

WPLYW STOPNIA WYWAŻENIA STERU NA EFEKTY DYNAMICZNE W AUTOMATYCZNYM PILOTAŻU

MACIEJ MRÓZ

Wojkowa Akademia Techniczna, Warszawa

Automatyczne sterowanie lotem samolotu wymaga, aby oddziaływanie zewnętrznych sił zakłócających jak najmniej wpływało na charakter jego ruchu, a ewentualne efekty dynamiczne tych oddziaływań były jak najszybciej wytlumione. Na własności dynamiczne samolotu ma wpływ zarówno konstrukcja kadłuba samolotu jak i sprzężenia występujące między kadłubem a układem sterowania. Z tego też względu w procesie konstruowania należy ustalić takie związki pomiędzy układem sterowania a parametrami konstrukcyjnymi samolotu, aby proces przejściowy wahań samolotu wywołany zewnętrznymi wymuszeniami był jak najszybciej wytlumiony i przebiegał w sposób łagodny (aperiodyczny).

Wyniki tak przeprowadzonego procesu optymalizacyjnego pozwalają zorientować się konstruktorowi, które z parametrów i o jakich wielkościach należy przyjąć aby osiągnąć zamierzony efekt.

Jako szczególny przypadek rozpatrzono dynamikę podłużnego ruchu samolotu traktowanego jako bryła sztywna z odkształcalnym układem sterowania nieważonym sterem wysokości.

Stosowane oznaczenia:

- \bar{C}_H — współczynnik tłumienia wiskotycznego w układzie sterowania (zredukowany),
 $\bar{\kappa}_H$ — współczynnik sztywności w układzie sterowania (zredukowany):
 $\bar{C}_H = Cr^2$, $\bar{\kappa}_H = kr^2$,
gdzie: r — promień bezwładności steru,
 e_H — odległość środka masy steru od jego osi obrotu,
($e_H > 0$ gdy oś obrotu steru znajduje się przed środkiem masy steru, $\dot{e}_H = \frac{e_H}{I_a}$),
 I_a — średnia ciężka aerodynamiczna,

| | | |
|------------|---|---|
| m_{SH} | — | masa steru wysokości, |
| S_H | — | współrzędna osi obrotu steru wysokości wzdłuż osi Ox , |
| δ_H | — | kąt obrotu steru wysokości, |
| M_{SH} | — | moment zawiasowy steru wysokości, |
| M_{SHZ} | — | sterujący moment zawiasowy steru wysokości, |
| W_{SH} | — | współczynnik przełożenia pomiędzy wychyleniem steru δ_H , a wychyleniem x_d drążka sterowego, |
| m | — | masa samolotu, |
| I_y | — | moment bezwładności samolotu względem osi O_y , |
| S | — | powierzchnia skrzydła, |
| V | — | prędkość samolotu, |
| T | — | ciąg silnika. |

1. Równania ruchu samolotu

Rozpatruje się podłużny ruch samolotu o napędzie odrzutowym zaburzony warunkami początkowymi [4]. Przyjmuje się, że ruch odbywa się w płaszczyźnie pionowej pokrywającej się z płaszczyzną symetrii samolotu. Równania ruchu zapisano posługując się układem osi przepływu $Ox_a z_a$, którego początek umieszczono w środku masy samolotu. Założono, iż samolot jest bryłą sztywną, natomiast układ sterowania niewyważonym sterem wysokości jest odkształcalny i charakteryzuje się odpowiednią sztywnością i tłumieniem.

Przyjęto ustalony ruch prostoliniowy samolotu określony następującymi parametrami:

$$V = V_0, \quad \gamma_a = \gamma_{a0}, \quad \theta = \theta_0, \quad \alpha = \alpha_0 = \theta_0 - \gamma_{a0}, \quad \delta_H = \delta_{H0},$$

oraz założono, że kąty γ_a i α są na tyle małe aby słusznym było:

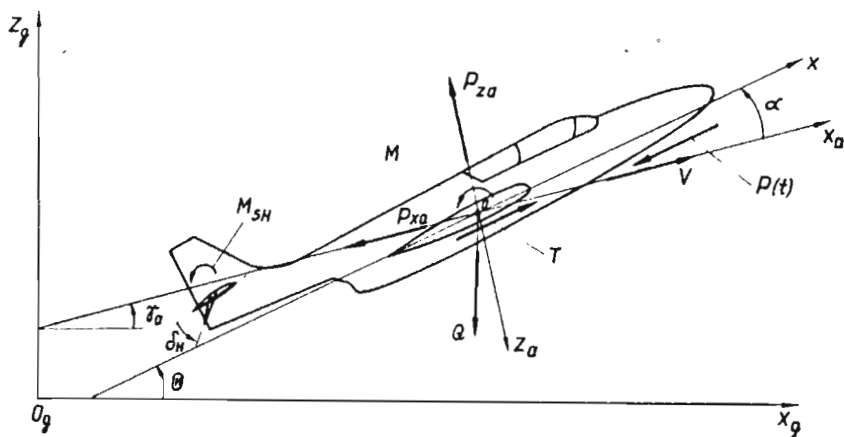
$$\sin \zeta \cong \zeta, \quad \cos \zeta \cong 1.$$

Dodatnie zwroty sił i momentów działających na samolot przyjęto jak na rys.1.

Przy powyższych założeniach układ równań opisujących ruch samolotu względem trajektorii lotu poziomego ma postać:

$$\frac{dV}{dt} = \frac{T}{m} - C_x \frac{\rho V^2}{2m} \delta - g\gamma_a, \quad (1.1)$$

$$V \frac{d\gamma_a}{dt} = \frac{T}{m} \alpha + C_x^\alpha \frac{\rho V^2}{2m} S \alpha - g, \quad (1.2)$$



Rys. 1. Układ osi współrzędnych oraz dodatnie zwroty kątów, sił i momentów

$$I_y \left(\frac{d^2 \alpha}{dt^2} + \frac{d^2 \gamma_a}{dt^2} \right) = (M^q + M^{\dot{\alpha}}) \frac{d\alpha}{dt} + M^q \frac{d\gamma_a}{dt} + M^\alpha \alpha + M^\delta \frac{d\delta_H}{dt} + M^\delta \delta_H, \quad (1.3)$$

$$\bar{C}_H \frac{d\delta_H}{dt} + \bar{\kappa}_H \delta_H = m_{SH} e_H V \frac{d\gamma_a}{dt} - m_{SH} e_H S_H \left(\frac{d^2 \alpha}{dt^2} + \frac{d^2 \gamma_a}{dt^2} \right) + M_{SH} + M_{SHZ} + m_{SH} e_H g, \quad (1.4)$$

gdzie: $q = \frac{d\alpha}{dt} + \frac{d\gamma_a}{dt}$, $M_{SHZ} = W_{SH}(\bar{\kappa}_H x_d + \bar{C}_H \dot{x}_d)$.

Wyliminowując z powyższych równań kąt γ_a i jego pochodne oraz pomijając równanie (1.1) jako, że przyjęto lot poziomy ze stałą prędkością V równanie (1.2) można zapisać w postaci:

$$\frac{d\gamma_a}{dt} = b_1 \alpha - \frac{g}{V}, \quad (1.2')$$

gdzie: $b_1 = \frac{T}{mV} + C_z^\alpha \frac{\rho V}{2m} S$.

Uwzględniając (1.2') w równaniach (1.3) i (1.4) otrzymuje się układ równań ruchu samolotu w następującej postaci:

$$\frac{d^2\alpha}{dt^2} + a_1^* \frac{d\alpha}{dt} + a_o^* \alpha = C_1 \frac{d\delta_H}{dt} + C_o \delta_H + f_1, \quad (1.5)$$

$$\frac{d\delta_H}{dt} + h_o \delta_H = a_1 \frac{d\alpha}{dt} + a_o \alpha + f_2, \quad (1.6)$$

gdzie:

$$a_1^* = b_1 - \frac{M^a + M^b}{I_y}, \quad a_o^* = \frac{M^a - M^a b_1}{I_y}, \quad C_1 = \frac{M^d}{I_y},$$

$$C_o = \frac{M^e}{I_y}, \quad h_o = \frac{\bar{\kappa}_H + b_2 C_o}{C_H + b_2 C_1}, \quad a_1 = \frac{b_2(a_o^* - b_1)}{C_H + b_2 C_1},$$

$$a_o = \frac{b_2 \left(a_o^* + \frac{b_1 V}{S_H} \right)}{C_H + b_2 C_1}, \quad b_2 = e_{HM} m_{SH} S_H, \quad f_1 = \frac{-M^a}{I_y} \psi,$$

$$f_2 = \frac{W_{SH}}{C_H + b_2 C_1} (x_d \bar{\kappa}_H + \dot{x}_d \bar{C}_H).$$

W zapisie macierzowym układ równań (1.5) i (1.6) przedstawia się następująco:

$$\dot{\mathbf{z}} = \mathbf{A} \cdot \mathbf{z} + \mathbf{F}, \quad (1.7)$$

gdzie:

$$\mathbf{z} = \text{col}[\alpha; \dot{\alpha}; \delta_H], \quad \mathbf{F} = \text{col}[0; f_1 + C_1 f_2; f_2],$$

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix}, \quad (1.8)$$

a współczynniki macierzy \mathbf{A} :

$$a_{21} = C_1 a_o - a_o^*, \quad a_{22} = C_1 a_1 - a_1^*, \quad a_{23} = C_o - C_1 h_o, \\ a_{31} = a_o, \quad a_{32} = a_1, \quad a_{33} = -h_o.$$

2. Optymalizacja parametrów dynamicznych

Własności dynamiczne samolotu reprezentuje macierz stanu \mathbf{A} , zatem dla określenia związków, pomiędzy układem sterowania a parametrami konstrukcyjnymi kadłuba, zapewniających najszybsze tłumienie wahań samolotu dalsze rozważania sprowadza się do analizy układu bez wymuszeń, czyli:

$$\dot{\mathbf{z}} = \mathbf{A} \cdot \mathbf{z}. \quad (2.1)$$

Wartości własne macierzy stanu \mathbf{A} określone są przez równanie charakterystyczne $|\mathbf{A} - r\mathbf{I}| = 0$, gdzie: \mathbf{I} — macierz jednostkowa, r_i — wartości własne macierzy, $i = 1, 2, \dots, n$, n — rząd macierzy.

Ponieważ $\sum_{i=1}^n r_i = \text{tr} \mathbf{A}$, a dla najszybszego tłumienia procesu przejściowego żąda się, aby wartości własne były niezależne i posiadały jednakowe ujemne części rzeczywiste σ o jak największym module [2], to:

$$\sigma = \text{Re} r_i = \frac{\text{tr} \mathbf{A}}{n} < 0. \quad (2.2)$$

Dodatkowe warunki optymalizacyjne uzyskuje się na drodze przekształcenia macierzy stanu \mathbf{A} w macierz stanu \mathbf{A}^* stosując przekształcenie [1]:

$$\mathbf{s} = \mathbf{y} \exp\left(\frac{\text{tr} \mathbf{A}}{n} t\right), \quad (2.3)$$

wówczas:

$$\dot{\mathbf{y}} = \mathbf{A}^* \cdot \mathbf{y}, \quad (2.4)$$

gdzie: $\mathbf{A}^* = \mathbf{A} - \sigma \mathbf{I}$ i ślad macierzy \mathbf{A}^* :

$$\text{tr} \mathbf{A}^* = \text{tr} \mathbf{A} - n\sigma \equiv 0. \quad (2.5)$$

Ponieważ $\text{tr} \mathbf{A}^* \equiv 0$, to wartości własne macierzy \mathbf{A}^* mogą być jedynie równe zeru lub urojone. W tej sytuacji rozwiązania $\mathbf{y}(t)$ nie mogą być rozwiązaniami malejącymi, lecz co najwyżej nierosnącymi.

Nierosnące rozwiązania $\mathbf{y}(t)$ otrzyma się wówczas, gdy w równaniu charakterystycznym:

$$|\mathbf{A}^* - \omega \mathbf{I}| = (-1)^n [\omega^n - p_1 \omega^{n-1} + p_2 \omega^{n-2} + \dots + (-1)^n p_n] = 0 \quad (2.6)$$

współczynniki p_i ($i = 1, 2, \dots, n$) będą spełniać poniższe relacje [1]:

$$\begin{aligned} p_i > 0 & \text{ dla } i \text{ — parzystych,} \\ p_i = 0 & \text{ dla } i \text{ — nieparzystych.} \end{aligned}$$

Dla rozpatrywanego przykładu współczynniki p_i wyrażają się następująco [3]:

$$p_1 = \omega_1 + \omega_2 + \omega_3 = \text{tr} \mathbf{A}^* \equiv 0, \quad (2.7)$$

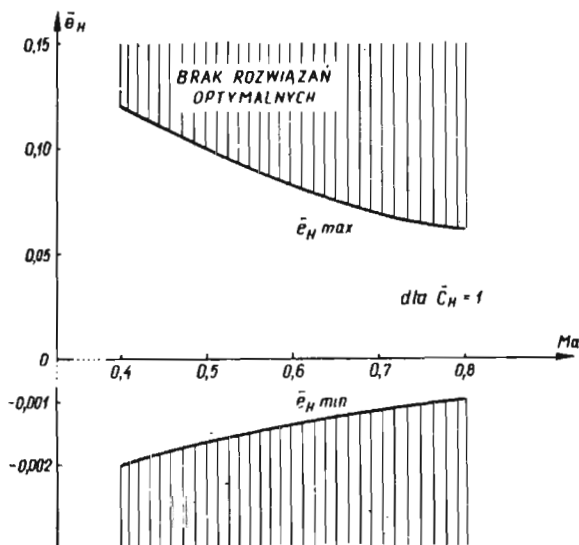
$$\begin{aligned} p_2 &= \omega_1 \omega_2 + \omega_1 \omega_3 + \omega_2 \omega_3 = \\ &= a_{22} a_{23} - 3a_{23} a_{32} - 3a_{21} - a_{22}^2 - a_{33}^2 > 0, \end{aligned} \quad (2.8)$$

$$\begin{aligned} p_3 &= \omega_1 \omega_2 \omega_3 = \det \mathbf{A}^* = \\ &= 2a_{33}^3 - 3a_{33}^2 a_{22} + 3a_{33} (a_{23} a_{32} - 6a_{21} - a_{22}^2) + \\ &+ 27a_{23} a_{31} + 9a_{22} (a_{23} a_{32} + a_{21}) + 2a_{22}^3 = 0. \end{aligned} \quad (2.9)$$

Spełnienie relacji (2.7) – (2.9) przy warunku (2.2) zapewnia najszybsze wytlumienie wahań samolotu gwarantując jednocześnie łagodny przebieg procesu przejściowego.

Przykładowo, dla samolotu o następujących danych: $T = 10000\text{N}$, $Q = 35900\text{N}$, $I_y = 2268\text{kgm}^2$, $S = 17,5\text{m}^2$, $la = 1,827$, $l = 11,5\text{m}$ i pozostałych znanych charakterystykach masowo-geometrycznych i aerodynamicznych. Wyniki badań przedstawiono na rys. (2 – 5).

Jak z nich wynika zapewnienie najszybszego tłumienia wahań samolotu w określonych warunkach lotu jest możliwe przy stosowaniu steru niewyważonego. Zakres nie wyważenia steru jest ograniczony i dla stałej wartości współczynnika tłumienia \bar{C}_H zmienia się wraz z prędkością lotu samolotu (rys.2). Przyjęcie \bar{e}_H o wartości wykraczającej poza dopuszczalny przedział nie pozwala na spełnienie warunków optymalizacyjnych nawet dla dowolnie dużego zakresu zmiany sztywności $\bar{\kappa}_H$.

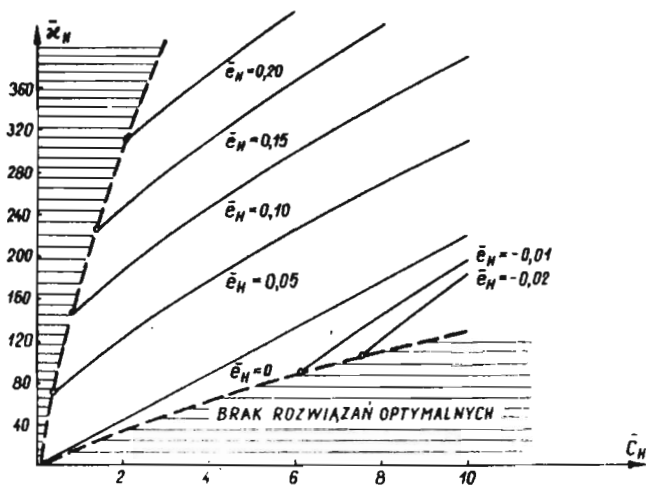


Rys. 2.

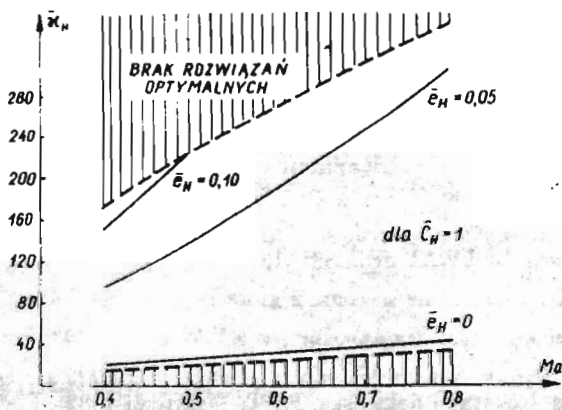
Uwagę zwraca fakt, iż nie wyważenie steru silnie wpływa na potrzebę stosowania większych wartości $\bar{\kappa}_H$ i \bar{C}_H , przy czym należy je dobrać z krzywych (rys. 3,4) dla określonego stopnia nie wyważenia steru \bar{e}_H . Szczególnie mocno uwidacznia się to dla ujemnych wartości nie wyważenia steru.

Dla współczynników tłumienia $\bar{C}_H > 2$ słusznymi są relacje przedstawione na rys. 5.

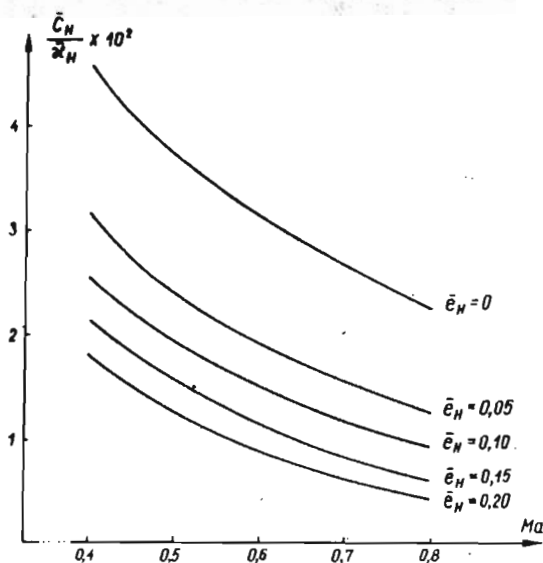
Jak z nich wynika istnieje znaczna z technicznego punktu widzenia liniowość zmiany stosunku tłumienia \bar{C}_H do sztywności $\bar{\kappa}_H$ wraz ze zmianą prędkości



Rys. 3.



Rys. 4.



Rys. 5.

lotu. Fakt ten możnaby wykorzystać przy realizacji programu zmiany np.: współczynnika \bar{C}_H , dla określonej sztywności $\bar{\kappa}_H$ i określonego nie wyważenia steru \bar{e}_H , zapewniającego optymalne tłumienie wahań samolotu bez względu na jego prędkość lotu.

3. Literatura

1. S.DUBIEL, *O pewnej modyfikacji metody A.N. Gołubiencewa optymalizacji liniowych układów dynamicznych*, Biul.WAT nr 5, 381, 1984
2. А.Н.Голубенцев, *Интегральные методы в динамике*, Киев 1967
3. B.KOWALCZYK, *Macierze i ich zastosowania*, WNT Warszawa 1978
4. A.KRZYŻANOWSKI, *Dynamika nieautonomicznego ruchu samolotu z odkształcalnymi układami sterowania*, Rozprawa doktorska, WAT, Warszawa 1982

Summary

A concept of system optimization, which ensures the fastest damping of A.N.Golubentsev's process for the linear n -th degree equations has been modified for the systems described by matrix-vector equations. The matrix form enables the fast determination of suitable coefficients for the linear systems. It is known that in most cases the equations of controlled dynamic objects are presented in the form of a matrix set of equations.

The modified method has been used for optimization of the stiffness and damping of the elevator propulsion, taking into account his balancing. The result of optimization is the fastest damping of oscillations of an airplane in automatic flight control.

Резюме

Концепция оптимизации системы, обеспечивающая самое быстрое затухание процесса А.Н.Голубенцева для линейных уравнений n -ой степени, модифицирована для системы описанной матрично-векторными уравнениями. Условия в матричной форме дают возможность быстрого установления соответствующих коэффициентов для линейных систем, а в большинстве случаев уравнения управляемых динамических объектов приведены в форме матричной системы уравнений.

Модифицированный метод использовано для оптимизации жесткости и демпфирования руля с учетом степени его уравновешения. Эффектом оптимизации самое быстрое затухание колебания самолета в автоматическом управлении полетом.

Praca wpłynęła do Redakcji dnia 12 października 1988 roku