

OPERATOROWA METODA ROZWIĄZANIA PEWNEGO UKŁADU ŁAŃCUCHOWEGO

RYSZARD PISKORSKI

Institut Okrętowy Politechniki Gdańskiej

Rozwiązano układ równań, opisujących statykę mostu pontonowego w zwarciu, stosując rachunek operatorów do całkowania równań różnicowych.

1. Wstęp

Układem łańcuchowym będziemy nazywać układ pontonów tworzących most pływający z ograniczeniami na wzajemne obroty w przegubach, zwierający się pod wpływem obciążenia zewnętrznego. Strefa zwarcia przesuwa się wraz z przemieszczającym się obciążeniem, stanowiąc w ten sposób rodzaj mostu promowego, nieruchomego jednak jako całości. Po obu stronach strefy zwarcia reszta mostu zachowuje się jako układ połączonych przegubowo pontonów, nie przenoszących obciążenia.

W pracy [2] rozwiązano zagadnienie początkowego zwarcia mostu, traktując strefę zwarcia i strefę rozwarcia jako dwa superelementy. Udało się przy tym zredukować sztywność całej strefy rozwartej do węzła brzegowego, dzięki wykorzystaniu rachunku operatorowego zastosowanego do różnic skończonych, opisujących równania równowagi w tej strefie. Ograniczenie rozwiązań analitycznych wynikało tylko z wielkości strefy zwarcia i dla dłuższych stref zwarcia należało korzystać z pomocy komputera przy analizie strefy zwarcia, traktowanej jako superelement [3].

Dla pewnych spotykanych w praktyce obciążeń statycznych siłami skupionymi i przy założeniu regularności konstrukcji mostu możliwe są również rozwiązania w strefie zwarcia w postaci analitycznej, dzięki zastosowaniu rachunku operatorowego.

Tematem tej pracy jest analiza strefy zwarcia. Jest zatem ta praca kontynuacją idei superelementu rozwiniętej w [2].

2. Sformułowanie problemu

Równania statyki, opisujące strefę zwarcia mają postać [2]:

$$\begin{aligned} p &= \mathbf{K} \cdot z + \mathbf{L} \cdot m, \\ f &= \mathbf{L}^T \cdot z, \end{aligned} \tag{2.1}$$

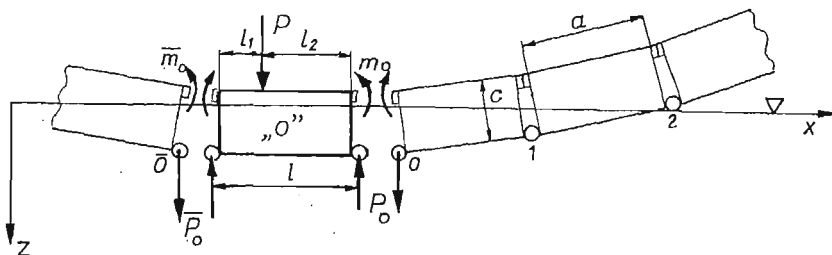
gdzie: p — wektor obciążeń zewnętrznych,
 m — wektor niewiadomych momentów zvarcia w przegubach,
 z — wektor przemieszczeń pionowych węzłów,
 f — wektor zadanych zmian kątów nachylenia między pontonami w przegubach, wynikających z luzów między pontonami w stanie nieobciążonym,
 K — macierz sztywności podłoża sprężystego,
 L — macierz „struktury” układu (operator różnicowy).

Zakładamy, że strefa zvarcia obejmuje nieokreśloną bliżej ilość pontonów, liczbę których należy określić z dodatkowych warunków zvarcia ($m > 0$) i ciągłości ugięć na styku ze strefą rozvarcia. Dzięki pasmowej budowie macierzy K i L można powyższy układ (2.1) rozwiązać metodą operatorową [1], przepisując go w postaci:

$$\begin{aligned} L^T \cdot z &= f, \\ L \cdot m &= p - K \cdot z. \end{aligned} \quad (2.2)$$

W ten sposób po „scałkowaniu” pierwszej grupy układu równań (2.2) i wyznaczeniu przemieszczeń z można następnie „scałkować” drugą grupę równań i w ten sposób obliczyć momenty zvarcia m w całej strefie zvarcia.

Niech układ obciążony będzie jedną siłą skupioną przyłożoną do pontonu „zerowego”, wokół którego rozciąga się po obu stronach strefa zvarcia, (rys. 1).



Rys. 1

Zanurzenia przegubów pontonu „0”: \bar{z}_0 i z_0 określają jednoznacznie położenie całej strefy jako ciała sztywnego, można je więc traktować jako stałe do wyznaczenia po rozwiązaniu układu (2.2). Jednocześnie siły wzajemnego oddziaływania pomiędzy pontonem „0” i resztą strefy zvarcia: \bar{p}_0 , p_0 oraz \bar{m}_0 , m_0 stanowią obciążenia brzegowe na końcach obu części strefy zvarcia. Z równań równowagi pontonu zerowego mamy następujący związek tych obciążeń z siłą zewnętrzną P :

$$\begin{aligned} p_0 &= \frac{P \cdot l_1}{l} - (3 + \alpha)k \cdot z_0 - (3 - \alpha)k \cdot \bar{z}_0 - \frac{m_0 - \bar{m}_0}{l}, \\ \bar{p}_0 &= \frac{P \cdot l_2}{l} - (3 + \alpha) \cdot k \bar{z}_0 - (3 - \alpha)k \cdot z_0 - \frac{\bar{m}_0 - m_0}{l}, \end{aligned} \quad (2.3)$$

gdzie: $k = \frac{\gamma \cdot a \cdot b}{12}$, $\alpha = \left(\frac{a}{l}\right)^2$,

a — długość pontonu,
 b — szerokość pontonu,
 l — odległość między przegubami,
 γ — ciężar właściwy wody,
 pozostałe oznaczenia zgodnie z rys. 1.

3. Rozwiązania w strefie zwarcia

3.1. Ugięcia przegubów. Równania określające ugięcia przegubów w strefie zwartej, rozciągającej się po prawej stronie pontonu „0”, mają postać $\mathbf{L}^T \cdot \mathbf{z} = \mathbf{f}$, albo:

$$z_{i-1} - 2z_i + z_{i+1} = -f \cdot l, \quad (i = 1, 2, \dots, n-1), \quad (3.1)$$

a dla $i = 0$:

$$z_0 - 2z_0 + z_1 = -f \cdot l. \quad (3.2)$$

Równanie (3.1) jest równaniem różnicowym, którego rozwiązanie przewidujemy w postaci: $z_j = A(r)^j$, co prowadzi do równania charakterystycznego:

$$r^2 - 2 \cdot r + 1 = 0, \quad \text{skąd} \quad r_1 = r_2 = 1.$$

Stąd całka ogólna równania jednorodnego ma postać: $z_j = A + Bj$. W celu obliczenia całki ogólnej równania niejednorodnego należy z rozwiązania z_j zbudować całkę x_j spełniającą jednorodne warunki początkowe: $x_0 = 0$, $x_1 = 1$, stąd $x_j = j$.

Wtedy całka równania niejednorodnego ma postać [1]:

$$y_j = \sum_{k=1}^j x_k \cdot q_{j-k}.$$

Ponieważ $q_j = q_{j-k} = -fl = \text{const.}$, stąd;

$$y_j = -fl \cdot \sum_{k=1}^j k = -fl \frac{j(j+1)}{2}. \quad (3.3)$$

Zatem rozwiązanie równania różnicowego (3.1) ma ostatecznie postać:

$$z_j = A + B \cdot j - \frac{fl}{2} \cdot j^2. \quad (3.4)$$

Stałe A i B wyznaczamy z warunku brzegowego (3.2), stąd:

$$A = z_0, \quad B = z_0 - \bar{z}_0 - \frac{fl}{2}. \quad (3.5)$$

Dla lewej strony strefy zwarcia można natychmiast napisać:

$$\bar{A} = \bar{z}_0, \quad \bar{B} = \bar{z}_0 - z_0 - \frac{fl}{2} \quad (3.6)$$

pod warunkiem, że numeracja węzłów tej części będzie się odbywać w odwrotnym kierunku (w lewo) od $\bar{0}$ do \bar{n} .

Znajomość rozwiązań (3.4) z dokładnością do \bar{z}_0 i z_0 pozwala nam obliczyć rozkłady momentów w strefie zwarcia.

3.2. Momenty zwarcia. Równania określające momenty zwarcia $\mathbf{L} \cdot \mathbf{m} = \mathbf{p} - \mathbf{K} \cdot \mathbf{z}$ dla prawej strony strefy zwarcia mają następującą postać:

$$m_{i-1} - 2m_i + m_{i+1} = kl[(3-\alpha), 2(3+\alpha), (3-\alpha)] \begin{bmatrix} z_{i-1} \\ z_i \\ z_{i+1} \end{bmatrix} \equiv q_i, \quad (3.7)$$

$$i = 1, 2 \dots n-1$$

$$m_0 - m_1 = p_0 l - kl[(3+\alpha), (3-\alpha)] \begin{bmatrix} z_0 \\ z_1 \end{bmatrix} \equiv q_0, \quad (3.8)$$

$$m_{n-1} = kl[(3-\alpha), (3+\alpha)] \begin{bmatrix} z_{n-1} \\ z_n \end{bmatrix} - p_n l \equiv q_n,$$

gdzie: p_0, m_0 — obciążenia węzła 0,

p_n — obciążenia węzła n od strony strefy rozwartej.

Prawe strony równań (3.7) i (3.8) po podstawieniu rozwiązań (3.4) mają postać:

$$q_i = kl\{12A + 12Bi - fl[6i^2 + (3-\alpha)]\},$$

$$q_0 = p_0 l - 6Akl - (3-\alpha)Bkl + \frac{kfl^2}{2}(3-\alpha),$$

$$q_n = -p_n l + 6Akl + Bkl[3(2n-1) + \alpha] + \frac{kfl^2}{2}[(3-\alpha)(2n-1) - 6n^2]. \quad (3.9)$$

Postępując jak w p. 3.1 znajdziemy rozwiązanie równania różnicowego (3.7):

$$m_j = C + Dj + \left[6Akl - \frac{kfl^2}{2}(3-\alpha) + \frac{kfl^2}{2} \right] j^2 + 2Bklj^3 - \frac{kfl^2}{2} j^4. \quad (3.10)$$

Stałe całkowania C i D wyznaczone z warunków brzegowych (3.8) mają postać:

$$C = m_0 = p_0 l(n-1) - p_n l - 6Aklb(n-2) + -Bkl[2n(n-1)(n-2) - (3+\alpha)n] + + \frac{kfl^2}{2} [n(n-1)^2(n-2) - (3+\alpha)n^2], \quad (3.11)$$

$$D = -p_0 l + (1-\alpha)Bkl.$$

W rozwiązaniach występuje oprócz niewiadomych z_0, p_0, m_0 , również nieznaną liczbą pontonów n po prawej stronie strefy zwarcia. Siła p_n występująca na końcu strefy zwarcia reprezentuje oddziaływanie reszty rozwartej mostu. Zgodnie z obliczeniami w [2], siła działająca na część rozwartą mostu można wyrazić następująco:

$$p_n^+ = k_n \cdot z_n, \quad k_n = 2\sqrt{3} \sqrt{\alpha} k. \quad (3.12)$$

Równanie ciągłości sił na końcu strefy zwarcia: $p_n^+ + p_n^- = 0$ pozwala obliczyć siłę $p_n = p_n^-$, działającą na końcu strefy zwarcia:

$$p_n = p_n^- = -p_n^+ = -2\sqrt{3} \sqrt{\alpha} k \cdot z_n,$$

gdzie z_n jest ugięciem końca strefy zwarcia:

$$z_n = A + Bn - \frac{fl}{2} n^2.$$

Podstawowy warunek pozwalający określić liczbę pontonów n w zwarciu z prawej strony pontonu środkowego, to warunek zerowania się momentu na końcu strefy: $m_n = 0$. Warunek ten prowadzi do równania:

$$\begin{aligned} -p_0 l + Akl(12n + 2\sqrt{3}\sqrt{\alpha}) + Bkl6n + (2\sqrt{3}\sqrt{\alpha}) + \\ -kfl^2 n(2n^2 + 1 - \sqrt{3}\sqrt{\alpha}n) = 0. \end{aligned} \quad (3.13)$$

Podobny warunek można napisać dla lewej strony strefy zwarcia, podstawiając: $p_0 = \bar{p}_0$, $A = \bar{A}$, $n = \bar{n}$ itd.

Poprzez p_0 i \bar{p}_0 zgodnie z równaniami (2.3) wchodzi do rozwiązania parametry z obu stron zwarcia i przez to zadanie nie jest proste do dalszej analizy.

Stosunkowo proste rozwiązania otrzymuje się dla symetrycznych przypadków obciążenia, które zostaną przedyskutowane w dalszym ciągu.

4. Symetryczne przypadki obciążenia

4.1. Siła skupiona w środku pontonu. W tym przypadku $l_1 = l_2 = \frac{l}{2}$ (patrz rys. 1). Strefa zwarcia musi być symetryczna tzn: $z_0 = \bar{z}_0$, $m_0 = \bar{m}_0$, stąd można rozpatrywać tylko prawą stronę strefy zwarcia i na podstawie (2.3):

$$p_0 = \frac{P}{2} - 6kz_0. \quad (4.1)$$

Ponieważ $B = -\frac{fl}{2}$ zgodnie z (3.5), więc rozwiązania w strefie zwarcia będą miały postać:

$$z_j = z_0 - \frac{fl}{2} (j+1)j. \quad (4.2)$$

Momenty gnące, zgodnie z (3.10):

$$\begin{aligned} m_j = m_0 - \left[p_0 l + \frac{kfl^2}{2} (1 - \alpha) \right] j + \\ + \left[6klz_0 - \frac{kfl^2}{2} (2 - \alpha) \right] j^2 - kfl^2 j^3 - \frac{kfl^2}{2} j^4, \end{aligned} \quad (4.3)$$

gdzie:

$$\begin{aligned} m_0 = p_0 l(n-1) - p_n l - 6klz_0(n-2) + \\ + \frac{kfl^2}{2} n(n^2-1)(n-2) - \frac{kfl^2}{2} (3+\alpha)n(n+1), \end{aligned} \quad (4.3)$$

n — liczba pontonów w zwarciu po prawej stronie pontonu zerowego. Odpowiednikiem równania (3.13) jest teraz:

$$-p_0 l + 2\sqrt{3}\sqrt{\alpha}klz_n + 12klz_0 n - kfl^2 n(n+1)(2n+1) = 0, \quad (4.5)$$

skąd:

$$z_n = \frac{\frac{P}{2k} - 2n(n+1)(2n+1)fl}{6(2n+1) + 2\sqrt{3}\sqrt{\alpha}}, \quad (4.6)$$

oraz

$$z_0 = z_n + \frac{fl}{2}(n+1)n.$$

Całkowita długość strefy zwarcia wyrażona w ilości pontonów wynosi $2n+1$ (pontonów).

Relacje (4.6) pozwalają wyznaczyć zanurzenia środkowych przegubów z_0 i końcowych z_n , jeśli znamy ilość pontonów w zwarcu. Nie mamy przy tym żadnej gwarancji, że:

- a) wszystkie pontony wewnątrz strefy są zwarte ($m_i > 0$ dla $i < n$),
- b) nie występuje zwarcie na styku strefy zwarcia i rozzwarcia.

Warunki powyższe można sprowadzić do następujących żądań:

- a) $m_{n-1} > 0$ — wobec monotoniczności funkcji m_i (4.3),
- b) $\varphi_n < f$ — gdzie φ_n jest kątem załamania pomiędzy pontonami na styku strefy zwarcia i rozzwarcia.

Nie spełnienie warunku (a) oznacza odłączenie się ostatniego pontonu od strefy zwarcia, zaś w przypadku (b) — dołączenie się następnego do strefy zwarcia.

Kąt załamania φ_n wynosi: $\varphi_n = (-z_{n-1} + 2z_n - z_{n+1}) \cdot \frac{1}{l}$. Podstawiając z_{n-1} ze strefy zwarcia (4.2) i z_{n+1} ze strefy rozzwarcia: $z_{n+1} = z_n \cdot r$, gdzie r zgodnie z formułami w [2]:

$$r = -\frac{\sqrt{3} - \sqrt{\alpha}}{\sqrt{3} + \sqrt{\alpha}}, \text{ otrzymamy:}$$

$$\varphi_n = \frac{z_n}{l}(1-r) - fn. \quad (4.7)$$

Warunki (a) i (b) prowadzą w rezultacie do następującego ograniczenia na ugięcia końca strefy zwarcia:

$$-\frac{\sqrt{3} - \sqrt{\alpha}}{2\sqrt{3}} fln < z_n < \frac{\sqrt{3} + \sqrt{\alpha}}{2\sqrt{3}} fl(n+1), \quad (4.8)$$

lub w powiązaniu z siłą P :

$$P_{n, \min} < P < P_{n, \max},$$

gdzie:

$$\frac{P_{n, \min}}{kfl} = \frac{P_{n, \text{zer}}}{kfl} - [\sqrt{3}(2n+1) + \sqrt{\alpha}](\sqrt{3} - \sqrt{\alpha})2n, \quad (4.9)$$

$$\frac{P_{n, \max}}{kfl} = \frac{P_{n, \text{zer}}}{kfl} + [\sqrt{3}(2n+1) + \sqrt{\alpha}](\sqrt{3} - \sqrt{\alpha})2(n+1),$$

$$P_{n, \text{zer}} = 4n(n+1)(2n+1)kfl. \quad (4.10)$$

$P_{n, \text{zer}}$ jest siłą, przy której następuje „izolacja” strefy zwarcia ($z_n = 0$). Wówczas siła wzajemnego oddziaływania między strefami jest równa zero, a most poza strefą zwarcia

jest płaski. Obliczając $P_{n, \min}$ i $P_{n, \max}$ dla każdego n znajdziemy przedziały, w jakich musi się znaleźć siła P , aby możliwe było zwarcie n pontonów w prawej części strefy zwarcia, albo $2n+1$ pontonów w całej strefie.

W tabelicy 1 przedstawiono bezwymiarowe wartości tych sił dla $\alpha = 0.91$.

Tabela 1

n	$\frac{P_{n, \min}}{kfl}$	$\frac{P_{n, \text{zer}}}{kfl}$	$\frac{P_{n, \max}}{kfl}$
1	14.43	24	90.07
2	90.07	120	274.94
3	274.94	336	617.02
4	617.02	720	1164.3
5	1164.3	1320	1964.8
6	1964.8	2184	3066.6
...

Wnioski do tabelicy 1

1. Zwarcie punktowe $n = 1$ może zajść dla siły $P_{1, \min} = 14.43 kfl$.
2. Przedziały $(P_{n, \min}, P_{n, \max})$ wypełniają całkowicie oś P tzn. $P_{n, \max} = P_{n-1, \min}$.
3. Przy zadanej sile P można natychmiast określić liczbę n pontonów w zwarciu na podstawie tabl. 1.

4.2. Siła skupiona w środkowym przegubie mostu Jeżeli siła P działa w przegubie o nr. 0 ($l_1 = l$, $l_2 = 0$), wówczas nie istnieje ponton środkowy określający położenie prawej połowy strefy zwarcia z dokładnością do A i B (patrz rys. 1). Rozwiązania będą jednak nadal symetryczne i takie, że $z_{-1} = z_1$, (przegub o nr. $\bar{0}$ nie istnieje). Na podstawie (3.4) otrzymamy w tym przypadku $B = 0$, stąd:

$$z_j = z_0 - \frac{fl}{2} j^2. \quad (4.11)$$

Siła P działająca w przegubie 0 musi się rozdzielić po połowie na obie części strefy zwarcia, stąd:

$$p_0 = \frac{P}{2}, \quad (4.12)$$

(równania 2.3 są w tym przypadku nieprzydatne).

Podstawienie (4.11) i (4.12) do relacji z rozdziału 3.2 prowadzi do następujących wzorów na moment gnący w strefie zwarcia:

$$m_j = m_0 - p_0 lj + \left[6klz_0 + \frac{kfl^2}{2} (2 - \alpha) \right] j^2 - \frac{kfl^2}{2} j^4, \quad (4.13)$$

gdzie:

$$m_0 = p_0 l(n-1) + 2\sqrt{3} \sqrt{\alpha} klz_n - 6klz_0 n(n-2) + \frac{kfl^2}{2} [n(n-2)(n-1)^2 - (3 + \alpha)n^2]. \quad (4.14)$$

Warunek zerowania się momentu na końcu strefy zwarcia $m_n = 0$ ma postać:

$$-p_0 l + 2\sqrt{3} \sqrt{\alpha} k l z_n + 12k l z_0 n - k f l^2 (2n^2 + 1)n = 0 \quad (4.15)$$

i prowadzi do wyznaczenia z_n lub z_0 :

$$z_n = \frac{\frac{P}{2k} - n(4n^2 - 1)fl}{12n + 2\sqrt{3} \sqrt{\alpha}}, \quad (4.16)$$

$$z_0 = z_n + \frac{fl}{2} n^2,$$

gdzie:

n — jest liczbą pontonów zwartych po prawej stronie obciążenia P , a długość strefy zwarcia wynosi $2n$ pontonów.

Przeprowadzając podobną analizę zwarcia w przedostatnim i ostatnim przegubie, jak w p. 4.1 pracy otrzymamy odpowiednik relacji (4.8):

$$-\frac{\sqrt{3} - \sqrt{\alpha}}{4\sqrt{3}} (2n-1)fl < z_n < \frac{\sqrt{3} + \sqrt{\alpha}}{4\sqrt{3}} (2n+1)fl, \quad (4.17)$$

lub wprowadzając siłę $P_{n,min}$ odpowiadającą odłączeniu się ostatniego pontonu i $P_{n,max}$ — odpowiadającą dołączeniu się następnego pontonu do strefy zwarcia, otrzymamy:

$$P_{n,min} < P < P_{n,max},$$

gdzie:

$$\frac{P_{n,min}}{kfl} = \frac{P_{n,zer}}{kfl} - (\sqrt{3} - \sqrt{\alpha}) (2\sqrt{3}n + \sqrt{\alpha}) (2n-1), \quad (4.18)$$

$$\frac{P_{n,max}}{kfl} = \frac{P_{n,zer}}{kfl} + (\sqrt{3} + \sqrt{\alpha}) (2\sqrt{3}n + \sqrt{\alpha}) (2n+1).$$

$$P_{n,zer} = 2n(4n^2 - 1)kfl \quad (4.19)$$

$P_{n,zer}$ zgodnie z (4.16), odpowiada $z_n = 0$ i jak poprzednio dotyczy izolacji strefy zwarcia od reszty mostu. Wartości tych sił dla $\alpha = 0.91$ przedstawiono w tabl. 2.

Tablica 2

n	$\frac{P_{n,min}}{kfl}$	$\frac{P_{n,zer}}{kfl}$	$\frac{P_{n,max}}{kfl}$
1	2.565	6	41.6
2	41.6	60	165.8
3	156.8	210	423.2
4	423.2	504	862
5	862	990	1530
6	1530	1716	2475
7	2475	2730	3445
...

4.3. Dyskusja wyników. Powyższe dwa przypadki obciążenia siłą skupioną obejmują również te obciążenia lokalne mostu, których wypadkowa skupiona jest bądź w środku pontonu, bądź w przegubie. Ponieważ praktyczne przypadki obciążenia nie przekraczają długości dwóch sąsiednich pontonów, więc wyprowadzone tu formuły mogą służyć do obliczeń zanurzeń mostu i rozkładów sił wewnętrznych w strefie zwarcia w tych dwóch charakterystycznych położeniach obciążenia mostu. Jedynie moment gnący bezpośrednio pod obciążeniem będzie zależał od rozkładu tego obciążenia.

Jeżeli obciążenie będzie się poruszać po moście, to pomijając efekty dynamiczne, będziemy mieli na przemian do czynienia z obu przypadkami opisanymi w p. 4.2 i 4.3 pracy. Z analizy wyników zamieszczonych w tabl. 1 i 2 wynika, że przy takiej samej sile, długość strefy zwarcia wyrażona liczbą pontonów w zwarciu jest różna w obu przypadkach. Np. dla $P/kfl = 500$, w chwili, gdy siła znajduje się w środku pontonu, długość strefy zwarcia wynosi 7 pontonów ($2n+1$), zaś w chwili, gdy siła znajduje się nad przegubem, 8 pontonów ($2n$), więc jest dłuższa. Zmiany te będą zachodzić okresowo i oznacza to tylko, że odłączenie się pontonu od strefy zwarcia z tyłu za obciążeniem nie odbywa się w tym samym momencie co przyłączenie następnego przed obciążeniem. Ta oscylacyjna własność dotyczy również zanurzenia strefy zwarcia, (przy dłuższej strefie zanurzenie jest mniejsze); ruchowi postępowemu towarzyszy więc również ruch pionowy całej strefy jako ciała sztywnego. Zjawiska te zaobserwowano przy okazji obliczeń kontrolnych w pracy [3]. Jako ilustrację obu przypadków zwarcia przytoczymy wyniki obliczeń, według wyprowadzonych formuł, mostu pontonowego obciążonego siłą $P = 600$ kN. Wymiary wszystkich pontonów były identyczne:

długość $a = 2.2$ m,

szerokość $b = 6.3$ m,

wysokość $c = 1.0$ m,

luz na zderzakach $d = .01$ m,

odległość przegubów $l = 2.3$ m,

ciężar właściwy wody $\gamma = 9.81$ kN/m³.

Na tej podstawie parametry potrzebne do dalszych obliczeń są następujące:

$$k = \frac{\gamma ab}{12} = 11.33 \text{ kN/m}, \quad \alpha = \left(\frac{a}{l}\right)^2 = .915, \quad fl = \frac{d}{c} l = .023 \text{ m},$$

Tablica 3

$P = 600$ kN		Siła w przegubie	Siła w środku pontonu
liczba pontonów w zwarciu	n	6	6
długość strefy zwarcia	L	27.6 m	29.9 m
zanurzenie pod siłą	z_0	.503 m	.499 m
moment gnący w przegubie 0	m_0	1692.4 kNm	1382.2 *kNm

* w tym przypadku moment m_0 nie występuje bezpośrednio pod siłą, lecz w sąsiednim węźle o nr. 0

$kfl = .2606 \text{ kN}$, $\frac{P}{kfl} = 2302.47$, stąd na podstawie tabl. 1 i 2 można natychmiast określić liczbę n pontonów w zwarciu. Wyniki obliczeń w obu przypadkach obciążenia zestawiono w tabl. 3.

5. Podsumowanie

Formuły wyprowadzone w p. 4 pracy pozwalają zorientować się w rozwiązaniach w strefie zwarcia, a co najważniejsze, obliczyć długość strefy zwarcia, która w przeciwnym przypadku jest niewiadomą przy rozwiązywaniu numerycznym układu (2.1).

Analityczne rozwiązania, choć nie wyczerpujące wszystkich przypadków, umożliwiły porównanie z rozwiązaniami modelu ciągłego [4] i oszacowanie przydatności tego modelu w obliczeniach numerycznych.

Literatura

1. R. BITTNER, *Rachunek operatorów w przestrzeniach liniowych*, PWN, Warszawa 1974.
2. R. PISKORSKI, *Metoda superelementu w statyce układów z więzami jednostronnymi*, Mech. Teoret. i Stos. 1, 1988, s. 191—198.
3. *Obliczenia wytrzymałościowe mostu pontonowego*, Praca zbiorowa, Wyd. wewn. I. O. P. G., Nr. 1901/84, Gdańsk 1984.
4. R. PISKORSKI, *Ocena przydatności modelu ciągłego w statyce mostu pontonowego*, Prace Badawcze I. O. P. G. Nr. 1783/MR-774/84, Gdańsk 1983.

Резюме

ОПЕРАТОРНЫЙ МЕТОД РАСЧЁТА НЕКОТОРОЙ ЦЕПНОЙ СИСТЕМЫ

Решено систему уравнений, описывающих статику понтонного моста в контакте, применяя операторное исчисление к интегрированию разностных уравнений.

Summary

OPERATOR INTEGRATION METHOD OF SOLUTION OF A CATENARY SYSTEM

The system of equations governing the problems of ferry-bridge statics has been solved by means of the operational calculus applied to the integration of difference equations.

Praca wpłynęła do Redakcji dnia 22 grudnia 1986 roku.