Comparative for the EWMA charts by using non - homogeneous markov chain approach

J.A. Naser
Institute of Adminstation Al-Risafa

Abstract

In this study, we investigate the run length properties for the EWMA charts with time - varying control limits, and fast initial Response (FIR), for monitoring the mean of a normal process with a known standard deviation , by using non - homogeneous markov chain approach.

مقارنة للوحات الـ EWMA بأستعمال أسلوب سلسلة ماركوف غير المتجانسة

جنان عباس ناصر
معهد الادارة ،الرصافة

الخلاصة

في هذا البحث نتحرى خواص طول التشغيل للوحات الـ EWMA بحدي السيطرة المتغيرة بتغير الوقت مع استخدام ميزة الاستجابة الاولية السريعة (FIR)،لمراقبة المتوسط لعملية تتبع التوزيع الطبيعي بانحراف معياري معلوم. بأستخدام أسلوب سلسلة ماكوف غير المتجانسة.

المقدمة

تناول عدد غير قليل من الباحثين التحري عن خصائص طول التشغيل للوحات الـEWMA عندما تكون حدود السيطرة ثابتة بهدف جعل التحليل أسهل. فقد استعملت لوحات الـ EWMAفي تطبيقات مراقبة النوعية للكشف عن الانحرافات المتوسطة والصغيرة في العملية الانتاجية تحت السيطرة.اذ تمتازلوحة الـ EWMAبانها تاخذ جميع المشاهدات السابقة في عملية اتخاذ القرارو لكن باوزان مختلفة،اذ يتم اعطاء المشاهدة الاكثرحداثة الوزنλ .وقد استعملت أساليب عديدة من الباحثين للحصول على قيم متوسط طول التشغيل (ARL) الذي يمثل العدد المتوقع من العينات المسحوبة لغاية ورود مايشير الى أن العملية الانتاجية قد اصبحت خارج السيطرة.اذ يكون هذا العدد المتوقع كبيراً حين تكون العملية الإنتاجية تحت السيطرة الإحصائية ويكون صغيراً عندما تحيد هذه العملية عن مسارها الطبيعي أي خارج السيطرة الاحصائي.فقد استعمل الباحث [1] المحاكاة للحصول على قيم ARL .واستعمل الباحث [2] اسلوب تقريب معادلة التكامل من النوع الثاني بطرق عددية لتحديد قيم ARL ، اما الباحث[3] فقد استعمل أسلوب سلسلة ماركوف لتحديدها. وتعرف سلسلة ماركوف المتجانسة بانها عملية تصادفية تعتمد على المتغيرالاخيرللتنبوء بالبيانات اللاحقة وهنا تكون parameter space و state space ذا القيم المتقطعة،وتستعمل سلاسل ماركوف للتنبوء بالقيم الاحتمالية بالاعتماد على اخرقيمة بالسلسلة الزمنية.وقد اثبتت جميع الاساليب المتقدم ذكرها انفا بأنها تعطي نتائجا" جيدة.وفي هذا البحث نستخدم أسلوب متسلسل اخر(اسلوب سلسلة ماركوف غير المتجانسة والذي يعتمد على t من الاوقات)[4,5] للتحري عن خصائص طول التشغيل (متوسط وتباين طول التشغيل وتوزيعه الاحتمالي) للوحات الـ EWMA والمقارنة مع لوحات الـ EWMA مع أستخدام ميزة الاستجابة الاولية السريعة (FIR-EWMA) ، التي تمتاز بفاعلية وحساسية كبيرتين للكشف عن الانحرافات التي تحدث في العملية عندما تكون العملية في مبتدئها ومن ثم أتخاذ أجراء

تصحيح مبكر للعملية من خلال البحث عن اسباب الخلل في العملية وازالته ، عندما تكون حدود السيطرة متغيرة بتغير الوقت ، باستعمال أسلوب سلسلة ماركوف غير المتجانسة.

هدف البحث

يهدف هذا البحث الى التحري عن خصائص طول التشغيل للوحات السيطرة للمتوسط المتحرك الموزون اسيا (EWMA) بحدي السيطرة المتغيرة بتغير الوقت مقارنة بلوحات الـ EWMA بحدي السيطرة المتغيرة بتغير الوقت مع استخدام ميزة الاستجابة الاولية السريعة (FIR-EWMA) .وذلك بأستخدام أسلوب سلسلة ماركوف غير المتجانسة ، للكشف عن الانحراف في متوسط العملية عندما تكون العملية تتبع التوزيع الطبيعي بانحراف معياري معلوم

أسلوب سلاسل ماركوف غير المتجانسة The non-homogeneous Markov Chains approach

نستعرض في هذا المبحث الصيغ التقريبية لأيجاد التوزيع الاحتمالي ،القيمة المتوقعة والتباين لطول التشغيل للوحات الـ EWMA ولوحات الـ FIR-EWMA بحدي السيطرة المتغيرة بتغير الوقت باستخدام أسلوب سلاسل ماركوف غير المتجانسة كما وردت في المصدر [4,6,7].

أولا : الصيغ التقريبية للتحري عن خصائص طول التشغيل للوحات الـ EWMA بحدي السيطرة المتغيرة بتغير الوقت

يمكن تلخيص صيغة الحل باستخدام سلسلة ماركوف غير المتجانسة مع حالات عددها (g) بالخطوات التالية:

1. يقسم مجال الحالة بين حدي السيطرة الثابتة الاعلى (UCL) والادنى (LCL) على (g-1) من الحالات المتقطعة وتمثل الحالة ($g^{(th)}$) شرط الخروج عن السيطرة [4,6,7] ، اذ ان

$$UCL = \mu_{\bar{x}} + L\sigma_{\bar{x}}\sqrt{(\lambda/(2-\lambda))}$$
$$LCL = \mu_{\bar{x}} - L\sigma_{\bar{x}}\sqrt{(\lambda/(2-\lambda))} \qquad \ldots(1)$$

وان كل من $\mu_{\bar{X}}$ و $\sigma_{\bar{X}}$ في التطبيقات مقدرة أنموذجيا من البيانات الاولية متوسطا" العينة والانحراف المعياري للعينة،وتكون قيمة ثابت حد السيطرة (L) عادة مساوية الى ثلاثة [4,6]، اما λ فهي معلمة التنعيم وتكون $0 < \lambda \leq 1$ ،وفي تطبيقات مراقبة النوعية تكون القيم الانموذجية لمعلمة التنعيم [4,6,7] بين0.05 و 0.25.

2. حساب قيمة W = (UCL-LCL)/g وبأفتراض قيمة لـ g، اذ كلما زادت قيمة g تحسن التقريب.ثم حساب الحالات وفقا للصيغة

$$S = (S_1, S_2, .., S_{g-1}) = (LCL+W, LCL+2W, \ldots, UCL-2W, UCL-W) \qquad \ldots(2)$$

3. تحديد مصفوفة الاحتمالات الانتقالية بالوقت غير المحدود (R_∞)التي تكون ذا رتبة (g-1 ×g-1).اذ يتم تحديد قيم $P_{ij}{}_\infty$ بوضع بعض الأفتراضات العملية.فاذا كان المتغيرالعشوائي $\overline{Xt}$ (المتغيرتحت السيطرة) يتبع التوزيع الطبيعي بمتوسط $\mu_{\bar{X}}$وانحراف معياري $\sigma_{\bar{X}}$ ،اي ان $\overline{X}_t \sim N(\mu_{\bar{X}}, \sigma^2_{\bar{X}})$.وبما ان احصاءة الاختبار للوحة الـ EWMA تكون على وفق الصيغة [4,6,7] :

$$Z_t = \lambda\overline{X}_t + (1-\lambda)\, Z_{t-1} \quad , t = 1,2,\ldots T \qquad \ldots(3)$$

وعليه يمكن تحديد التوزيع الاحتمالي لاحصاءة الاختبارالـ EWMA في الوقت غيرالمحدود على وفق الصيغة الاتية :

$$Z \sim N(\mu\lambda + (1-\lambda)\, S_i \,، \lambda^2\sigma^2) \qquad \ldots(4)$$

وبناء على ماتقدم يمكن تحديد قيم احتمالات انتقال الوقت غير المحدود لمصفوفة R_∞ وكمايأتي :

$$P_{ij}{}_\infty = P_r(S_j - 0.5w < Z < S_j + 0.5w) \quad , \; j = 1, 2, 3, g-1$$
$$P_{ig}{}_\infty = P_r(Z > S_{g-1} + 0.5w) + P_r(Z < S_1 - 0.5w) \qquad \ldots(5)$$

اذ ان قيم $P_{ij}{}_\infty$ تمثل احتمال الانتقال من الحالة S_i ال الحالة S_j بالوقت غير المحدود .

4. تحدد مصفوفة الاحتمالات الانتقالية مدة الوقت t (R_t) التي تكون ذا رتبة (g-1 ×g-1) ، بتغيرالاحتمالات الانتقالية التي تؤدي الى أشارة مبكرة.في مصفوفة R_∞ أحتمالات الانتقالات بداية قيم من (صفوف) التي تكون خارج حدي السيطرة المتغيرة بتغيرالوقت ونهاية قيم (أعمدة) التي تؤدي الى أشارة خارج السيطرة تكون مساوية للصفر .لكل قيمة لـ tتشخص الصفوف الملائمة والاعمدة الملائمة بمقارنة حدي السيطرة المتغيرة للوحة الـ EWMA مع الحالات في مجال الحالة ،بمعنى آخر لتحديد R_t أول الصفوف $f_1(t)$ وآخرالاعمدة $f_2(t)$ المصفوفة R_∞ تكون مساوية لمتجهات صفرية،حين تكون $f_1(t)$ تساوي أكبرعدد صحيح من حيث S_{f1}-0.5w ≤ LCL (t) .أما $f_2(t)$ تساوي أصغرعدد صحيح من حيث S_{f2} +0.5w ≥ UCL (t). وان كل من UCL (t) و LCL (t) يمثلان حدي السيطرة الاعلى (UCL(t)) والادنى (LCL(t))المتغيرة بتغيرالوقت وعلى التولي [4,6,7] على وفق الصيغة الاتية:

$$UCL(t) = \mu_{\bar{x}} + L\sigma_{\bar{x}}\sqrt{(\lambda\ /(2-\lambda))[1-(1-\lambda)^{2t}]}$$

$$LCL(t) = \mu_{\bar{x}} - L\sigma_{\bar{x}}\sqrt{(\lambda\ /(2-\lambda))[1-(1-\lambda)^{2t}]} \qquad \ldots(6)$$

باستعمال هذه الطريقة تستحصل تقديرات R_1, R_2, R_3 .... الخ.

5. وبأفتراض أن RL يمثل طول التشغيل للوحة الـ EWMA بحدي السيطرة المتغيرة بتغير الوقت فأن التوزيع الاحتمالي لطول التشغيل يكون

$$F = P_r(RL \le t) = (I - \prod_{i=1}^{t} R_i)\underline{1}\ , \qquad t \ge 1 \quad \ldots(7)$$

$$L = P_r(RL = t) = (\prod_{i=1}^{t-1} R_i - \prod_{i=1}^{t} R_i)\underline{1}\ , \qquad t \ge 1 \quad \ldots(8)$$

اذ ان I تمثل مصفوفة الوحدة ذا رتبة (g-1 ×g-1) .أما $\underline{1}$ فهومتجه عمودي ذو رتبة (1× g-1)،تكون قيمة كل عنصر من عناصره مساوية للواحد.وان L يكون متجه ذي رتبة (1 × g-1) وعناصره تمثل قيم الدوال الاحتمالية لطول التشغيل مبتدأ من الحالات $S_1\ S_2 \ldots S_{g-1}$.اما F فيكون متجه من رتبة(1 × g-1) وتمثل عناصره قيم الدوال الاحتمالية التجميعية ولكل حالة من الحالات.

6. اما طول التشغيل المتوقع (E(RL (العدد المتوقع من العينات التي يتم معاينتها لغاية مايشير الى ان العملية قد اصبحت خارج السيطرة) وتباينه فيمكن حسابه على وفق الصيغة الاتية:

$$E(RL) = \sum_{t=1}^{tmax-1}(\prod_{s=1}^{t} R_s\underline{1}) + (\prod_{s=1}^{tmax} R_s)(I-R_\infty)^{-1}\underline{1} \qquad \ldots(9)$$

$$Var(RL) = \underline{1} + \sum_{t=1}^{tmax-1}[(2(t)+1)(\prod_{s=1}^{t} R_s\underline{1})] + (2tmax+1)(\prod_{s=1}^{tmax} R_s)(I-R_\infty)^{-1}\underline{1}$$
$$+ 2(\prod_{s=1}^{tmax} R_s)R_\infty(I-R_\infty)^{-2}\underline{1} \qquad \ldots(10)]$$

اذ ان $\underline{1}$ سبق تعريفه. وتكون المعادلتان (9) و (10)متجهات ذا رتبة (1×g-1)التي تعطي المتوسط والتباين لطول التشغيل بدلالة مجاميع محددة من بداية أي قيمة أوحالة S_i.وان كل من المتوسط والتباين لطول التشغيل كتبت بدلالة مجاميع محدودة لغاية الوقتtmax وتكون tmax مساوية لعدد مدد الوقت التي تستعمل مصفوفات احتمال انتقال مختلفة. ولان حدي السيطرة المتغيرة بتغير الوقت المعطاة على وفق الصيغة (6) تقترب بشكل محاذي لقيم ثابتة (حدي السيطرة الثابتة)، فأن أحتمالات الانتقال $_tP_{ij}$ تقترب لاحتمالات الانتقال $_\infty P_{ij}$ وكذلك فأن مصفوفة الاحتمالات الانتقالية بالوقت t (R_t)تقترب لمصفوفة الاحتمالات الانتقالية بالوقت غيرالمحدود (R_∞)عندما تقترب t الى

الملانهاية $(t \to \infty)$.ولهذا فان مصفوفة R_{tmax} تكون غيرقابلة للتميزعن مصفوفة R_{∞}،بمعنى اخر زيادة قيمة tmax اكثرسوف لن يؤثر على دقة الحل ، ويكون ذلك بمعرفة ان $UCL - UCL\ (t) \le 0.5w$ و $LCL\ (t) \ge$ LCL−0.5w.وان اصغرعدد صحيح لـ tmax يؤخذ اكبر من القيمة الناتجة من الصيغة

$$\log\{[(12w(2-\lambda)\sigma_{\bar{x}}\sqrt{(\lambda/(2-\lambda))} - w]/(36\lambda\ \sigma^2_{\bar{x}})\}/(2\log(1-\lambda)) \quad ...(11)$$

لقد اختيرت قيمة tmax معتمدة على قيمة كل من معلمة التنعيم (λ) وعدد الحالات (g).

ثانيا : الصيغ التقريبية للتحري عن خصائص طول التشغيل للوحات الـ EWMA مع استخدام ميزة الاستجابة الاولية السريعة (FIR-EWMA) بحدي السيطرة المتغيرة بتغير الوقت

نستخدم صيغة الحل باسلوب سلسلة ماركوف غير المتجانسة. وعلية يمكن اتباع الخطوات نفسها المتقدم ذكرها في اولا مع مراعاة استخدام حدود السيطرة المتغيرة بتغير الوقت للوحة الـ FIR-EWMA [3,4,5,7] على وفق الصيغة الاتية:

$$UCL(t) = \mu_{\bar{x}} + L\sigma_{\bar{x}}[1-(1-f)^{1+a(t-1)}]\sqrt{(\lambda\ /(2-\lambda))[1-(1-\lambda)^{2t}]}$$

$$LCL(t) = \mu_{\bar{x}} - L\sigma_{\bar{x}}[1-(1-f)^{1+a(t-1)}]\sqrt{(\lambda\ /(2-\lambda))[1-(1-\lambda)^{2t}]} \quad ...(12)$$

اذ تعرف f بانها نسبة من المسافة الاصلية لنقطة البداية لحدود السيطرة و تعرف a بانها معلمة التعديل وتحسب على وفق الصيغة الاتية :

$$a = (-2/\log(f) - 1)/19 \quad ...(13)$$

الجانب التجريبي

يتضمن هذا الجانب عرض الاساليب التي يتم من خلالها الكشف عن الانحراف في النوعية ، تكون هذه الاساليب باستخدام لوحات الـ EWMA ولوحات الـ FIR-EWMA بحدي السيطرة المتغيرة بتغيرالوقت.وقد تم تحويرالبرامج المعتمده في المصدر [7] باستخدام الـ Matlab للحصول على قيم متوسط طول التشغيل (ARL) والانحراف المعياري (SD) لطول التشغيل وتوزيعه الاحتمالي لتلك اللوحات المتقدم ذكرها ولتوليفات مختلفة لمعلمات تلك اللوحات .

3-1 لوحات الـ EWMA بحدي السيطرة المتغيرة بتغير الوقت

لغرض حساب قيم ARL على وفق الصيغة (9)،اي العدد المتوقع من العينات المسحوبة لغاية ورود مايشيرالى ان العملية قد اصبحت خارج السيطرة، وكذلك حساب قيم SD لطول التشغيل على وفق الصيغة (10) بعد اخذ الجذر التربيعي لها.فقد تم افتراض ان المتغيرتحت السيطرة يتبع التوزيع الطبيعي بمتوسط $\mu_0 = 0$ و $\sigma_0 = 1$ ،وبهدف

معرفة تاثير صغر وكبر قيم معلمة التنعيم وقد اختيرت قيم معلمة التنعيم $\lambda = 0.05,0.1,0.25$ وكذلك قيمة $\lambda = 0.5$.أما قيم ثابت حد السيطرة ، L=2.25,2.5,2.75,3,3.25,3.5لغرض معرفة تاثيرصغر او كبر قيمة L.وتم افتراض قيم التغير في القيمة الاولية لمتوسط العملية $\mu/\sigma = 0.0,0.25,0.5,0.75,1.0,1.5,2.0,2.5,3,3.5,4$. وقد لخصت النتائج من ما تقدم ذكره في الجدولين (1,2) في الملحق ونلاحظ منها ماياتي:

- ان قيم ARLو SD لطول التشغيل تتناقص بزيادة قيمة التغير في متوسط العملية ($\mu\ /\sigma$) بثبات قيمة كل λ و L و g.
- ان قيم ARL و SD لطول التشغيل تزداد بزيادة قيمة L وثبات قيمة كل من λ و g .

- تكون قيم ARL أقل من الواحد عندما تكون قيمة التغير في القيمة الاولية لمتوسط العملية بين 2σ و 4σ .الا ان تلك القيم تزداد لتكون اكبر من الواحد بزيادة قيم λو L .أنظر الجدول (1).
- ان قيم ARL و SD لطول التشغيل تتناقص بزيادة قيمة λ عندما تكون قيمة التغيرفي متوسط العملية مساوية للصفر ،وعندما تكون قيمة التغيرفي متوسط العملية مساوية لـ $0.25\ \sigma$ولبعض التوليفات، في حين يلاحظ تزايد قيم ARL و SD لطول التشغيل بزيادة قيمة λلبقية القيم المفترضة للتغيرفي متوسط العملية بثبات قيمة L و g .

وبهدف معرفة تاثير قيمة σ_0في قيم ARL و SD لطول التشغيل،فقد اختيرت قيم $\sigma_0 = 1.1, 1.2, 1.5$ و $\mu_0 = 0$ ولقيم λوg نفسها و قيم التغير في متوسط العملية الاولي (μ / σ) عندما تكون L=3 وقد لخصت النتائج مما تقدم ذكره في الجداول (3,4,5) في الملحق .ونلاحظ منها ماياتي:

- ثبات قيم ARL و SD لطول التشغيل بزيادة قيمة σ_0 عندما تكون قيمة التغير في متوسط العملية الاولي مساوية للصفر .فمثلا نلاحظ ان قيم ARLو SD تكون مساوية لـ 1270.7و 1805.7 وعلى التوالي عندما تكون قيمة $\lambda = 0.05$ ، L=3، و g=150 ، ولكل القيم المفترضة للتغير في قيمة σ_0 . والشئ نفسه يعمم لبقية قيم λ .
- زيادة قيم ARL و SD لطول التشغيل بزيادة قيمة σ_0 عندما تكون قيمة التغير في متوسط العملية الاولي اكبر من الصفر. فمثلا نلاحظ ان قيم ARLو SD تكون مساوية لـ 259.03 و 362.41 وعلى التوالي عندما تكون قيمة التغير في متوسط العملية الاولي مساوية لـ 0.25 ، وتكون قيمة $\lambda = 0.05$ ، L=3، و g=150، $\sigma_0 = 1.5$ وهي اكبر من قيم ARLو SD عندما تكون قيمة $\sigma_0 = 1.1$و للتوليفات نفسها لقيم λوL و g . والشئ نفسه يعمم لبقية قيم λ .

وبهدف معرفة تاثيرعدد الحالات (قيمة g) المستخدمة في اسلوب سلسلة ماركوف غير المتجانسة على قيم ARL و SD لطول التشغيل،عندما تكون قيمة $\mu_0 = 0$ و $\sigma_0 = 1$ ، فقد اختيرت L=3 و λ=0.25 و لقيم التغيرنفسها في متوسط العملية الاولي ولـ g=500 وقد لخصت النتائج في الجدول (6) في الملحق، ونلاحظ منها ماياتي:

- ان قيم ARL و SD لطول التشغيل تزداد بزيادة قيمة g وبثبات قيمة كل من λ و L .

وبهدف معرفة تاثير قيمة ثابت حد السيطرة (L) على قيم ARL و SD لطول التشغيل ، عندما تكون قيمة $\mu_0 = 0$ و $\sigma_0 = 1$ ، فقد اختيرت L=4.5 و λ=0.25 و لقيم التغير نفسها في متوسط العملية الاولي ولـ g=150 وقد لخصت النتائج في الجدول (6) في الملحق، ونلاحظ منها ماياتي:

- ان قيم ARL و SD لطول التشغيل تزداد بزيادة قيمة L وبثبات قيمة كل من λ و g .

أما التوزيع الاحتمالي لطول التشغيل الذي يحسب على وفق الصيغة (8) فقد لوحظ

- ان انسيابية التوزيع الاحتمالي لطول التشغيل للوحة الـ EWMAبحدي السيطرة المتغيرة بتغير الوقت تعتمد على قيمة λ بثبات قيمة L و g عندما تكون قيمة التغير في متوسط العملية العملية الاولية مساوية للصفر ،اذ يكون التوزيع الاحتمالي لطول التشغيل أكثر انسيابية بزيادة قيمة λ ، انظر الشكل (1) مثلا في الملحق ، عندما تكونλ=0.25 و L=3 و g=150 .

- ان شكل القمة الاولية لمنحني التوزيع الاحتمالي لطول التشغيل تكون محدبة بزيادة قيمة λ وثبات قيمة L و g عندما تكون قيمة التغير في متوسط العملية العملية الاولي مساوية 1σ . انظر الشكل (2) مثلا في الملحق ، عندما تكون λ=0.25 و L=3 و g=150. في حين لاحظ الشكل (3) مثلا في الملحق، شكل القمة الاولية لمنحني التوزيع الاحتمالي لطول التشغيل عندما تزداد قيمة L لتكن L=3.5 و للتوليفة نفسها المتقدم ذكرها،اذ نلاحظ ان المنحني في الشكل (2) يستدق بشكل محاذي لمحور X اسرع منه في الشكل (3).

3-2 لوحات الـ FIR-EWMA بحدي السيطرة المتغيرة بتغير الوقت

وبهدف حساب قيم ARL على وفق الصيغة (9)، وقيم SD لطول التشغيل وعلى وفق الصيغة (10) بعد اخذ الجذر التربيعي لها،فقد تم افتراض ان المتغير تحت السيطرة يتبع التوزيع الطبيعي بمتوسط $\mu_0 = 0$ و $\sigma_0 = 1$ ،وقد اختيرت قيم معلمة التنعيم $\lambda = 0.1, 0.25$ ، وبقيمة ثابت حد السيطرة L=3 و g=150 و لقيم التغير نفسها في القيمة الاولية لمتوسط العملية (μ / σ)المتقدم ذكرها في المبحث [1-4] وبنسب f=0.4,0.5,0.6,0.7,0.8,0.9 .وقد لخصت النتائج من ما تقدم ذكره في الجدولين (8,7)، فضلا" عن قيم ARLو SD لطول التشغيل من دون استخدام ميزة الـ FIR التي وضعت تحت عمود f=1،أنظر الملحق ، ونلاحظ منها ماياتي:

- ان قيم ARL و SD لطول التشغيل تزداد بزيادة نسبة f وبثبات قيمة كل من λ وL و g.
- ان قيم ARL و SD لطول التشغيل تزداد بزيادة قيمة λ ولكل نسبة من نسب f وبثبات قيمة كل من L و g.

نستنتج مما تقدم اعلاه ان زيادة نسبة f تؤدي الى زيادة المساحة المحصورة بين حدي السيطرة المتغيرة بتغير الوقت مما يؤدي الى زيادة قيم ARL و SD لطول التشغيل بزيادة نسبة f .

اما التوزيع الاحتمالي لطول التشغيل للوحات الـ FIR-EWMA الذي يحسب على وفق الصيغة (8) فقد لوحظ :

- ان انسيابية التوزيع الاحتمالي لطول التشغيل للوحة الـ FIR-EWMAبحدي السيطرة المتغيرة بتغير الوقت تعتمد على نسبة f بثبات قيمة كل من λ و L و g عندما تكون قيمة التغير في متوسط العملية العملية الاولي مساوية للصفر ،اذ يكون التوزيع الاحتمالي لطول التشغيل أكثر انسيابية لنسب صغيرة لـ f ، انظر الشكل (4) مثلا في الملحق ، عندما تكون λ=0.25 وL=3 و g=150 و f=0.4 .اما عندما تكون قيمة التغير في متوسط العملية العملية الاولي مساوية لـ 1σ ولنفس التوليفة لـ λ و L و g ولنسبة f=0.5 لاحظ الشكل (5) في الملحق مقارنة مع الشكل (6) للتوليفة نفسها في الشكل (5) لنسبة f=0.9 ، اذ يكون المنحني محدب ويقترب من شكل المنحني المبين في الشكل (2).

3-3 المقارنة بين لوحات الـ EWMA ولوحات الـ FIR-EWMAبحدي السيطرة المتغيرة بتغيرالوقت

لغرض مقارنة خصائص طول التشغيل للوحات الـ EWMA مع لوحات الـ FIR-EWMA في حالة كون حدي السيطرة متغيرة بتغير الوقت،فقد أعتمدت قيم ARL و SD لطول التشغيل معيارا" للمقارنة بين تلك اللوحات .وكما مبين في الجدولين (7,8)المتضمنة قيم ARL و SD لطول التشغيل لنسب f من 0.4 ولغاية0.9، مع قيم متوسط طول التشغيل للوحة الـ EWMA من دون أستخدام ميزة الاستجابة الاولية السريعة لـ (f=1) أنظر الملحق، اذ يتضح منها .

- ان قيم ARL لأي نسبة من نسب f تكون أقل من قيم متوسط طول التشغيل من دون أستخدام ميزة FIR بثبات قيمة كل من λ و L .فمثلاعدد العينات التي يتم معاينتها لغاية ورود مايشيرالى أن العملية قد أصبحت خارج السيطرة ، عندما يكون التغير في متوسط العملية الاولي مساويا لـ $\lambda = 0.1$و 1σ وL=3 للوحة الـ EWMA معدلا هو 8.135 من المشاهدات (العينات) في حين يكون معدلا2.23 من المشاهدات للوحة الـ FIR-EWMA بنسبة f=0.4 و لقيمة التغيرنفسها في متوسط العملية الاولي وλ و L .
- ان قيم SD لطول التشغيل لأي نسبة من نسب f تكون أقل من قيم SD لطول التشغيل من دون أستخدام ميزة FIR بثبات قيمة كل من λ و L .فمثلا عندما يكون التغير في متوسط العملية الاولي مساويا" لـ 1σ و $\lambda = 0.1$و L=3للوحة الـ EWMA فان SD يكون 10.752 في حين يكون 4.903 للوحة الـ FIR-EWMA بنسبة f=0.4 و لقيمة التغيرلنفسها في متوسط العملية الاولي وλ و L .

الاستنتاجات والتوصيات

4-1 الاستنتاجات

ان أهم الاستنتاجات التي تم التوصل اليها من خلال هذا البحث هي كمايأتي :

1. ان لوحات الـ EWMA ولوحات الـ FIR-EWMA بحدود سيطرة متغيرة بتغيرالوقت ، تكون حساسة أكثر للانحرافات الصغيرة في المتوسط العملية لنقل [0σ - 2 σ] .وبشكل عام نلاحظ ان قيم ARL و SD لطول التشغيل تزداد
   - بزيادة قيمة الانحراف المعياري(σ_0)للمتغير تحت السيطرة وبثبات قيمة λ و L و g.
   - بزيادة قيمة L وبثبات قيمة λ و g و σ_0 .
   - بزيادة قيمة g وبثبات قيمة λ و L و σ_0 .
2. ان استخدام حدود سيطرة متغيرة بتغيرالوقت يكون مفيدعندما تكون قيمة معلمة التنعيم أقل من0.3.
3. ان لوحات الـFIR-EWMA تكون حساسة أكثرمن لوحات الـ EWMA للكشف عن الانحرافات في متوسط العملية.
4. ان النتائج المتقدم ذكرها في الجداول (1-8) تكون ثابتة لاية قيمة لـ $\mu_0 > 0$ وللقيم لـ σ_0 نفسها المستعملة في البحث ووفقا لقيم σ_0 وλو L و g والقيم المفترضة للتغيرفي متوسط العملية.

4-2 التوصيات

أن أهم التوصيات التي يمكن وضعها في ضوء الأستنتاجات هي كمايأتي :

- من الضروري اعتماد أسلوب FIR-EWMA لما له أثر فعال في كشف أدق الانحرافات الصغيرة وخلال مراحل اية عملية انتاجية تحت السيطرة على النوعية لتكون ضمن المستوى المرغوب فيه .
- أعتماد القيم المتضمنة قيم ARL و SD لطول التشغيل للوحات الـ EWMA ولوحـات الـ FIR – EWMA للكشف عن الانحراف في متوسط العملية والمدونة في الجداول (1) ولغاية الجدول (8) التي تم التوصل اليها ، ولاية قيمة لـ μ_0ووفقا للتوليفات المستخدمة في البحث لقيم σ_0 وλ و L وg والقيم المفترضة للتغير في متوسط العملية.

المصادر

1. Roberts, S.W. (1959). Control Chart Tests Based on Geometric Moving Averages. Technometrics, 1, 239-251.
2. Crowder, Stephen v. 1987. " A simple Method for studying Run – length Distributions of Exponentially weighted Moving Average charts " . Technometrics, 29- , pp. 401-407.
3. Lucas, J. M .and Saccucci, Michael. (1990)." Exponentially weighted Moving Average control Schemes: properties and Enhancements ".with discussion Technometrics , 32, PP .1-29.
4. Steiner, S.H, (1999)," EWMA control charts with time- varying control limits and fast initial response". Journal of Quality Technology, 31, 75-86.
5. Rhoads, T.R. (1996-1997), "Fast Initial Response Scheme for the exponentially weighted Moving Average control charts". Quality Engineering. 9, 317-327.
6. Montgomery, D.C.(1991) , Introduction to statistical Quality control, Second Edition , John wiley and Sons , New York .

7. العبيدي ،جنان عباس ناصر،(2007) ،(دراسة مقارنة لاستخدام لوحة المعدل الاسي الموزون المتحرك (EWMA) غير ثابتة الحدود مع لوحة الاستجابة الاولية السريعة (FIR-EWMA) للتوزيع اللوجستي ولابلاس)،اطروحة دكتوراه مقدمة الى كلية الادارة والاقتصاد،الجامعة المستنصرية .

جدول :(1) قيم ARL للوحة الـ EWMA في حالة كون حدي السيطرة المتغيرة بتغيرالوقت للتوليفات المفترضة للمعلمتينλ و L، حين تكون العملية تتبع التوزيع الطبيعي $(\mu, \sigma_0 = 1)$ ، عندما تكون g=150، لحالة الصفر.

λ / μ/σ	L=2.25				L =2.5			
	0.05	0.1	0.25	0.5	0.05	0.1	0.25	0.5
0.00	183.93	111.170	62.011	44.532	338.210	204.120	115.740	85.587
0.25	45.713	40.755	34.144	30.891	62.922	59.384	55.029	54.510
0.50	15.490	14.857	14.550	15.758	19.631	19.366	20.621	24.881
0.75	7.648	7.463	7.433	8.389	9.501	9.375	9.853	12.260
1.00	4.468	4.413	4.387	4.905	5.529	5.480	5.625	6.805
1.50	1.916	1.934	1.928	2.068	2.395	2.410	2.429	2.723
2.00	0.931	0.966	0.970	1.009	1.192	1.229	1.239	1.321
2.50	0.463	0.496	0.500	0.509	0.616	0.655	0.662	0.685
3.00	0.220	0.243	0.246	0.246	0.309	0.340	0.345	0.348
3.50	0.093	0.106	0.108	0.106	0.141	0.161	0.164	0.165
4.00	0.033	0.039	0.040	0.039	0.056	0.066	0.067	0.066
λ / μ/σ	L =2.75				L =3.00			
	0.05	0.1	0.25	0.5	0.05	0.1	0.25	0.5
0.00	641.280	389.760	226.670	174.240	1270.70	782.340	469.450	371.180

0.25	86.802	88.012	91.817	100.590	121.460	134.510	160.480	195.550
0.50	24.596	25.228	29.890	40.872	30.592	33.069	44.791	70.501
0.75	11.628	11.661	13.164	18.469	14.055	14.415	17.863	28.946
1.00	6.732	6.715	7.194	9.619	8.081	8.135	9.225	13.973
1.50	2.939	2.952	3.019	3.584	3.547	3.561	3.714	4.734
2.00	1.492	1.528	1.551	1.707	1.832	1.865	1.908	2.185
2.50	0.796	0.841	0.853	0.898	1.004	1.052	1.071	1.154
3.00	0.420	0.460	0.466	0.477	0.553	0.600	0.609	0.632
3.50	0.206	0.234	0.237	0.238	0.289	0.325	0.331	0.334
4.00	0.089	0.104	0.106	0.105	0.135	0.158	0.161	0.159
λ	L =3.25				L =3.50			
μ / σ	0.05	0.1	0.25	0.5	0.05	0.1	0.25	0.5
0.00	2657.00	1663.40	1033.10	844.250	5899.00	3764.30	2422.40	2041.20
0.25	174.300	214.550	296.460	402.440	259.290	360.680	582.340	879.180
0.50	37.931	43.940	70.075	128.570	47.091	59.655	115.470	248.980
0.75	16.813	17.772	24.823	47.590	19.951	21.942	35.633	82.639
1.00	9.578	9.769	11.928	21.044	11.233	11.657	15.652	33.132
1.50	4.218	4.240	4.537	6.355	4.989	4.990	5.521	8.683
2.00	2.211	2.240	2.313	2.784	2.626	2.652	2.773	3.552
2.50	1.240	1.287	1.317	1.461	1.502	1.545	1.591	1.827
3.00	0.707	0.759	0.773	0.818	0.881	0.936	0.957	1.034
3.50	0.390	0.435	0.442	0.452	0.509	0.562	0.572	0.593
4.00	0.196	0.228	0.232	0.231	0.274	0.315	0.321	0.323

جدول (2): قيم SD لطول التشغيل للوحة الـ EWMA في حالة كون حدي السيطرة المتغيرة بتغير الوقت للتوليفات المفترضة للمعلمتينλ وL، حين تكون العملية تتبع التوزيع الطبيعي $(\mu, \sigma_0 = 1)$ ،عندما تكونg=150 ، لحالة الصفر.

λ	L =2.25				L =2.5			
μ / σ	0.05	0.1	0.25	0.5	0.05	0.1	0.25	0.5
0.00	270.440	160.930	88.937	63.941	488.420	292.100	164.760	121.940
0.25	64.999	58.347	49.097	44.576	87.630	83.789	78.313	77.880
0.50	21.433	20.849	20.980	23.014	26.255	26.536	29.231	35.779
0.75	10.882	10.641	10.885	12.533	12.928	12.859	14.021	17.871
1.00	6.731	6.625	6.687	7.619	7.887	7.816	8.205	10.176
1.50	3.463	3.454	3.450	3.709	3.990	3.980	4.022	4.535
2.00	2.214	2.236	2.239	2.315	2.509	2.529	2.543	2.690
2.50	1.619	1.650	1.655	1.676	1.798	1.833	1.842	1.886
3.00	1.304	1.331	1.334	1.338	1.415	1.449	1.455	1.466
3.50	1.133	1.151	1.153	1.152	1.198	1.223	1.226	1.226
4.00	1.049	1.057	1.058	1.057	1.081	1.095	1.096	1.095
λ	L =2.75				L =3.00			

μ / σ	0.05	0.1	0.25	0.5	0.05	0.1	0.25	0.5
0.00	916.410	554.180	321.470	245.840	1805.70	1108.90	664.610	525.720
0.25	119.460	123.210	129.980	142.940	166.360	187.870	226.700	277.130
0.50	32.073	34.026	41.964	58.252	39.206	44.263	62.630	100.010
0.75	15.252	15.525	18.379	26.500	17.894	18.787	24.666	41.159
1.00	9.177	9.182	10.155	14.009	10.606	10.752	12.726	20.009
1.50	4.574	4.566	4.694	5.634	5.214	5.217	5.487	7.139
2.00	2.839	2.856	2.889	3.151	3.204	3.217	3.279	3.727
2.50	2.003	2.039	2.054	2.135	2.232	2.266	2.292	2.431
3.00	1.548	1.587	1.596	1.619	1.699	1.743	1.755	1.799
3.50	1.281	1.314	1.319	1.322	1.382	1.422	1.429	1.439
4.00	1.126	1.147	1.150	1.148	1.188	1.217	1.220	1.220
λ	L =3.25				L =3.50			
μ / σ	0.05	0.1	0.25	0.5	0.05	0.1	0.25	0.5
0.00	3765.20	2354.40	1461.60	1194.70	8349.20	5324.90	3426.20	2887.30
0.25	238.860	299.900	418.640	569.630	356.700	505.420	822.640	1243.80
0.50	48.113	58.681	97.966	181.990	59.461	79.886	161.800	352.160
0.75	20.903	22.829	34.116	67.366	24.348	27.959	49.026	116.780
1.00	12.184	12.567	16.215	29.842	13.925	14.686	21.143	46.767
1.50	5.910	5.935	6.434	9.269	6.661	6.724	7.587	12.400
2.00	3.601	3.613	3.721	4.460	4.032	4.045	4.222	5.417
2.50	2.485	2.515	2.555	2.783	2.760	2.786	2.846	3.208
3.00	1.869	1.914	1.933	2.008	2.056	2.100	2.128	2.250
3.50	1.500	1.546	1.556	1.577	1.632	1.683	1.697	1.736
4.00	1.265	1.303	1.308	1.310	1.359	1.405	1.412	1.419

جدول (3): قيم ARL و SD لطول التشغيل للوحة الـ EWMA في حالة كون حدي السيطرة المتغيرة بتغير الوقت للتوليفات المفترضة للمعلمتين λ و L=3، حين تكون العملية تتبع التوزيع الطبيعي $(\mu, \sigma_0 = 1.1)$ ، عندما تكون g=150 ، لحالة الصفر.

λ	ARL				SD			
μ / σ	0.05	0.1	0.25	0.5	0.05	0.1	0.25	0.5
0.00	1270.70	782.340	469.450	371.180	1805.70	1108.90	664.610	525.720
0.25	146.340	159.710	183.030	214.070	201.730	223.700	258.690	303.360
0.50	36.851	40.366	54.925	84.351	47.627	54.466	76.983	119.630
0.75	16.857	17.465	22.263	36.290	21.386	22.837	30.830	51.553
1.00	9.720	9.828	11.466	17.896	12.586	12.869	15.787	25.539
1.50	4.339	4.350	4.598	6.123	6.146	6.155	6.603	9.032
2.00	2.305	2.331	2.393	2.831	3.758	3.765	3.863	4.569
2.50	1.315	1.358	1.384	1.528	2.597	2.623	2.659	2.893

3.00	0.768	0.816	0.830	0.878	1.953	1.994	2.012	2.095
3.50	0.441	0.484	0.492	0.505	1.566	1.609	1.619	1.647
4.00	0.238	0.271	0.275	0.276	1.319	1.357	1.363	1.368

جدول (4): قيم ARL و SD لطول التشغيل للوحةالـ EWMA في حالة كون حدي السيطرة المتغيرة بتغير الوقت للتوليفات المفترضة للمعلمتينλ و L=3، حين تكون العملية تتبع التوزيع الطبيعي $(\mu, \sigma_0 = 1.2)$ **، عندما تكون g=150 ، لحالة الصفر.**

λ / μ/σ	ARL				SD			
	0.05	0.1	0.25	0.5	0.05	0.1	0.25	0.5
0.00	1270.70	782.340	469.450	371.180	1805.70	1108.90	664.610	525.720
0.25	172.850	185.410	204.300	230.350	239.470	260.260	288.860	326.420
0.50	43.745	48.433	65.739	98.290	57.041	65.805	92.309	139.380
0.75	19.905	20.846	27.187	44.235	25.242	27.402	37.757	62.803
1.00	11.49	11.681	14.005	22.324	14.741	15.230	19.292	31.793
1.50	5.188	5.201	5.584	7.729	7.151	7.173	7.874	11.258
2.00	2.814	2.834	2.926	3.577	4.355	4.358	4.511	5.560
2.50	1.653	1.690	1.726	1.952	2.994	3.011	3.063	3.429
3.00	1.004	1.052	1.071	1.154	2.232	2.266	2.292	2.431
3.50	0.612	0.660	0.670	0.700	1.769	1.812	1.826	1.880
4.00	0.362	0.403	0.409	0.416	1.471	1.514	1.522	1.540

جدول (5): قيم ARL و SD لطول التشغيل للوحة الـ EWMA في حالة كون حدي السيطرة المتغيرة بتغير الوقت للتوليفات المفترضة للمعلمتين λ و L=3، حين تكون العملية تتبع التوزيع الطبيعي $(\mu, \sigma_0 = 1.5)$ **، عندما تكون g=150 ، لحالة الصفر.**

λ / μ/σ	ARL				SD			
	0.05	0.1	0.25	0.5	0.05	0.1	0.25	0.5
0.00	1270.70	782.340	469.450	371.180	1805.70	1108.90	664.610	525.720
0.25	259.030	262.080	259.440	268.040	362.410	369.340	367.070	379.790
0.50	68.310	76.830	100.740	138.680	91.253	105.95	141.950	196.590
0.75	30.592	33.069	44.791	70.501	39.221	44.263	62.630	100.010
1.00	17.596	18.279	23.445	38.224	22.318	23.930	32.492	54.292
1.50	8.081	8.135	9.225	13.973	10.606	10.752	12.726	20.009
2.00	4.546	4.557	4.345	6.503	6.391	6.402	6.906	9.557
2.50	2.814	2.834	2.926	3.577	4.355	4.358	4.511	5.560
3.00	1.832	1.865	1.908	2.185	3.204	3.217	3.279	3.727
3.50	1.224	1.268	1.292	1.416	2.490	2.517	2.551	2.754
4.00	0.825	0.874	0.889	0.945	2.020	2.060	2.079	2.175

جدول (6): قيم ARL وSD لطول التشغيل للوحة الـ EWMA في حالة كون حدي السيطرة المتغيرة بتغيرالوقت للتوليفات المفترضة للمعلمة λ=0.25،حين تكون العملية تتبع التوزيع الطبيعي $(\mu, \sigma_0 = 1)$ ،وحسب قيم L و g ،لحالة الصفر.

μ / σ	ARL		SD		ARL		SD	
	L=3.0 , λ=0.25		L =3.0 , λ=0.25		g =150 , λ=0.25		g=150 , λ=0.25	
	g =150	g =500	g =150	g =500	L =3.5	L =4.5	L =3.5	L =4.5
0.00	469.450	490.220	664.610	694.020	2422.400	139300.0	3426.20	197000.0
0.25	160.480	165.890	226.700	234.320	582.340	16698.00	822.640	23612.00
0.50	44.791	45.861	62.630	64.097	115.470	1599.700	161.800	2259.600
0.75	17.863	18.171	24.666	25.055	35.633	248.540	49.026	348.560
1.00	9.225	9.350	12.726	12.864	15.652	62.824	21.143	86.255
1.50	3.714	3.756	5.487	5.534	5.521	12.527	7.587	16.288
2.00	1.908	1.926	3.279	3.303	2.773	5.365	4.222	7.108
2.50	1.071	1.077	2.292	2.303	1.591	3.010	2.846	4.353
3.00	0.609	0.609	1.755	1.758	0.957	1.882	2.128	3.090
3.50	0.331	0.328	1.429	1.428	0.572	1.235	1.697	2.380
4.00	0.161	0.159	1.220	1.218	0.321	0.820	1.412	1.935

جدول (7): قيم ARL للوحة الـ FIR-EWMA في حالة كون حدي السيطرة المتغيرة بتغير الوقت لنسب مختلفة لـ FIR و للتوليفات المفترضه للمعلمتين λ و L =3.0، حين تكون العملية تتبع التوزيع الطبيعي $(\mu, \sigma_0 = 1)$ ، عندما تكون g=150 ،لحالة الصفر.

f / μ / σ	λ = 0.1				L =3.0		
	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0
0.00	520.080	668.110	741.010	766.060	776.020	780.210	782.340
0.25	77.417	106.490	123.310	129.910	132.700	133.890	134.510
0.50	14.662	22.950	28.771	31.298	32.373	32.827	33.069
0.75	4.894	8.429	11.621	13.240	13.954	14.252	14.415
1.00	2.230	3.935	5.921	7.152	7.744	7.994	8.135
1.50	0.702	1.194	2.003	2.732	3.196	3.420	3.561
2.00	0.265	0.444	0.786	1.171	1.501	1.709	1.865
2.50	0.099	0.172	0.323	0.510	0.714	0.886	1.052
3.00	0.033	0.062	0.128	0.214	0.326	0.447	0.600
3.50	0.009	0.019	0.045	0.082	0.132	0.209	0.325
4.00	0.002	0.005	0.014	0.027	0.050	0.086	0.158
f	λ = 0.25				L =3.0		

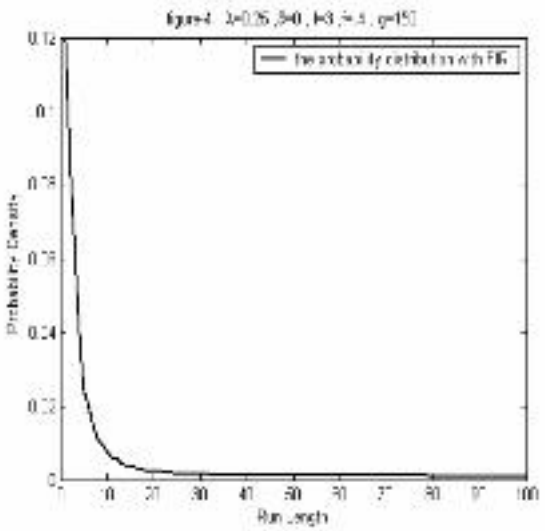
μ/σ	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0
0.00	291.620	394.070	440.330	459.020	466.110	468.500	469.450
0.25	86.260	124.160	144.700	154.390	158.460	159.890	160.480
0.50	18.150	29.698	37.671	41.980	43.864	44.513	44.791
0.75	5.331	9.735	13.659	16.132	17.292	17.688	17.863
1.00	2.206	4.126	6.294	7.925	8.784	9.086	9.225
1.50	0.699	1.202	1.959	2.763	3.346	3.588	3.714
2.00	0.272	0.463	0.763	1.162	1.555	1.773	1.908
2.50	0.104	0.185	0.316	0.510	0.799	0.931	1.071
3.00	0.036	0.069	0.126	0.217	0.347	0.480	0.609
3.50	0.010	0.022	0.045	0.084	0.148	0.231	0.331
4.00	0.002	0.006	0.013	0.028	0.056	0.098	0.161

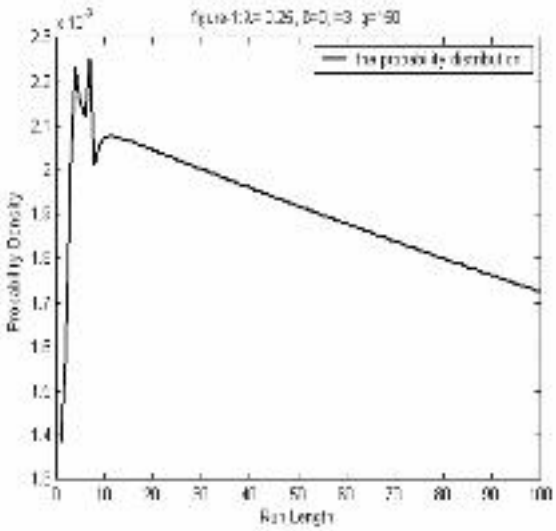
جدول (8): قيم SD لطول التشغيل للوحة الـ FIR-EWMA في حالة كون حدي السيطرة المتغيرة بتغير الوقت لنسب مختلفة لـ FIR و للتوليفات المفترضه للمعلمتينλ و3= L،حين تكون العملية تتبع التوزيع الطبيعي $(\mu, \sigma_0 = 1)$ ،عندما تكون g=150،لحالة الصفر.

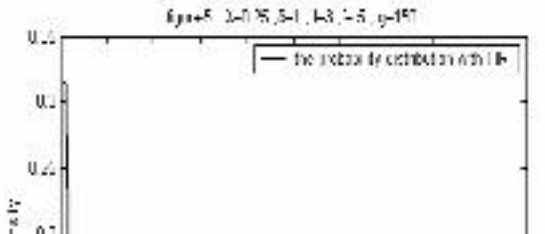
f / μ/σ	$\lambda = 0.1$ L=3.0						
	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0
0.00	903.670	1024.600	1079.200	1097.300	1104.400	1107.400	1108.90
0.25	142.170	167.140	179.910	184.660	186.610	187.440	187.870
0.50	28.669	36.768	41.343	43.106	43.816	44.109	44.263
0.75	10.010	14.173	16.928	18.067	18.515	18.693	18.787
1.00	4.903	7.242	9.203	10.149	10.531	10.675	10.752
1.50	2.135	2.903	3.911	4.635	4.999	5.138	5.217
2.00	1.409	1.690	2.169	2.639	2.961	3.117	3.217
2.50	1.150	1.261	1.481	1.740	1.978	2.139	2.266
3.00	1.050	1.093	1.190	1.316	1.463	1.600	1.743
3.50	1.014	1.029	1.068	1.122	1.199	1.291	1.422
4.00	1.003	1.008	1.021	1.041	1.074	1.124	1.217
f	$\lambda = 0.25$ L=3.0						
	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0

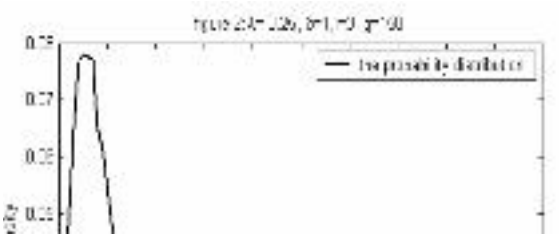
μ/σ							
0.00	**523.280**	**608.780**	**643.640**	**657.190**	**662.250**	**663.940**	**664.610**
0.25	**165.750**	**199.320**	**215.260**	**222.360**	**225.270**	**226.280**	**226.700**
0.50	**39.039**	**50.749**	**57.390**	**60.640**	**61.988**	**62.439**	**62.630**
0.75	**12.372**	**17.794**	**21.477**	**23.453**	**24.283**	**24.550**	**24.666**
1.00	**5.228**	**8.047**	**10.398**	**11.815**	**12.442**	**12.639**	**12.726**
1.50	**2.094**	**2.898**	**3.914**	**4.765**	**5.250**	**5.411**	**5.487**
2.00	**1.413**	**1.701**	**2.134**	**2.629**	**3.024**	**3.190**	**3.279**
2.50	**1.157**	**1.277**	**1.468**	**1.733**	**2.016**	**2.183**	**2.292**
3.00	**1.053**	**1.103**	**1.187**	**1.317**	**1.490**	**1.634**	**1.755**
3.50	**1.015**	**1.033**	**1.067**	**1.125**	**1.215**	**1.380**	**1.429**
4.00	**1.004**	**1.009**	**1.020**	**1.042**	**1.082**	**1.141**	**1.220**

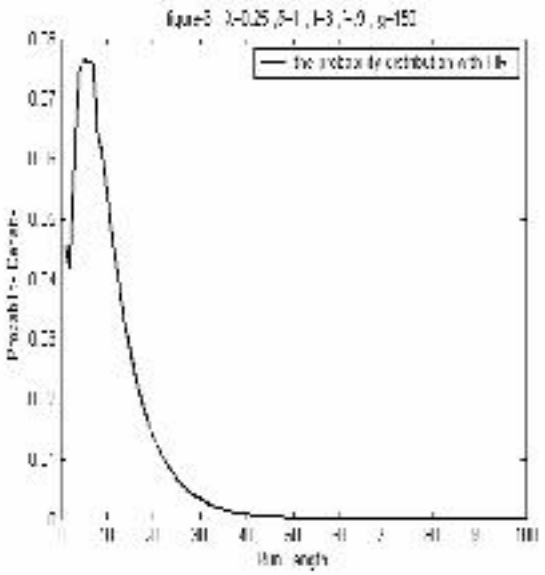
الاشكال (1,2,3) تبين التوزيع الاحتمالي لطول التشغيل الاشكال (4,5,6) تبين التوزيع الاحتمالي لطول التشغيل للوحات الـ EWMA وفقا لكل توليفة. للوحات الـ FIR-EWMA وفقا لكل توليفة.

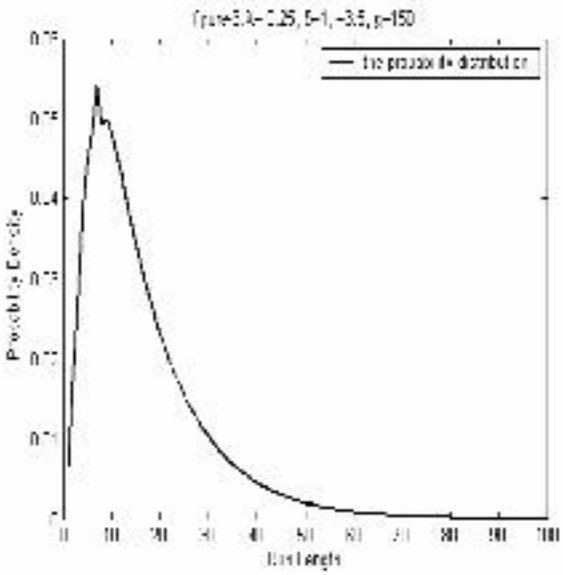









the probability distribution with
Run Length


the probability distribution
Run Length