848.4	1848.2	$2^+ - 0^+$	0.25 (5) - 0.08(7)	E2	E2	E2
	1768.4	$2^+ - 2^+$	0.08(5) 0.10 (7)	$-(0.18_{-0.10}^{+0.09})$ $4.1_{-1.2}^{+2.3}$	$-(0.16_{-0.09}^{+0.10})$ $3.8_{-1.2}^{+2.4}$	$-(0.18_{-0.14}^{+0.10})$ $4.01_{-1.23}^{+2.94}$



الجدول (2): نسب الخط لأنتقالات كامية من مستويات متهيجة في التفاعل  $^{168}\text{Er}(n, n'\gamma)^{168}\text{Er}$  بأستعمال طريقة نسبة  $a_2$  وأنتقالات مختلطة.

$E_{\text{level}}$ (KeV)	$E_{\gamma}$ (KeV)	$J_i^{\pi} - J_f^{\pi}$	$\frac{a_2}{a_4}$ [1]	$\delta$ - values		
				Ref.(1)	Ref.(2)	P.W
1431.5	1351.7	$4^+ - 2^+$	$-0.195(13)$ $0.009(20)$	$-0.02(3)$	$0.00^{+0.02}_{-0.01}$	$-0.015^{+0.023}_{-0.025}$
	1167.4	$3^- - 4^+$	$-0.094(9)$ $0.004(13)$	$0.025^{+0.023}_{-0.018}$	$0.01^{+0.02}_{-0.01}$	$-3.8(4)$
1569.4	748.3	$2^- - 2^+$	$-0.171(13)$ $-0.010(17)$	$-0.02^{+0.05}_{-0.08}$	$-(0.96^{+0.20}_{-0.12})$ $-2.8(7)$	$-0.02(16)$ $2.4^{+1.62}_{-0.8}$
	673.7	$2^- - 3^+$	$-0.10(5)$ $-0.08(8)$	$0.08^{+0.10}_{-0.08}$	$-(0.36^{+0.26}_{-0.05})$ $-(1.8^{+0.6}_{-0.7})$	$0.08^{+23497}_{-0.084}$
1633.5	737.6	$3^- - 3^+$	$0.17(3)$ $-0.08(4)$	$-0.13^{+0.05}_{-0.05}$	$-(0.15^{+0.05}_{-0.06})$	$-0.14(0.10)$ $1.8(4)$ $-0.02(2)$
	6388	$3^- - 4^+$	$-0.067(19)$ $0.03(3)$	$-0.02(4)$	$-0.02(2)$	$-(7.7^{+1.5}_{+2.2})$

Appendix I					
Ji	L	L	Jf	F2	F4
1.0	1.0	1.0	0.0	0.70711	0.00000
1.0	1.0	1.0	1.0	-0.35355	0.00000
1.0	1.0	2.0	1.0	-1.06067	0.00000
1.0	2.0	2.0	1.0	-0.35355	0.00000
1.0	1.0	1.0	2.0	0.07071	0.00000
1.0	1.0	2.0	2.0	0.47434	0.00000
1.0	2.0	2.0	2.0	0.35355	0.00000
1.0	2.0	2.0	3.0	-0.10101	0.00000
1.0	2.0	3.0	3.0	0.37796	0.00000
1.0	3.0	3.0	3.0	0.53034	0.00000
1.0	3.0	3.0	4.0	-0.17678	0.00000
2.0	2.0	2.0	0.0	-0.59761	-1.06904
2.0	1.0	1.0	1.0	0.41833	0.00000
2.0	1.0	2.0	1.0	-0.93542	0.00000
2.0	2.0	2.0	1.0	-0.29881	0.71269
2.0	1.0	1.0	2.0	-0.41833	0.00000
2.0	1.0	2.0	2.0	-0.61238	0.00000
2.0	2.0	2.0	2.0	0.12806	-0.30544
2.0	1.0	1.0	3.0	0.11952	0.00000
2.0	1.0	2.0	3.0	0.65466	0.00000
2.0	2.0	2.0	3.0	0.34149	0.07636
2.0	2.0	2.0	4.0	-0.17075	-0.00848
2.0	2.0	3.0	4.0	0.50507	-0.06274
2.0	3.0	3.0	4.0	0.44822	-0.02970
2.0	3.0	3.0	5.0	-0.29881	0.00405
3.0	3.0	3.0	0.0	-0.86603	0.21320
3.0	2.0	2.0	1.0	-0.49487	-0.44670
3.0	2.0	3.0	1.0	-0.46290	1.04463
3.0	3.0	3.0	1.0	-0.64953	0.03553
3.0	1.0	1.0	2.0	0.34641	0.00000
3.0	1.0	2.0	2.0	-0.94869	0.00000
3.0	2.0	2.0	2.0	-0.12372	0.67006
3.0	1.0	1.0	3.0	-0.43301	0.00000
3.0	1.0	2.0	3.0	-0.43301	0.00000
3.0	2.0	2.0	3.0	0.22682	-0.44670
3.0	1.0	1.0	4.0	0.14434	0.00000
3.0	1.0	2.0	4.0	0.72169	0.00000
3.0	2.0	2.0	4.0	0.30929	0.14890
3.0	2.0	2.0	5.0	-0.20620	-0.02030
3.0	2.0	3.0	5.0	0.54554	-0.13430
3.0	3.0	3.0	5.0	0.36085	-0.05492
3.0	3.0	3.0	6.0	-0.36085	0.00969
4.0	3.0	3.0	1.0	-0.78349	0.14527
4.0	2.0	2.0	2.0	-0.44770	-0.30438
4.0	2.0	3.0	2.0	-0.52972	0.90036
4.0	3.0	3.0	2.0	-0.47009	-0.04842

40	1.0	1.0	3.0	0.31339	0.00000
40	1.0	2.0	3.0	-0.94018	0.00000
40	2.0	2.0	3.0	-0.04477	0.60876
40	1.0	1.0	4.0	-0.43875	0.00000
40	1.0	2.0	4.0	-0.33541	0.00000
40	2.0	2.0	4.0	0.26455	-0.49807
40	1.0	1.0	5.0	0.15955	0.00000
40	1.0	2.0	5.0	0.75679	0.00000
40	2.0	2.0	5.0	0.28490	0.19370
40	2.0	2.0	6.0	-0.22792	-0.02980
40	2.0	3.0	6.0	0.56407	-0.18437
40	3.0	3.0	6.0	0.29915	-0.06874
40	3.0	3.0	7.0	-0.39887	0.01422
50	3.0	3.0	2.0	-0.73599	0.11589
50	2.0	2.0	3.0	-0.42056	-0.24281
50	2.0	3.0	3.0	-0.55634	0.80301
50	3.0	3.0	3.0	-0.36799	-0.07726
50	1.0	1.0	4.0	0.29439	0.00000
50	1.0	2.0	4.0	-0.93095	0.00000
50	2.0	2.0	4.0	0.00000	0.56556
50	1.0	1.0	5.0	-0.44159	0.00000
50	1.0	2.0	5.0	-0.27386	0.00000
50	2.0	2.0	5.0	0.28307	-0.52297
50	1.0	1.0	6.0	0.16984	0.00000
50	1.0	2.0	6.0	0.77832	0.00000
50	2.0	2.0	6.0	0.26689	0.22413
50	2.0	2.0	7.0	-0.24263	-0.03736
50	2.0	3.0	7.0	0.57416	-0.22100
50	3.0	3.0	7.0	0.25476	-0.07726
50	3.0	3.0	8.0	-0.42461	0.01783
60	3.0	3.0	3.0	-0.70510	0.09967
60	2.0	2.0	4.0	-0.40291	-0.20883
60	2.0	3.0	4.0	-0.56980	0.73833
60	3.0	3.0	4.0	-0.30219	-0.09018
60	1.0	1.0	5.0	0.28204	0.00000
60	1.0	2.0	5.0	-0.92319	0.00000
60	2.0	2.0	5.0	0.02878	0.53699
60	1.0	1.0	6.0	-0.44320	0.00000
60	1.0	2.0	6.0	-0.23146	0.00000
60	2.0	2.0	6.0	0.29355	-0.53699
60	1.0	1.0	7.0	0.17728	0.00000
60	1.0	2.0	7.0	0.79283	0.00000
60	2.0	2.0	7.0	0.25326	0.24613
60	2.0	2.0	8.0	-0.25326	-0.04343
60	2.0	3.0	8.0	0.58028	-0.24879
60	3.0	3.0	8.0	0.22160	-0.08292
60	3.0	3.0	9.0	-0.44321	0.02073