

ANALIZA SPRZEŻEŃ TERMODYFUZYJNYCH NA PRZYKŁADZIE ROZWIĄZANIA PEWNEGO ZADANIA POCZĄTKOWO-BRZEGOWEGO W WARSTWIE

MAREK WRÓBEL

Wyższa Szkoła Inżynierska, Opole

W pracy przeprowadzono dyskusję wzajemnych sprzężeń termodyfuzyjnych i wpływu tych sprzężeń na pole naprężeń, na przykładzie rozwiązania pewnego zadania początkowo-brzegowego sprzężonej termodyfuzji w warstwie. Rozpatrzone szesnaście przypadków zadań rozsprężonych i częściowo sprzężonych. Przeprowadzono również dyskusję założeń upraszczających, poczynionych w trakcie rozwiązywania zadania brzegowego. Rozważania zilustrowano rysunkami i zestawieniami tabelarycznymi.

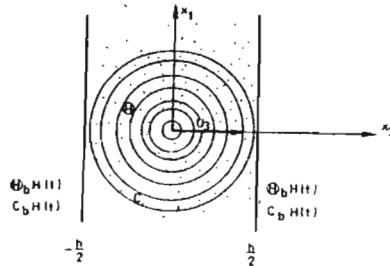
1. Wstęp

Analiza naprężeń technologicznych wywołanych przepływami ciepło-dyfuzyjnymi sprzężonymi z polem mechanicznym występuje w opisie wielu współczesnych problemów technologicznych takich jak obróbka ciepło-wilgotnościowa betonu, naprężenia w konstrukcjach korodujących, gruntach ekspansywnych, czy też nakładaniu powłok ochronnych w metalach. Dla potrzeb budownictwa istotny jest pierwszy przypadek, kiedy wzajemnie oddziaływające na siebie przepływy wilgoci i ciepła oraz pola przemieszczeń determinują późniejsze własności betonu i konstrukcji wykonanych z tego materiału. W pracy podjęto próbę ilościowego oszacowania wpływu sprzężeń między tymi polami, oraz wpływu tych sprzężeń na pole naprężeń na przykładzie rozwiązania pewnego zagadnienia sprzężonej termodyfuzji w warstwie w zakresie sprężystym [24] i lepkosprężystym [25]. Oprócz dyskusji wyników otrzymanych w cytowanych powyżej pracach przeprowadzimy tu również krótką analizę przyjętych w trakcie rozwiązywania założeń upraszczających i ich wpływie na te rozwiązania. Wydaje się, że taka analiza sprzężeń może być celowa, gdyż autorzy niewielu publikacji z zakresu termodyfuzji sprężystej i lepkosprężystej skupiają uwagę na teoretycznych podstawach problemu [7,16,17 18,36,38]. Znane są rozwiązania pewnych zagadnień brzegowych [3,5,8,11,23], lecz brak jest tam przykładów liczbowych obrazujących rozważane procesy i mogących posłużyć do szerszej analizy sprzężeń rozpatrywanych wielkości polowych.

2. Sformułowanie zadania, założenia upraszczające, metoda rozwiązania

W cytowanych pracach [24,25] sformułowano poniższe zagadnienie początkowo-brzegowe.

Należy wyznaczyć pola temperatury, koncentracji i przemieszczeń oraz odkształceń i naprężeń w warstwie o grubości h , zdeterminowane przez zadane na brzegach wartości temperatury i koncentracji, oraz określić wpływ wzajemnych sprzężeń między rozpatrywanymi polami na ich rozkład.



Rys. 1. Warstwa z polem temperatury, koncentracji i przemieszczenia

Rozpatrywano więc warstwę o grubości h , w której występuje pole temperatury θ , koncentracji C i przemieszczenia U_i (rys.1). Założono dalej, że rozpatrywane zagadnienie jest jednowymiarowe, tzn. że wszystkie pola zależą od jednej zmiennej przestrzennej x_3 , oraz że ośrodek jest izotropowy, brak w nim źródeł ciepła i masy oraz sił masowych. Warunki brzegowe podano w temperaturze i koncentracji:

$$\theta(\pm \frac{h}{2}, t) = \theta_b H(t), \quad C(\pm \frac{h}{2}, t) = C_b H(t), \quad (2.1)$$

natomiast za warunki początkowe przyjęto wartości przyrostów entropii i koncentracji ponad stan naturalny na całej grubości warstwy równe zero:

$$C(x_3, 0) = 0, \quad \rho S(x_3, 0) = 0. \quad (2.2)$$

W pracy [24] zbudowano funkcjonal dla zadań sprzężonej termodyfuzji lepkosprężystej, który dla tak sformułowanego problemu brzegowego przyjmuje postać:

$$\begin{aligned} \mathcal{F}[\theta, C, U_3] = & \int_{-h/2}^{h/2} \left[\frac{1}{2} E_{3333} * dU_{3,3} * dU_{3,3} - \underbrace{\varphi_{33}}_{\kappa_{C1}} * dU_{3,3} * d\theta + \right. \\ & \left. - \frac{1}{2} n * dC * dC - \frac{1}{2} m * d\theta * d\theta - \frac{1}{2} K \Phi_{33} * \Phi_{33} * dU_{3,33} * dU_{3,33} + \right. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \underbrace{K\Phi_{33}}_{\substack{\uparrow \\ "C_2}} * l * dU_{3,33} * d\theta_{,3} - \underbrace{K\Phi_{33}}_{\substack{\uparrow \\ "T}} * n * dU_{3,33} * dC_{,3} - \frac{1}{2} Kl * l * \\
& * d\theta_{,3} * d\theta_{,3} + \underbrace{Kl}_{\substack{\uparrow \\ "U}} * n * d\theta_{,3} * dC_{,3} - \frac{1}{2} Kn * n * dC_{,3} * dC_{,3} + \\
& + C_0(\Phi_{33} * dU_{3,33} - l * d\theta + n * dC) + \rho S_0 H * d\theta + \\
& - \frac{H}{2} * \frac{k}{T_0} \theta_{,3} * d\theta_{,3}] dx_3.
\end{aligned} \quad (2.3)$$

W funkcjonale powyższym podano miejsca występowania odpowiednich funkcji sprzęgających, które zostaną dalej zdefiniowane i posłużą do analizy wzajemnego oddziaływania pól.

Powyższe zadanie początkowo-brzegowe rozwiązano zmodyfikowaną metodą bezpośrednią Ritza [37] przyjmując cosinusowe funkcje bazy dla koncentracji i temperatury, oraz sinusową funkcję bazy dla przemieszczeń. W pracy [24] rozwiązano postawiony problem brzegowy w zakresie sprężystym, kiedy to funkcja relaksacji materiału warstwy jest stała w czasie:

$$G(t) = EH(t). \quad (2.4)$$

Z kolei w pracy [25] rozwiązano to zadanie przyjmując, że materiał warstwy podlega zjawiskom reologicznym opisywanym teorią Arutuniana [29], w której przyjmuje się, że jądra w całkowitych równaniach fizycznych są nieinwariantne względem przesunięć skali czasowej. Natomiast wraz z upływem czasu materiał taki może być opisywany równaniami liniowej lepkości o jądrach typu splotu (por.[1,10,19,20,30]). Funkcja relaksacji ma wtedy postać:

$$G(t) = \frac{E_0}{1 + E_0\tilde{C}_0} \left[E_0\tilde{C}_0 \exp[-\gamma(1 + E_0\tilde{C}_0)t] + H(t) \right]. \quad (2.5)$$

Szczegóły dotyczące rozwiązania tak postawionego zadania znaleźć można w cytowanych pracach [24,25], za którymi przyjęto tu i dalej następujące oznaczenia:

- U_i^*, P_i^* - wektory przemieszczeń i sił zewnętrznych zadane na brzegach A_u i A_σ ciała B ,
- ρF_i - siła masowa jednostki objętości ciała,
- T_1, C_1 - odpowiednio temperatura i koncentracja w chwili t ,
- T_0, C_0 - odpowiednio temperatura i koncentracja stanu naturalnego $\theta = T_1 - T_0, C = C_1 - C_0$,
- k_{ij}, K_{ij} - odpowiednio tensory przewodności cieplnej i dyfuzyjnej,
- $E_{ijkl}, \varphi_{ij}, \Phi_{ij}$ - tensory funkcji relaksacji,

- M - potencjal chemiczny,
 Θ^*, M^* - różnice temperatur (Θ^*) i potencjal chemiczny (M^*) dane na brzegach A_M i A_Θ ciała B ,
 τ_1, τ_2 - odpowiednio źródło masy i źródło ciepła w jednostce objętości i na jednostkę czasu,
 S - entropia,
 l, m, n - funkcje relaksacji,
 q_i, j_i - odpowiednio strumienie ciepła i masy,
 $*$ - symbol oznaczający mnożenie splotowe
 $f_1 * df_2 = \int_0^t f_1(t - \tau) df_2(\tau), \quad f_1 * df_2 = f_2 * df_1,$
 $(\dots)_i$ - oznacza pochodną cząstkową $\frac{\partial(\dots)}{\partial x_i}$,
 (\dots) - oznacza pochodną względem czasu $\frac{d(\dots)}{dt}$,
 $H(t)$ - jest funkcją Heaviside'a.

3. Wyprowadzenie funkcji sprzęgających. Wstępna charakterystyka wyników

Z analizy funkcjonału danego zależnością (2.3) wynika kilka funkcji sprzęgających pola termiczne, dyfuzyjne i mechaniczne, które po uwzględnieniu związków pomiędzy funkcjami materiałowymi można przedstawić w postaci (por.[24,25]):

1. funkcja sprzęgająca pole mechaniczne z cieplnym związanym z przepływem ciepła

$$\kappa_{c1} = \frac{3}{2} \alpha_T, \quad (3.1)$$

2. funkcja sprzęgająca pole mechaniczne z cieplnym związanym z przepływem masy

$$\kappa_{c2} = \frac{3}{2} K l \alpha_c, \quad (3.2)$$

3. funkcja sprzęgająca pole mechaniczne z dyfuzyjnym

$$\kappa_T = \frac{3}{2} D_c \alpha_c, \quad (3.3)$$

4. funkcja sprzęgająca pole ciepłne z dyfuzyjnym

$$\kappa_U = D_c l. \quad (3.4)$$

Wobec przyjętego w pracach [24,25] założenia o stałości w czasie funkcji materiałowych l, m, n :

$$l(t) = lH(t), \quad m(t) = mH(t), \quad n(t) = nH(t), \quad (3.5)$$

funkcje sprzęgające (3.1) – (3.4) redukują się do roli współczynników sprzęgających (stałych w czasie).

Analizowane dalej wyniki liczbowe otrzymano z obliczeń numerycznych przeprowadzonych na następujących wartościach odpowiednich współczynników i funkcji materiałowych dotyczących dojrzewającego betonu (po sprowadzeniu do jednostek układu SI):

– współczynniki dyfuzji D_c [6,28,31] i przewodności cieplnej D_T [4,12]

$$D_c = 6 \cdot 10^{-6} \text{ [m}^2/\text{h]}, \quad D_T = 4 \cdot 10^{-2} \text{ [m}^2/\text{h]}, \quad (3.6)$$

– współczynniki rozszerzalności cieplnej α_T [4,12] i dyfuzyjnej α_c [6,10]

$$\alpha_T = 4.7 \cdot 10^{-6} \text{ [1/K]}, \quad \alpha_c = 1.25 \cdot 10^{-5} \text{ [m}^3/\text{kg]}, \quad (3.7)$$

– współczynniki materiałowe m [4,12], n , l [33,34]

$$l = 1305.4 \text{ [J/kgK]}, \quad m = 7862.5 \text{ [J/m}^3\text{K}^2], \quad (3.8)$$

$$n = 134.2 \text{ [J/m}^3\text{kg}^2],$$

– współczynniki \tilde{C}_0 i γ [6,10]

$$\tilde{C}_0 = 9.75 \cdot 10^{-9} \text{ [m}^2/\text{N]}, \quad \gamma = 12.46 \cdot 10^2 \text{ [1/h]}, \quad (3.9)$$

– moduł sprężystości podłużnej E_0 [12] i współczynnik Poissona ν [10]

$$E_0 = 2 \cdot 10^{10} \text{ [Pa]}, \quad \nu = \frac{1}{6}[-], \quad (3.10)$$

– warunki brzegowe w temperaturze Θ_b [4] i koncentracji C_b [10]

$$\Theta_b = 40.0 \text{ [K]}, \quad C_b = 10.8 \text{ [kg/m}^3]. \quad (3.11)$$

W toku rozwiązania postawionego problemu początkowo-brzegowego poczyniono szereg założeń upraszczających. Najistotniejsze z nich to pominięcie źródeł ciepła i masy, oraz przyjęcie funkcji materiałowych określających własności fizyczne betonu za stałe w czasie. Okazuje się, że w pewnych sytuacjach zaniedbanie źródeł ciepła i masy jest uzasadnione. Ma to miejsce wówczas, gdy zmiany temperatury i koncentracji wywołane reakcjami hydratacji cementu są małe w porównaniu do zmian tych wielkości spowodowanych przepływami ciepła i masy. Przyjęcie

takiego uproszczenia dla procesu obróbki ciepło-wilgotnościowej betonu jest obszernie uzasadnione w [3]. Zasadność tego przyjęcia poparto tam analizą prac [27,31,34]. W te same prace [3] autor – przytaczając wyniki badań Malininy [34] i powołując się na badania Aleksandrowskiego [27,28] – uzasadnia przyjęcie stałych (uśrednionych) wartości współczynników dyfuzji i termodyfuzji.

W sensie tak wprowadzonych założeń upraszczających, oraz przyjętych zlinearyzowanych równań termodyfuzji-lepkosprężystej ((2.1)–(2.16) w [24]) wyniki numeryczne analizowanego zadania nabierają znaczenia jako wyniki ilościowe, słuszne dla podanych w literaturze danych.

Wyniki obliczeń numerycznych przedstawiono w postaci graficznej. Rozwiązanie w zakresie sprężystym ilustrują wykresy 3 ÷ 10, zaś rozwiązanie w zakresie lepkosprężystym przedstawiono na rys. 14 ÷ 19. Zarówno w tej pracy, jak i w pracach [24,25] zilustrowane zostały najważniejsze – zdaniem autora – wyniki.

Ze względu na symetrię zadania (rys.1) na wykresach przedstawiono jedynie wyniki przebiegu procesów dla połowy rozpatrywanej warstwy. Aby umożliwić lepszą analizę ilościową prezentowanych wyników, oprócz zmiennych występujących w zadaniu wprowadzono zmienne bezwymiarowe. W zmiennych tych poziomem odniesienia dla temperatury i koncentracji są ich wartości zadane na brzegach, natomiast dla naprężeń – poziom ustalonych naprężeń w warstwie sprężystej:

$$\xi = \frac{x_3}{h}, \quad \varrho = \frac{\Theta}{\Theta_b}, \quad \zeta = \frac{C}{C_b}, \quad g = \frac{\sigma}{\sigma_b}. \quad (3.12)$$

Przedstawiony w pracy problem początkowo-brzegowy obejmuje szesnaście zadań tworzonych przez wszystkie możliwe kombinacje współczynników sprzęgających (3.1) ÷ (3.4) względem ich wartości równych lub różnych od zera:

1. $\kappa_U = 0$ $\kappa_T = 0$ $\kappa_{C_2} = 0$ $\kappa_{C_1} = 0$	2. $\kappa_U \neq 0$ $\kappa_T = 0$ $\kappa_{C_2} = 0$ $\kappa_{C_1} = 0$	3. $\kappa_U = 0$ $\kappa_T \neq 0$ $\kappa_{C_2} = 0$ $\kappa_{C_1} = 0$	4. $\kappa_U \neq 0$ $\kappa_T \neq 0$ $\kappa_{C_2} = 0$ $\kappa_{C_1} = 0$
5. $\kappa_U = 0$ $\kappa_T = 0$ $\kappa_{C_2} \neq 0$ $\kappa_{C_1} = 0$	6. $\kappa_U \neq 0$ $\kappa_T = 0$ $\kappa_{C_2} \neq 0$ $\kappa_{C_1} = 0$	7. $\kappa_U = 0$ $\kappa_T \neq 0$ $\kappa_{C_2} \neq 0$ $\kappa_{C_1} = 0$	8. $\kappa_U \neq 0$ $\kappa_T \neq 0$ $\kappa_{C_2} \neq 0$ $\kappa_{C_1} = 0$
9. $\kappa_U = 0$ $\kappa_T = 0$ $\kappa_{C_2} = 0$ $\kappa_{C_1} \neq 0$	10. $\kappa_U \neq 0$ $\kappa_T = 0$ $\kappa_{C_2} = 0$ $\kappa_{C_1} \neq 0$	11. $\kappa_U = 0$ $\kappa_T \neq 0$ $\kappa_{C_2} = 0$ $\kappa_{C_1} \neq 0$	12. $\kappa_U \neq 0$ $\kappa_T \neq 0$ $\kappa_{C_2} = 0$ $\kappa_{C_1} \neq 0$

13. $\kappa_U = 0$ 14. $\kappa_U \neq 0$ 15. $\kappa_U = 0$ 16. $\kappa_U \neq 0$
 $\kappa_T = 0$ $\kappa_T = 0$ $\kappa_T \neq 0$ $\kappa_T \neq 0$
 $\kappa_{C_2} \neq 0$ $\kappa_{C_2} \neq 0$ $\kappa_{C_2} \neq 0$ $\kappa_{C_2} \neq 0$
 $\kappa_{C_1} \neq 0$ $\kappa_{C_1} \neq 0$ $\kappa_{C_1} \neq 0$ $\kappa_{C_1} \neq 0$

Tablica 1. Względna maksymalna różnica naprężeń % dla poszczególnych kombinacji współczynników sprzęgających w odniesieniu do tej wartości, dla której jest ona liczona. Warstwa sprężysta.

*	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
1	*	8	10	11	3	10	10	10	18	29	25	28	18	29	25	24
2	9	*	10	12	6	10	10	10	18	18	24	24	18	18	24	22
3	11	9	*	6	11	6	<1	6	25	29	26	31	25	29	26	30
4	13	13	6	*	13	2	6	2	22	27	22	28	22	27	22	27
5	3	6	10	11	*	10	10	10	23	30	25	28	23	30	25	25
6	11	11	7	2	11	*	7	<1	20	25	22	28	20	25	22	27
7	11	9	<1	6	11	6	*	6	25	29	26	31	25	29	26	30
8	11	11	7	2	11	<1	7	*	20	25	22	28	20	25	22	27
9	27	22	33	28	29	25	33	25	*	8	8	10	<1	8	8	9
10	40	22	41	37	43	33	41	33	9	*	9	10	9	<1	9	8
11	33	32	36	29	33	28	36	28	9	8	*	8	9	8	<1	8
12	38	31	45	39	38	39	45	39	12	11	9	*	12	11	9	3
13	27	22	33	28	29	25	33	25	<1	8	8	10	*	8	8	9
14	40	22	41	37	43	33	41	33	9	<1	9	10	9	*	9	8
15	33	32	36	29	33	28	36	28	9	8	<1	8	9	8	*	8
16	32	28	43	37	34	37	43	37	10	9	9	3	10	9	9	*

Tablica 2. Względna maksymalna różnica naprężeń % dla poszczególnych kombinacji współczynników sprzęgających w odniesieniu do tej wartości, dla której jest ona liczona. Warstwa lepko-sprężysta.

*	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
1	*	7	9	12	<1	7	2	12	27	30	27	31	27	30	27	31
2	8	*	10	10	8	<1	6	10	22	38	22	40	22	38	34	40
3	10	11	*	7	10	11	11	7	26	31	27	32	27	31	26	32
4	13	11	7	*	13	11	13	<1	22	28	22	28	22	28	22	28
5	<1	7	9	12	*	7	2	12	27	30	27	31	27	30	27	31
6	8	<1	10	10	8	*	6	10	22	38	22	40	22	38	34	40
7	2	6	11	12	2	6	*	12	27	34	27	34	27	34	27	34
8	13	11	7	<1	13	11	13	*	22	28	22	28	22	28	22	28
9	38	27	36	28	38	27	38	28	*	15	6	19	12	15	5	19
10	42	52	44	39	42	52	51	39	17	*	19	9	28	<1	15	9
11	38	27	37	28	38	27	38	28	6	16	*	20	15	16	6	20
12	45	58	47	39	45	58	51	39	24	10	26	*	36	10	22	<1
13	38	27	36	28	38	27	38	28	11	22	13	26	*	22	10	26
14	42	52	44	39	42	52	51	39	17	<1	19	9	28	*	15	9
15	38	51	35	28	38	51	38	28	5	13	5	18	9	13	*	18
16	45	58	47	39	45	58	51	39	24	10	26	<1	36	10	22	*

Aby w sposób kompleksowy podać pewne wyniki ilościowe sporządzono zestawienia tabelaryczne względnych maksymalnych różnic w wartościach naprężeń

dla zadań opisanych przez (3.13).

I tak, tablice 1 i 2 obrazują te różnice w odniesieniu do tych wartości naprężeń, względem których są one liczone; odpowiednio dla rozwiązania w warstwie sprężystej (tab.1) i lepkosprężystej (tab.2). Z kolei tablica 3 przedstawia te same różnice, ale w odniesieniu do poziomu ustalonych ($t \rightarrow \infty$) naprężeń w warstwie sprężystej (7.75 MPa). W trakcie dyskusji wyników te ostatnie wartości różnic (z tab.3) będziemy podawali w nawiasach. Wartości podawane bez nawiasów dotyczyć będą tablic 1 i 2.

Tablica 3. Względna maksymalna różnica naprężeń % dla poszczególnych kombinacji współczynników sprzęgających w odniesieniu do ustalonych naprężeń w warstwie sprężystej.

WARSTWA SPRĘŻYSTA																
*	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
1	*	5	10	11	2	10	10	10	17	17	22	23	15	17	22	21
2	4	*	9	11	4	9	9	9	15	15	21	22	15	15	21	20
3	4	4	*	4	10	4	<1	4	15	17	16	19	15	17	16	18
4	5	4	4	*	11	2	4	2	11	14	12	15	11	14	12	14
5	<1	4	4	4	*	10	10	10	16	19	22	23	16	19	22	22
6	4	<1	4	4	4	*	4	<1	12	14	14	16	12	14	14	15
7	1	3	5	5	1	3	*	4	15	17	16	19	15	17	16	18
8	5	4	4	<1	5	4	5	*	12	14	14	16	12	14	14	15
9	16	11	15	11	16	11	14	11	*	3	6	8	<1	3	6	6
10	17	15	17	14	17	15	17	14	5	*	6	7	3	<1	6	6
11	15	11	15	11	15	11	14	11	3	5	*	3	6	6	<1	3
12	18	16	18	14	18	16	18	14	6	3	6	*	8	7	3	1
13	15	11	15	11	15	11	14	11	4	7	5	10	*	3	6	6
14	17	15	17	14	17	15	17	14	5	<1	5	3	7	*	6	6
15	15	12	14	11	15	12	14	11	1	5	2	7	3	5	*	3
16	18	16	18	14	18	16	18	14	6	3	6	<1	10	3	6	*

WARSTWA LEPKOSPRĘŻYSTA

Przy wyznaczaniu różnic wykorzystujemy wzory na maksymalne odchylenia naprężeń w przedziale $< 0; 0.5 >$ (rys.2).

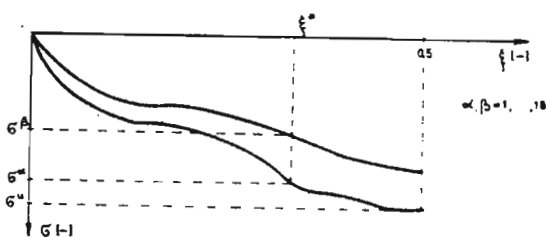
I tak, względne maksymalne różnice naprężeń w odniesieniu do tych wartości, dla których są one liczone określamy z zależności:

$$100\% \cdot \frac{\max |\sigma^\alpha - \sigma^\beta|}{|\sigma^\alpha|} \Bigg|_{\xi \in < 0; 0.5 >}, \quad 100\% \cdot \frac{\max |\sigma^\alpha - \sigma^\beta|}{|\sigma^\beta|} \Bigg|_{\xi \in < 0; 0.5 >}, \quad (3.14)$$

zaś względne maksymalne różnice naprężeń w odniesieniu do ustalonych naprężeń w warstwie sprężystej obliczane są zgodnie z formułą:

$$100\% \cdot \frac{\max |\sigma^\alpha - \sigma^\beta|}{|\sigma^u|} \Bigg|_{\xi \in < 0; 0.5 >} \quad (3.15)$$

Ponieważ rozkład naprężeń typów określonych przez (3.13) wydaje się być najbardziej istotnym aspektem postawionego problemu, więc właśnie jemu poświęca się większą część wykresów zarówno tutaj jak i w cytowanych wcześniej pracach.



Rys. 2. Przykładowy rozkład naprężeń w warstwie. Linia przerywaną oznaczono poziom ustalonych naprężeń w warstwie sprężystej

Zanim przystąpimy do dyskusji wyników omówimy jeszcze pokrótce sposób korzystania z załączonych tablic dla kombinacji zadań przy różnych typach sprężeń określonych przez szesnaście zadań danych przez (3.13).

Przyjmujemy więc, że wiersze i kolumny w poszczególnych tablicach oznaczać będziemy przez np. tab.1,w4, tab.2,k6, (w10), (k2), co odpowiednio oznacza: wiersz 4 w tablicy 1, kolumna 6 w tablicy 2, wiersz 10 w tablicy 3, kolumna 2 w tablicy 3. Natomiast poszczególne elementy w tablicach będziemy oznaczać przez np. tab.1{w4,k2}, tab.2{w6,k10}, ({w 8,k12}) lub krótko przez: tab.1{4,2}, tab.2{6,10}, ({8,12}) co odpowiednio oznacza element 4-go wiersza i 2-giej kolumny z tablicy 1, element 6-go wiersza i 10-tej kolumny z tablicy 2 i element 8-go wiersza i 12-tej kolumny z tablicy 3.

Przykład

Chcemy określić względną maksymalną procentową różnicę naprężeń w warstwie sprężystej dla zadań, w których uwzględnia się sprężenia cieplno-dyfuzyjne przy braku innych sprężeń w porównaniu

- (a) z innymi zadaniami,
- (b) z zadaniem w pełni niesprężonym,
- (c) z zadaniem w pełni sprężonym.

Zadaniu, w którym uwzględnia się jedynie sprężenie cieplno-dyfuzyjne przy pominięciu innych sprężeń zgodnie z definicjami (3.1) ÷ (3.4) odpowiada zad.2 z zestawu (3.13).

ad.(a) Przeszukujemy więc wszystkie elementy z tab.1 w2 i znajdujemy maksimum 24% dla {2,11}, {2,12} i {2,15}, a dalej mając na uwadze definicję (3.14) przeszukujemy również wszystkie elementy z tab.1 k2 i znajdujemy maksimum 32% dla {11,2}. Wracając ponownie do zad.11 z zestawu (3.13) i definicji (3.1) ÷ (3.4) możemy stwierdzić, że względna maksymalna procentowa różnica naprężeń dla zadań, w których uwzględnia się sprężenie cieplno-dyfuzyjne i brak jest innych sprężeń występuje w stosunku do zadania, w którym nie uwzględnia się tego sprężenia ($\kappa_V = 0$) i nie uwzględnia się sprężenia pola mechanicznego z dyfuzyj-

nym ($\kappa_T \neq 0$) i pola mechanicznego z cieplnym związanym z przepływem ciepła ($\kappa_{C_1} \neq 0$) i różnica ta wynosi 32%.

ad.(b) Korzystając z definicji (3.1) ÷ (3.4) i zestawu zadań (3.13) znajdujemy odpowiednio, że element tab.1 {2,1} ma wartość 9%, a mając na uwadze definicję (3.14) znajdujemy również, że element tab.1 {1,2} ma wartość 8%. Tak więc poszukiwana wartość maksymalnej różnicy naprężeń dla tego przypadku wynosi 9%.

ad.(c) Korzystając z definicji (3.1) ÷ (3.4) i zestawu zadań (3.13) znajdujemy odpowiednio, że element tab.1 {2,16} ma wartość 22%, a mając na uwadze definicję (3.14) znajdujemy również, że element tab.1 {16,2} ma wartość 28%. Tak więc poszukiwana wartość maksymalnej różnicy naprężeń dla tego przypadku wynosi 28%.

Oczywiście otrzymane w przykładzie wyniki można w przybliżeniu otrzymać za pomocą prostych rachunków po wykorzystaniu rys.13.

Analogiczne postępowanie na tab.2 doprowadza do poszukiwanych wyników w warstwie lepkosprężystej (które można również w przybliżeniu otrzymać po rachunkach z wykorzystaniem rys.19), zaś na tab.3 po uwzględnieniu def.(3.15) w warstwie sprężystej lub lepkosprężystej, ale w odniesieniu do pewnego wspólnego poziomu odniesienia, za który przyjęto poziom ustalonych naprężeń w warstwie sprężystej.

Szczegółową dyskusję wyników poprzedzić powinno – zdaniem autora – podanie odpowiednich równań konstytutywnych termodyfuzji lepkosprężystej, w których to równaniach w sposób jawny występowałyby odpowiednie funkcje (współczynniki) sprzęgające.

Posłużą nam do tego celu przedstawione w rozdziale 4 splotowe kryteria podobieństwa.

4. Splotowe kryteria podobieństwa

Różnorodność możliwych zadań brzegowych wynikająca z kombinacji typów sprzężeń powoduje, że należy przeprowadzić ich klasyfikację. Pozwalają na to metody używane w teorii modelowania i podobieństwa. W analizowanym przez nas problemie przestrzeni rozwiązań zadania brzegowego można rozbić na 16-cie podprzestrzeni. Postępowanie takie pozwala uprościć rozważania i przeprowadzić obliczenia numeryczne pozwalające na ilościowe oszacowanie wpływu sprzężeń. Jest to też celem naszego postępowania. Należy przy tym w pierwszej kolejności podać kryteria podobieństwa dotyczące analizowanych zadań początkowo-brzegowych.

Wykorzystując metodykę postępowania przedstawioną w pracach [32,35] zapiszemy teraz związki fizyczne termodyfuzji lepkosprężystej (2.1) ÷ (2.3) z pracy

- [24] w formie:

$$\begin{aligned} \sigma_{ij} &= A_{\sigma}^{-1} * A_E * A_{\epsilon} * E_{ijkl} * d\epsilon_{kl} - A_{\sigma}^{-1} * A_{\varphi} * A_{\Theta} * \varphi_{ij} * d\Theta + \\ &+ A_{\sigma}^{-1} * A_{\Phi} * A_C * \Phi_{ij} * dC, \end{aligned} \quad (4.1)$$

$$\begin{aligned} \rho S &= A_S^{-1} * A_{\varphi} * A_{\epsilon} * \varphi_{ij} * d\epsilon_{ij} + A_S^{-1} * A_m * A_{\Theta} * m * d\Theta + \\ &+ A_S^{-1} * A_l * A_C * l * dC, \end{aligned} \quad (4.2)$$

$$\begin{aligned} M &= A_M^{-1} * A_{\Phi} * A_{\epsilon} * \Phi_{ij} * d\epsilon_{ij} - A_M^{-1} * A_l * A_{\Theta} * l * d\Theta + \\ &+ A_M^{-1} * A_n * A_C * n * dC. \end{aligned} \quad (4.3)$$

Między wprowadzonymi w (4.1) ÷ (4.3) operatorami podobieństwa zachodzą następujące kryteria podobieństwa:

- wynikające z niezmienniczości związków fizycznych

$$A_E * A_{\epsilon} = A_{\varphi} * A_{\Theta} = A_{\Phi} * A_C, \quad (K1)$$

$$A_{\varphi} * A_{\epsilon} = A_m * A_{\Theta} = A_l * A_C, \quad (K2)$$

$$A_{\Phi} * A_{\epsilon} = A_l * A_{\Theta} = A_n * A_C, \quad (K3)$$

- wynikające z symetrii operatora równań problemu

$$A_{\sigma} * A_{\epsilon} = -A_S * A_{\Theta} = A_M * A_C. \quad (K4)$$

Oznaczając odpowiednie iloczyny operatorów podobieństwa:

$$\begin{aligned} A_{\sigma}^{-1} * A_E * A_{\epsilon} * E_{ijkl} &= \mathbf{E}_{ijkl}, \\ A_{\sigma}^{-1} * A_{\varphi} * A_{\Theta} * \varphi_{ij} &= \kappa_{C1ij}, \\ A_{\sigma}^{-1} * A_{\Phi} * A_C * \Phi_{ij} &= \kappa_{Tij}, \\ A_S^{-1} * A_{\varphi} * A_{\epsilon} * \varphi_{ij} &= \kappa_{C1ij}, \\ A_S^{-1} * A_m * A_{\Theta} * m &= \mathbf{m}, \\ A_S^{-1} * A_l * A_C * l &= \kappa_U, \\ A_M^{-1} * A_{\Phi} * A_{\epsilon} * \Phi_{ij} &= \kappa_{Tij}, \\ A_M^{-1} * A_l * A_{\Theta} * l &= \kappa_U, \\ A_M^{-1} * A_n * A_C * n &= \mathbf{n}. \end{aligned} \quad (4.4)$$

Otrzymujemy operatory opisujące pewne sprzężenia pomiędzy analizowanymi wielkościami polowymi. Równania fizyczne (4.1) ÷ (4.3) po uwzględnieniu (4.4) można zapisać w formie:

$$\sigma_{ij} = \mathbf{E}_{ijkl} * d\epsilon_{kl} - \kappa_{C1ij} * d\Theta + \kappa_{Tij} * dC, \quad (4.5)$$

$$\rho S = \kappa_{C1ij} * d\epsilon_{ij} + \mathbf{m} * d\Theta + \kappa_U * dC, \quad (4.6)$$

$$M = \kappa_{Tij} * d\epsilon_{ij} - \kappa_U * d\Theta + \mathbf{n} * dC. \quad (4.7)$$

Oczywiście operatory leżące na przekątnej tzn. \mathbf{E}_{ijkl} , \mathbf{m} , \mathbf{n} nie będą dalej analizowane w zadaniach brzegowych, gdyż nie opisują typów sprzężeń.

5. Dyskusja wyników

5.1. Wpływ sprzężeń na pole ciepłne

W oparciu o dokonaną analizę numeryczną można stwierdzić, że pole ciepłne jest najmniej wrażliwe na wpływy pola dyfuzyjnego i mechanicznego. Zauważamy tu następujące prawidłowości:

- Rozkład pola temperatur jest praktycznie taki sam dla zadania niesprzężonego jak i dla poszczególnych zadań sprzężonych (różnice < 1%).
- Rozkład ten charakteryzuje się monotonicznym wzrostem od wartości zerowej ($t = 0$) do wartości stanu ustalonego $\Theta/\Theta_b = 1$, w każdym wewnętrznym punkcie warstwy.
- Proces ustalania się pola termicznego przebiega bardzo szybko, ponieważ stan ustalony zostaje osiągnięty już pomiędzy ósmą a szesnastą godziną (rys.3 i 6).

Małe oddziaływanie pozostałych pól na pole termiczne ma następujące uzasadnienie:

- Gęstość wilgoci ma małe wartości w stosunku do gęstości betonu.
- Pole ciepłne rozwija się znacznie szybciej niż pole dyfuzyjne (współczynnik przewodności ciepłej jest o 3–y rzędy większy od współczynnika dyfuzji). Zatem faza intensywnej migracji wilgoci, czyli względnie szybkich zmian pola koncentracji ma miejsce wówczas, gdy pole temperatur jest już w znacznym stopniu ustalone.

Powyższe fakty pozostają w zgodności z wynikami otrzymanymi także w innych pracach (por.[3,5,28,31]).

5.2. Sprzężenie pola ciepłnego z polem mechanicznym

Wpływ pola termicznego na pole mechaniczne ujęto w rozwiązaniu problemu w formie dwóch składowych: wpływu pola temperatur wynikającego z przepływu ciepła na pole mechaniczne (współczynnik κ_{C1}), oraz wpływu pola termicznego związanego z przepływem masy na pole mechaniczne (współczynnik κ_{C2}). W przypadku tych sprzężeń zauważmy następujące prawidłowości:

- Rozkład pól przemieszczeń i odkształceń jest "wypadkową" pola termicznego i dyfuzyjnego dla przyjętych w zadaniu warunków brzegowych (rys.6). Stąd łatwo już przewidzieć charakter pola naprężeń, które jest superpozycją pól temperatury, koncentracji i odkształceń.
- Jeżeli chodzi o pierwszą składową analizowanego sprężenia (κ_{C1}) to odpowiada ona zadaniom w ramach klasycznej teorii termosprężystości lub termolepkosprężystości. Współczynnik κ_{C1} występuje wtedy jawnie w związkach fizycznych na tensor naprężenia i entropię lub temperaturę, oraz potencjał chemiczny. W dalszej części dyskusji będziemy często powoływać się na zadania, w których nie jest on równy zeru (zad. 9 ÷ 16).
- Jak wynika z rysunków i zestawień tabelarycznych wpływ sprężenia reprezentowanego przez κ_{C1} jest dosyć istotny i osiąga wartość do 27% tab.1 {9,1}, (do 17% {1,9}) względnych różnic wartości naprężeń w warstwie sprężystej, oraz do 38% tab.2 {9,1}, do (16% {9,1}) – w warstwie lepkosprężystej w stosunku do zadania niesprężonego. Przy innych kombinacjach zadań określonych przez (3.13) wpływ tego sprężenia sięga 33% tab.1 {9,3} i tab.1 {9,7}, (16% {5,9}) – w rozwiązaniu sprężystym i 38% tab.2 {9,5}, (16% {9,5}) – w rozwiązaniu lepkosprężystym. Uzyskane wyniki są tu w dobrej zgodności z badaniami prowadzonymi w pracach [13,14,15,21,22].
- Druga składowa ujmująca wpływ pola cieplnego na pole mechaniczne (κ_{C2}) jest tą częścią pola cieplnego, która jest ściśle związana z polem migrującej względem szkieletu wilgoci. W przypadku braku bodźców powodujących intensywny przepływ masy (np. dużego gradientu temperatury) ta część pola cieplnego wynika praktycznie z procesów hydratacji.
- Przyjęcie założeń upraszczających o rozważaniu tej fazy obróbki betonu, dla której można pominąć procesy hydratacji, oraz fakt, że rozwój pola koncentracji odbywa się przy praktycznie ukształtowanym polu termicznym (braku dużych gradientów temperatury) znalazły swoje odbicie w uzyskanych wynikach. Względna różnica naprężeń między zadaniem uwzględniającym to sprężenie ($\kappa_{C2} \neq 0$), a zadaniem niesprężonym ($\kappa_{C2} = 0$) wynosi bowiem najwyżej 3% tab.1 {1,5} i tab.1 {5,1}; (2% {1,5}) – w warstwie sprężystej i mniej niż 1% tab.2 {1,5} i tab.2 {5,1} (<1% {5,1}) – w warstwie lepkosprężystej. Potwierdza to w pełni poczynione założenia i pozostaje w zgodności z eksperymentem [27,34].

5.3. Wpływ pola cieplnego na pole koncentracji

Analizować będziemy z kolei wpływ pola cieplnego na pole koncentracji i na-

prężen w przypadku sprzężenia przepływów ciepła i masy, oraz niezależnego oddziaływania obu pól. Współczynnikiem odpowiedzialnym za to ciepno-dyfuzyjne sprzężenie w zadaniach (3.13) i funkcjonale (2.3) jest współczynnik κ_U . Zauważone w tym przypadku prawidłowości są następujące:

- Z zestawień tabelarycznych wynika, że uwzględnienie oddziaływań pola cieplnego na rozkłady masy (zad.2) wywołuje 9%, tab.1 {2,1} (5% {1,2}) – względnych różnic naprężeń w warstwach sprężystej i lepkosprężystej.
- Łączny wpływ tego sprzężenia, ze sprzężeniem reprezentowanym przez współczynnik κ_{C_1} (zad.10) jest rzędu 40%, tab.1 {10,1} (17% {1,10}) – w zadaniu sprężystym i 42%, tab.2 {10,1} (17% {10,1}) w zadaniu lepkosprężystym. Wynik ten jest konsekwencją porównania z zadaniem rozsprężonym (zad.1).
- Analogicznie różnice te wynoszą do 9%, tab.1 {10,9} (do 3% {9,10}) i do 17%, tab.2 {10,9} (do 5% {10,9}) w stosunku do zadania, w którym pomija się wpływ pola cieplnego na pole dyfuzyjne (zad.9). Uzyskane rezultaty są zgodne z wynikami badań otrzymanymi w pracach [3,5,9].

5.1. Sprężenie pola mechanicznego z polem koncentracji

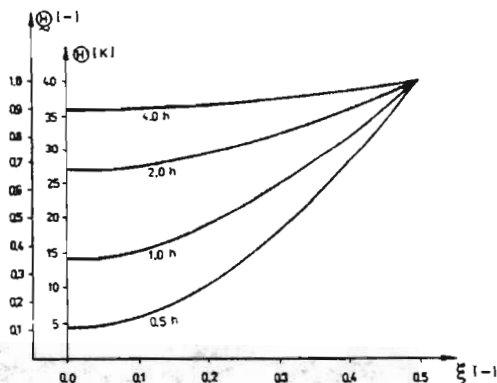
Sprężenie to określone jest w funkcjonale (2.3) i w zestawieniu zadań (3.13) przez współczynnik κ_T , zaś wpływ pola mechanicznego na rozwój pola koncentracji zilustrowano na rys.5 i 6. Zauważmy tutaj następujące prawidłowości:

- Sprężenie to (zad.3) daje do 11%, tab.1 {3,1} (10% {1,3}) – wartości względnych różnic naprężeń w warstwie sprężystej i do 10%, tab.2 {3,1} (4% {3,1}) w zadaniu lepkosprężystym w stosunku do zadania niesprężonego (zad.1).
- Jeżeli uwzględnić powyższe sprężenie łącznie ze sprzężeniem realizowanym przez współczynnik κ_{C_1} (zad.11) to odpowiednio różnice te wynoszą w stosunku do zadania niesprężonego 33%, tab.1 {11,1} (22% {1,11}), oraz 38%, tab.2 {11,1} (15% {11,1}) – por.[26].
- Pominięcie sprzężenia pola mechanicznego z polem koncentracji, ale dla procesów, w których uwzględnia się wpływ pola cieplnego na pole mechaniczne (zad.9) daje odpowiednio 9%, tab.1 {11,9} (6% {9,11}), oraz 6%, tab.2 {9,11} i tab.2 {11,9} (3% {11,9}) – względnych różnic naprężeń w warstwie sprężystej i lepkosprężystej – por.[26].

Podsumowując przeprowadzoną tutaj dyskusję wyników analizy numerycznej 16-tu zadań szczególnych problemu stwierdzamy, że:

- Względna różnica naprężeń dla zadań sprzężonych i niesprzężonych może dochodzić do 43%, tab.1 {16,3} i tab.1 {16,7} (22% {5,16}) – w warstwie sprężystej i do 58%, tab.2 {16,2} i tab.2 {16,6} (18% {12,1} i inne) – w warstwie lepkosprężystej.
- Między zadaniem niesprzężonym (zad.1) i w pełni sprzężonym (zad.16) różnice te wynoszą odpowiednio 32%, tab.1 {16,1} (21% {1,16}), oraz 45%, tab.2 {16,1} (18% {16,1}).
- Jeżeli z kolei rozpatrzyć względne różnice naprężeń pomiędzy zadaniami częściowo sprzężonymi (pewne kombinacje współczynników sprzęgających określone przez zadania 2 ÷ 15), to mogą one sięgać 45%, tab.1 {12,3} i inne, (23% {1,12} i inne) – w zadaniu sprężystym i 58%, tab.2 {12,2} i inne, (18% {12,1} i inne) – w zadaniu lepkosprężystym.

Nasuwa się tu w sposób naturalny wniosek, że dla pewnych typów zadań brzegowych należy uwzględnić sprzężenia pomiędzy rozpatrywanymi polami.

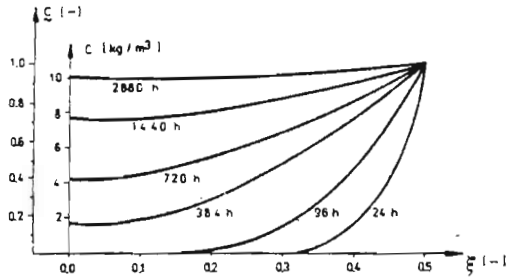


Rys. 3. Rozkład temperatury w warstwie dla przypadku:

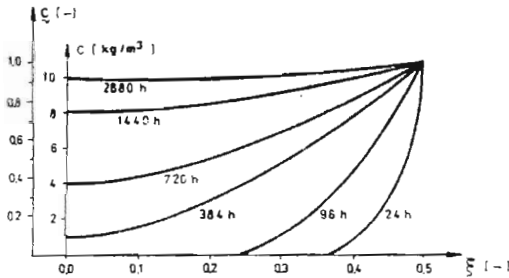
$$\kappa_U = \kappa_T = \kappa_{C_2} = \kappa_{C_1} = 0$$

Na zakończenie prowadzonych rozważań należy wyjaśnić jeszcze dwa fakty zauważone przy analizie wyników numerycznych, a mianowicie:

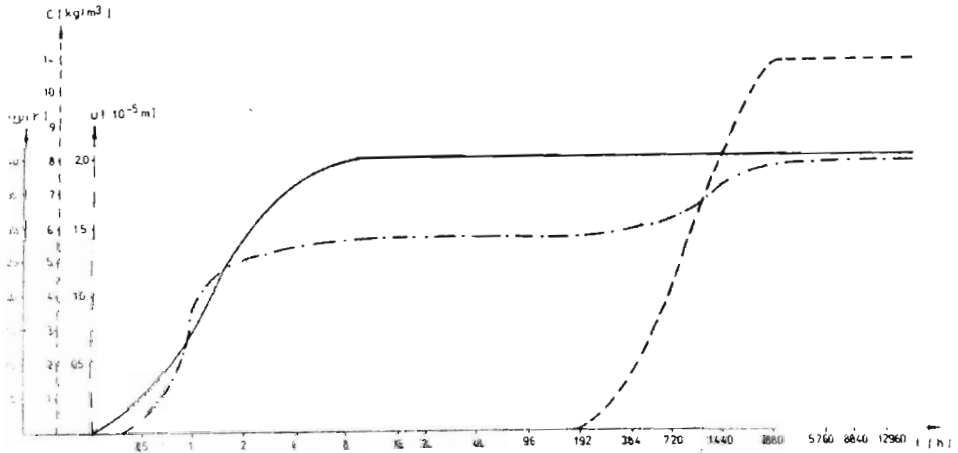
(i) Z przytoczonych wyników dotyczących rozważanego zadania w zakresie lepkosprężystym wynika, że proces relaksacji obejmuje tutaj nie tylko pole naprężeń, ale również wpływ pozostałych wielkości na to pole, tzn. wpływ sprzężeń pozostałych pól na wartość naprężenia również maleje w czasie. Fakt ten odnosi się



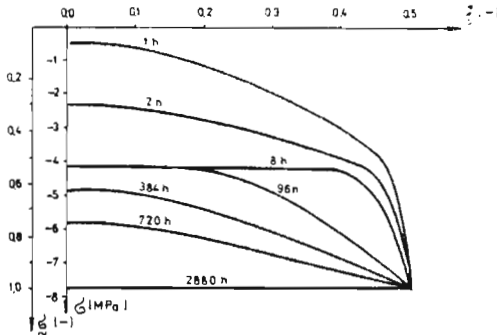
Rys. 4. Rozkład koncentracji w warstwie dla przypadku:
 $\kappa_U = \kappa_T = \kappa_{C_2} = \kappa_{C_1} = 0$



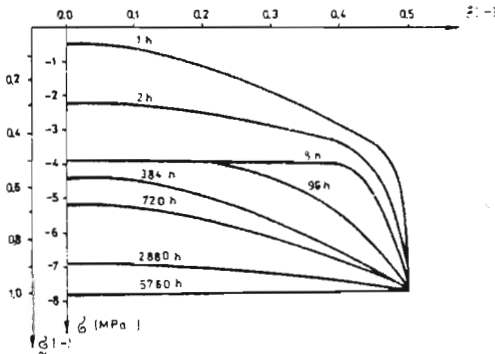
Rys. 5. Rozkład koncentracji w warstwie sprężystej dla przypadku:
 $\kappa_U \neq 0; \kappa_T \neq 0; \kappa_{C_2} \neq 0; \kappa_{C_1} \neq 0$



Rys. 6. Rozkład wielkości polowych w warstwie sprężystej przy wartości $\xi = 0.1$ dla przypadku:
 $\kappa_U \neq 0; \kappa_T \neq 0; \kappa_{C_2} \neq 0; \kappa_{C_1} \neq 0$



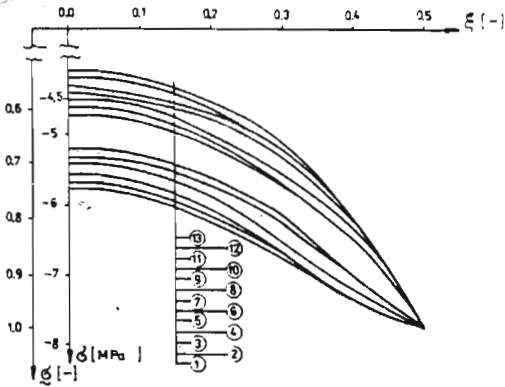
Rys. 7. Rozkład naprężeń w warstwie sprężystej dla przypadku:
 $\kappa_U = \kappa_T = \kappa_{C2} = \kappa_{C1} = 0$



Rys. 8. Rozkład naprężeń w warstwie sprężystej dla przypadku:
 $\kappa_U \neq \kappa_T \neq 0; \kappa_{C2} = \kappa_{C1} = 0$

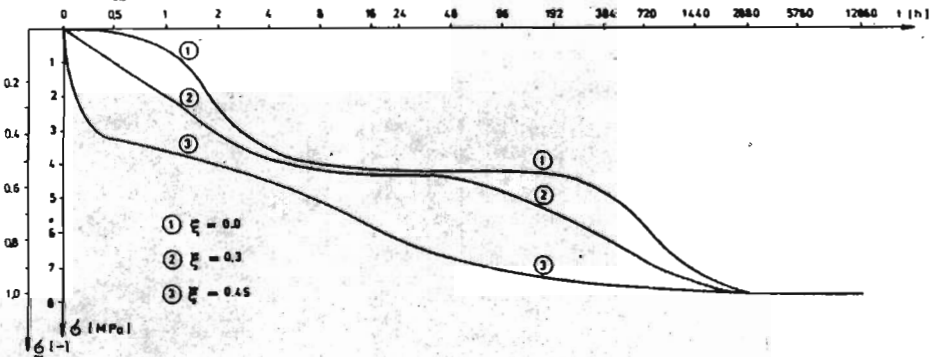
również do wpływu sprężeń na inne pola. Prawdliwość tę można wytłumaczyć wpływem pamięci materialu [1,2,3,7,26].

(ii) W otrzymanych wynikach brak jest efektu zjawiska tzw. spiętrzenia koncentracji i spiętrzenia naprężeń spotykanego czasami w literaturze przedmiotu (np.[3,34]). Zjawisko to polega najogólniej na tym, że krzywa rozkładu koncentracji po osiągnięciu w pewnym punkcie obszaru poziomu stanu ustalonego przekracza go i nadal wzrasta, aż do osiągnięcia maksimum. Efekt ten występuje w pewnej klasie zadań sprężonych i jest konsekwencją zgodności gradientów temperatury i koncentracji. Gradient pola temperatury powoduje wówczas wzrost koncentracji ponad poziom stanu ustalonego i dopiero jego zanik – w momencie osiągnięcia stałego pola temperatury – powoduje odpływ wilgoci z obszaru do poziomu stanu ustalonego. Natomiast zjawisko spiętrzenia naprężeń jest konsekwencją spiętrzenia



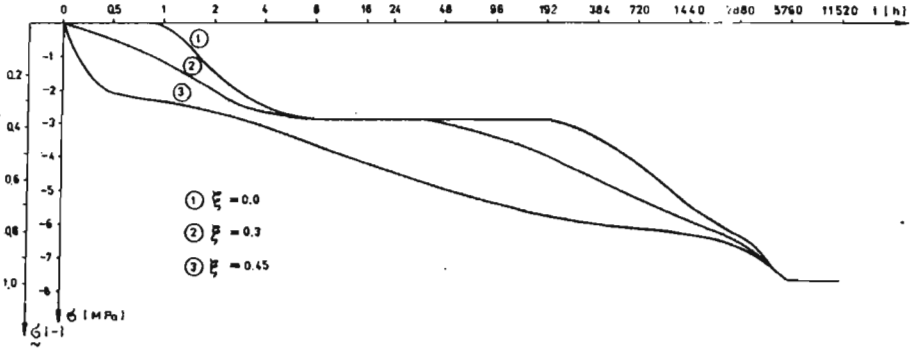
- | | | | | | |
|---|----------|---|--|--|---|
| ① $\begin{cases} x_U = 0 \\ x_T = 0 \\ x_{C2} = 0 \\ x_{C1} = 0 \end{cases}$ | \wedge | $\begin{cases} x_U = 0 \\ x_T = 0 \\ x_{C2} \neq 0 \\ x_{C1} = 0 \end{cases}$ | ② $\begin{cases} x_U \neq 0 \\ x_T = 0 \\ x_{C2} \neq 0 \\ x_{C1} = 0 \end{cases}$ | ③ $\begin{cases} x_U \neq 0 \\ x_T = 0 \\ x_{C2} = 0 \\ x_{C1} = 0 \end{cases}$ | |
| ⑤ $\begin{cases} x_U = 0 \\ x_T \neq 0 \\ x_{C2} = 0 \\ x_{C1} = 0 \end{cases}$ | \wedge | $\begin{cases} x_U \neq 0 \\ x_T \neq 0 \\ x_{C2} \neq 0 \\ x_{C1} = 0 \end{cases}$ | ④ $\begin{cases} x_U = 0 \\ x_T \neq 0 \\ x_{C2} \neq 0 \\ x_{C1} = 0 \end{cases}$ | ⑥ $\begin{cases} x_U \neq 0 \\ x_T \neq 0 \\ x_{C2} = 0 \\ x_{C1} = 0 \end{cases}$ | |
| ⑦ $\begin{cases} x_U = 0 \\ x_T = 0 \\ x_{C2} \neq 0 \\ x_{C1} \neq 0 \end{cases}$ | | ⑧ $\begin{cases} x_U = 0 \\ x_T = 0 \\ x_{C2} \neq 0 \\ x_{C1} \neq 0 \end{cases}$ | ⑨ $\begin{cases} x_U \neq 0 \\ x_T = 0 \\ x_{C2} = 0 \\ x_{C1} \neq 0 \end{cases}$ | \wedge | $\begin{cases} x_U \neq 0 \\ x_T = 0 \\ x_{C2} \neq 0 \\ x_{C1} \neq 0 \end{cases}$ |
| ⑩ $\begin{cases} x_U = 0 \\ x_T \neq 0 \\ x_{C2} \neq 0 \\ x_{C1} \neq 0 \end{cases}$ | | ⑪ $\begin{cases} x_U = 0 \\ x_T \neq 0 \\ x_{C2} = 0 \\ x_{C1} \neq 0 \end{cases}$ | ⑫ $\begin{cases} x_U \neq 0 \\ x_T \neq 0 \\ x_{C2} \neq 0 \\ x_{C1} \neq 0 \end{cases}$ | | ⑬ $\begin{cases} x_U \neq 0 \\ x_T \neq 0 \\ x_{C2} = 0 \\ x_{C1} \neq 0 \end{cases}$ |

Rys. 10. Rozkład naprężeń w warstwie sprężystej dla czasu $t = 720$ h

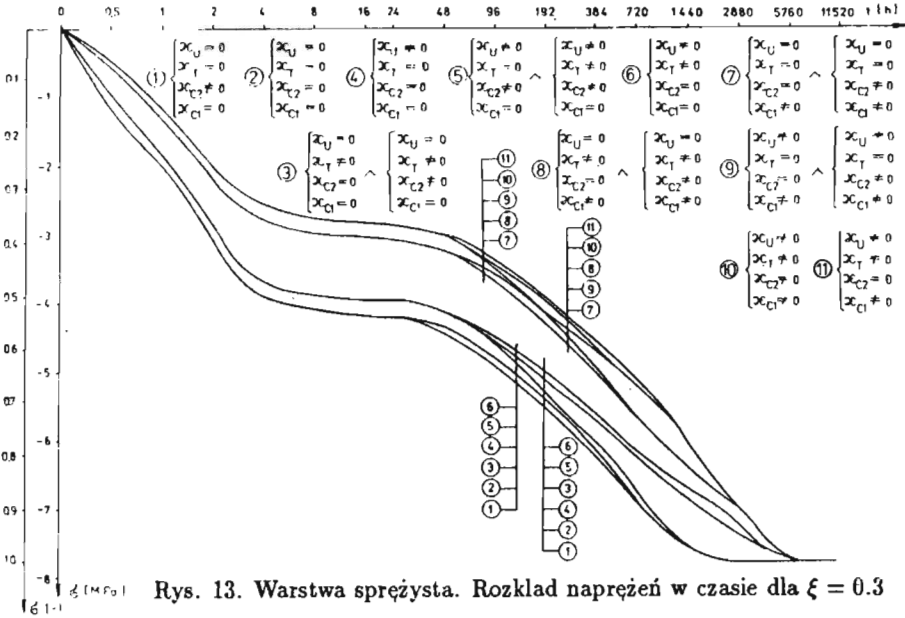


Rys. 11. Warstwa sprężysta. Rozkład naprężeń w czasie dla przypadku:

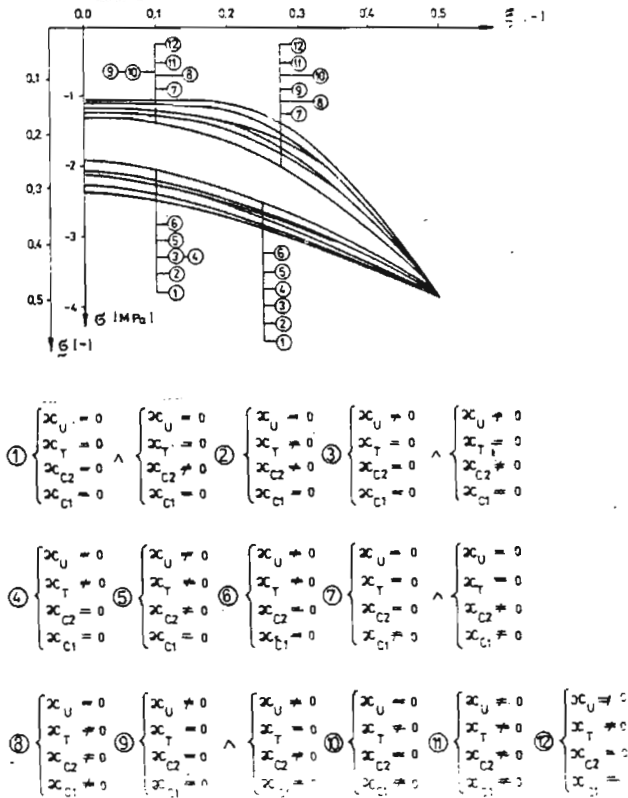
$$\kappa_U = \kappa_T = \kappa_{C2} = \kappa_{C1} = 0$$



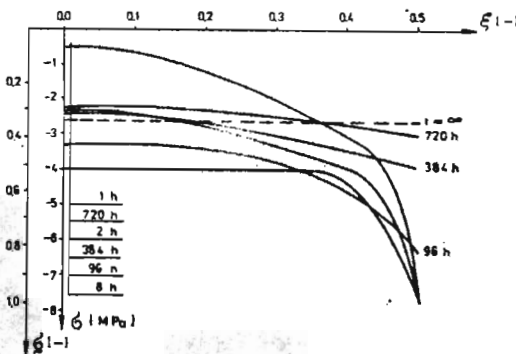
Rys. 12. Warstwa sprężysta. Rozkład naprężeń w czasie dla przypadku: $\kappa_U \neq \kappa_T \neq \kappa_{C1} \neq \kappa_{C2} \neq 0$



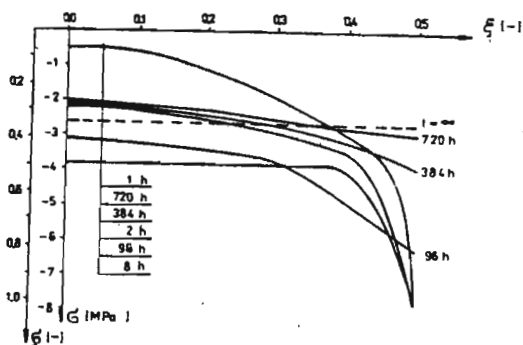
Rys. 13. Warstwa sprężysta. Rozkład naprężeń w czasie dla $\xi = 0.3$



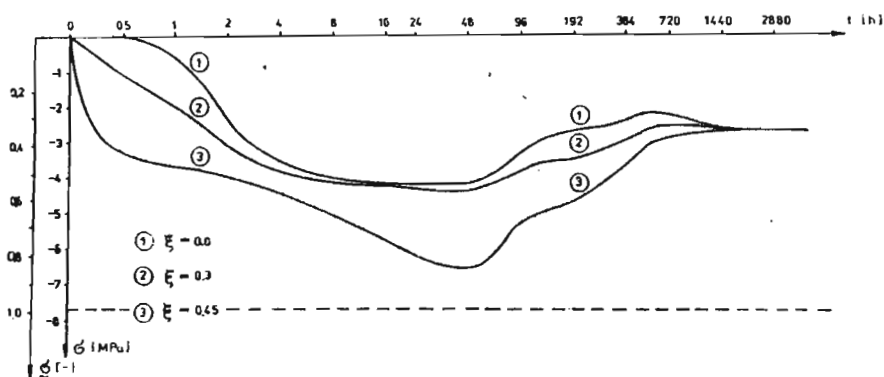
Rys. 14. Rozkład naprężeń w warstwie lepkosprężystej dla czasu $t = 384$ h



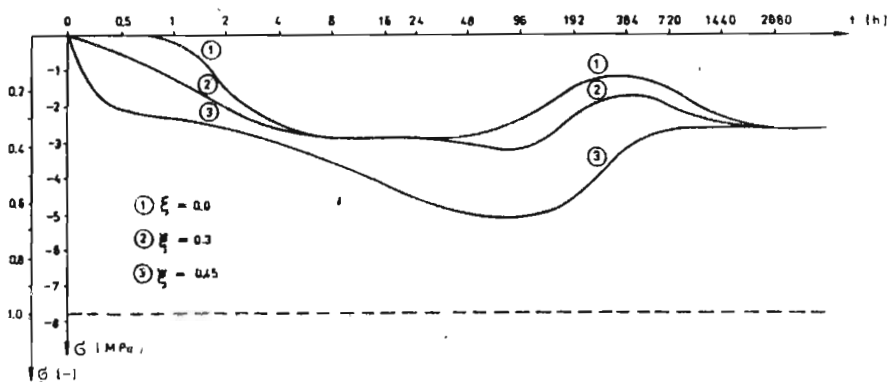
Rys. 15. Rozkład naprężeń w warstwie lepkosprężystej dla przypadku:
 $\kappa_U = \kappa_T = \kappa_{C2} = \kappa_{C1} = 0$
 Dla $t = 96$ h pojawiają się zauważalne różnice między naprężeniami w warstwach sprężystej i lepkosprężystej



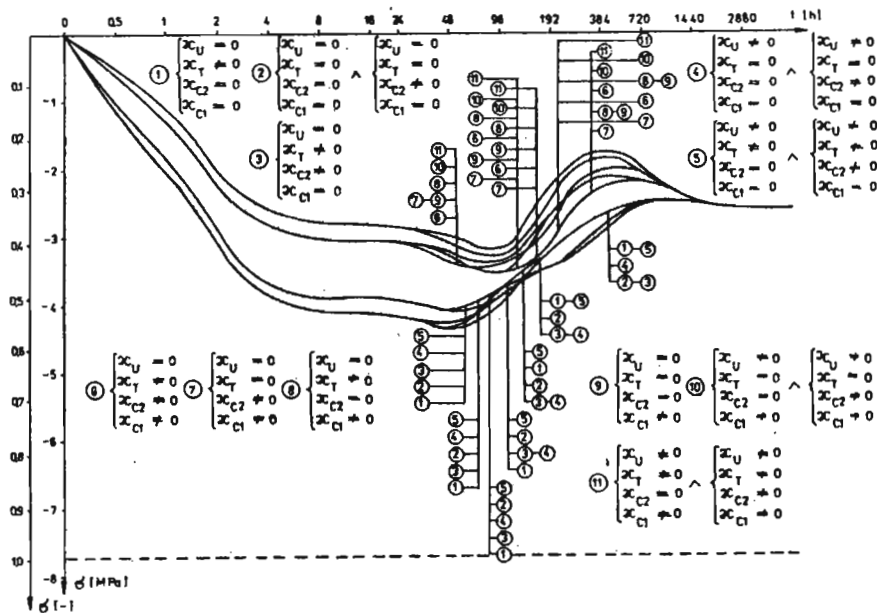
Rys. 16. Rozkład naprężeń w warstwie lepko-sprężystej dla przypadku:
 $\kappa_U \neq \kappa_T \neq 0; \kappa_{C2} = \kappa_{C1} = 0$



Rys. 17. Warstwa lepko-sprężysta. Rozkład naprężeń w czasie dla przypadku:
 $\kappa_U = \kappa_T = \kappa_{C2} = \kappa_{C1} = 0;$
 Linia przerywaną oznaczono poziom ustalonych naprężeń ($t = 2880$) w warstwie sprężystej



18. Warstwa lepko-sprężysta. Rozkład naprężeń w czasie dla przypadku:
 $\kappa_U \neq \kappa_T \neq \kappa_{C2} \neq \kappa_{C1} \neq 0;$
 Linia przerywaną oznaczono poziom ustalonych naprężeń ($t = 5760$) w warstwie sprężystej



Rys. 19. Warstwa lepkością. Rozkład naprężeń w czasie dla $\xi = 0.3$

trzenia rozumiany jako czas przekroczenia przez koncentrację poziomu stanu ustalonego;

- występuje zanik efektu spiętrzenia (nawet przy spełnionych powyższych warunkach) w materiałach ze współczynnikami dyfuzji mniejszymi co najmniej o dwa rzędy wielkości od współczynnika przewodnictwa cieplnego. Tłumaczy się to tym, że w takich przypadkach składnik dyfundujący napotyka pole ciepłe w znacznym stopniu ukształtowane (por. rys.3 ÷ 6).

Przytoczone powyżej uwagi odnoszące się do efektu spiętrzenia koncentracji w kontekście z numerycznym sformulowaniem problemu (3.6) ÷ (3.11) tłumaczą brak tego efektu w rozwiązaniach podjętych zadań.

6. Podsumowanie

Zestawienie i analiza otrzymanych wyników przemawiają za koniecznością uwzględnienia sprzężeń dla pewnych zadań określonych przez (3.13). Ilekroć bowiem mamy do rozwiązania konkretny problem początkowo-brzegowy, zawsze stoimy wobec alternatywy: rozwiązanie prostego zadania bez uwzględnienia

sprężenia pól (często bez świadomości błędu jakim obarczone jest rozwiązanie), lub rozwią zanie bardziej złożonego zadania sprężonego. Wydaje się, iż mimo znacznych uproszczeń jakie poczyniono w rozwiązywaniu postawionego problemu powyższa analiza wraz z zestawieniem tabelarycznym (tab.1, 2 i 3) mogą się okazać pomocne w rozstrzygnięciu tej kwestii. Jest to możliwe również dlatego, że zbieżność otrzymanych wyników numerycznych z wynikami eksperymentalnymi i wynikami innych autorów przemawia za poprawnością wyników uzyskanych na podstawie bardzo uproszczonego modelu i obejmuje również opis procesu prowadzony w aspekcie jakościowym.

Literatura

1. CHRISTENSEN R.M., *Theory of viscoelasticity*, Academic Press, New York and London 1971
2. DAY A.A., *The thermodynamics of simple materials with fading memory*, tłum.ros., Moskwa 1974
3. GAJDA F., *Sprężenie ciepłno-dyfuzyjne w ciałach lepkosprężystych*, dysertacja doktorska, Pol. Wroclawska 1983
4. GRUDZIŃSKI F., *Procesy ciepłne w technologii betonów*, PWN, Warszawa 1976
5. GRYSA K., Szczepański R., *O płaskim quasi-statycznym zagadnieniu termodyfuzji dla sprężystego walca kołowego*, Mech. Teort. i Stos. 2, 17, 1979
6. KASPERKIEWICZ J., *Dyfuzja i deformacje skurczowe w betonie*, PWN, Warszawa 1972
7. KUBIK J., *Analogie i podobieństwo w liniowych ośrodkach odkształcalnych*, Z.N. Pol. Śl. Bud. 38, 1975
8. KUBIK J., WRÓBEL M., *O rozseparowaniu równań termodyfuzji lepkosprężystej*, Mech. Teort. i Stos. 1, 26, 1988
9. LEWANDOWSKI J., *Wpływ gradientu temperatury i naprężeń cieplnych na dyfuzję wodoru w ciele stałym*, Prace IPPT 23, 1972
10. MITZEL A., *Reologia betonu*, Arkady, W-wa 1972
11. MOKRYK R., OLESIAK Z., *Termodyfuzja w zagadnieniu kontaktu warstwy i półprzestrzeni sprężystej*, Mech. Teort. i Stos. 3-4, 20, 1982
12. NEVILLE A.M., *Właściwości betonu*, Arkady, Warszawa 1977
13. NOWACKI W., *O pewnym zagadnieniu przestrzennym termosprężystości*, Rozpr. Inż. 3, 5, 1957
14. NOWACKI W., *O pewnym quasi-ustalonym zagadnieniu termosprężystości*, Rozpr. Inż. 3, 5, 1957
15. NOWACKI W., *Ustalone naprężenia ciepłne w płytach*, Rozpr. Inż. 1, 7, 1959
16. NOWACKI W., *Certain problems of thermodiffusion in solids*, Arch. Mech. Stos. 23, 6, 1971

17. NOWACKI W., *Dynamic problems of thermodiffusion in elastic solids*, Proc. Vibr. Problems 2, 15, 1974
18. NOWACKI W., *Termodyfuzja w ciele stałym*, Mech. Teoret. i Stos. 2, 13, 1975
19. OLESIAK Z., *Dynamiczne zagadnienia ciał o własnościach lepkosprężystych*, Rozpr. Inż. 3, 9, 1961
20. PIEKARSKI Z., Szefer G., *Pełzanie półplaszczyny przy mieszanych warunkach brzegowych*, Rozpr. Inż. 4, 18, 1970
21. STEFANIAK J., *Zagadnienie rozchodzenia się fal w nieograniczonym ośrodku lepkosprężystym przy uwzględnieniu sprzężenia termomechanicznego*, Rozpr. Inż. 1, 15, 1967
22. STEFANIAK J., *Naprężenia, przemieszczenia i temperatura w nieograniczonym ośrodku sprężystym przy uwzględnieniu sprzężenia termomechanicznego*, Rozpr. Inż. 1, 16, 1968
23. STEFANIAK J., JANKOWSKI J., *Płaskie fale harmoniczne i dyfuzja w ciele stałym*, Mech. Teort. i Stos. 3, 18, 1980
24. WRÓBEL M., *Wariacyjne ujęcie przepływów termodyfuzyjnych sprzężonych z polem naprężeń*, Mech. Teoret. i Stos. 3, 25, 1987
25. WRÓBEL M., *Przepływy termodyfuzyjne sprzężone z polem naprężeń w lepkosprężystości*, Mech. Teoret. i Stos. 3, 26, 1988
26. WYRWAŁ J., *Wariacyjne ujęcie termodyfuzji lepkosprężystej*, dysertacja doktorska, Pol. Krakowska 1979
27. ALEKSANDROWSKIJ S.W., *Rasczet betonnych i żelazobetonnych konstrukcij na temperaturnyje i wlaźnostnyje woźdejstwija*, Strojizdat, Moskwa 1966
28. ALEKSANDROWSKIJ S.W., *Rasczet betonnych i żelazobetonnych konstrukcij na izmienienija temperatury i wlaźnosti s uczielom polzuczesti*, Strojizdat, Moskwa 1973
29. ARUTUNJAN N.H., *Niekotorje woprosy teorii polzuczesti*, Moskwa 1952
30. ARUTUNJAN N.H., *Polzuczest starejuszczich materialow, polzuczest betona*, Mech. Twerd. Tela 6, 1967
31. WOŁOSJAN L.JA., *Tepló - i massoobmien pri termoobrabotke betonnych i żelazobetonnych izdelij*, Minsk 1973
32. LOMAKIN W.A., Bezuchow W.N., Kołotunow M.A., *Woprosy podobija i modelirowanija procesow deformacij wjazko-uprugich sred*, Mech. Polim. 1, 1967
33. LYKOW A.W., *Teoreticzeskije osnovy stroitelnoj fiziki*, Izd. A.N. BSSR, Minsk 1961
34. MALININA L.A., *Teplówlaźnostnaja obrabotka tjażelogo betona*, Moskwa 1977
35. MONACHENKO D.W., *Modelirowanije izotermiczeskich zadacz linejnoj nasledstwennoj teorii polzuchesti*, Mech. Twerd. Tela 1, 1972
36. PODSTRIGACZ JA.S., SZEWCZUK P.R., *Wariacjonnaja forma urawnenij termodifuzionnych processow w deformirujemom tele*, Prikl. Mech. i Mat. 33, 4, 1969
37. COJ P.W., *Metody rasczeta otdelnych zadacz teplómassoperenosa*, Moskwa 1971
38. SZWEC R.N., DASJUK JA.M., *O wariacjonnych teoremach termodifuzii deformiruemych twerdych tel*, Mat. Fiz. 22, 1977

Summary

A discussion of reciprocal thermodiffusion couplings and their influence on the strain field solving a certain initial-boundary problem in a layer is presented in the paper. Some sixteen cases of decoupled and partially coupled problems are considered. An analysis of some simplifying assumptions used for the solution is also given here. The considerations are illustrated in figures and tables.

Praca wpłynęła do Redakcji dnia 10 maja 1989 roku