

РАСЧЁТ ОСНОВНЫХ АЭРОДИНАМИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК САМОЛЁТА

Зденек Шкода,
Вратислав Прейзек

*Авиационный исследовательский и испытательный институт,
Прага, Чехословакия*

1. Введение

В статье коротко описывается метод расчета основных аэродинамических характеристик самолета, как одного тела. Метод был разработан в линейной области для докритических чисел M и позволяет получить два раза 25 величин производных аэродинамических коэффициентов, но этот метод можно использовать и для других вычислений. Кроме того, в статье даются результаты расчетов и сравнение с экспериментальными данными.

2. Постановка задачи

Целью разработки этого метода было получить информации об основных аэродинамических характеристиках самолета для расчета его летных данных и характеристик устойчивости и управляемости на первых этапах его разработки. Для этого нужно было разработать такой расчетный метод, который бы давал надежные результаты для самолетов разных конфигураций в целом без применения коэффициентов интерференции и без ввода предположений о нагрузках.

Общее решение проблемы обтекания тела является очень сложным и по существу не выполнимым при помощи существующей вычислительной техники для большинства случаев, имеющих в технике значение. Поэтому было необходимо выбрать упрощенную модель, какая указывается, например, в [1], но которая обеспечивает достаточную точность при приемлемом значении машинного времени.

Метод расчета обтекания самолета был разработан для идеального газа и для линейной области обтекания. Исходя из основных физических законов и уравнения о состоянии газа получается общее описание явления — система дифференциальных уравнений в частных производных для скоростей, давлений, плотности и энтропии.

Несмотря на большую разновидность назначения и конструкционного выполнения, летающие тела имеют одну общую черту, т.е. малую величину отношения толщины в плоскости перпендикулярной к продольной оси и длины по ее направ-

лению. Такое отношение действительно не только для несущих поверхностей, но и для большинства остальных частей самолета, т.е. для фюзеляжей, мотогондол, подвесных баков и т.д. Следовательно, летающие тела можно считать тонкими телами и при предположении решения проблемы в линейной области можно применить метод малых возмущений для основных летных режимов. Уравнения движения идеального газа в координатной системе, связанной с таким телом, имеют следующий вид, как выводится в [2]:

$$\Delta p - \frac{1}{a^2} \left(\frac{\partial}{\partial t} - U_0 \frac{\partial}{\partial x} \right)^2 p = 0$$

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} - U_0 \frac{\partial}{\partial x} \right) \vec{V} = -\frac{1}{\rho_0} \text{grad} p$$
(2.1)

где приняты обозначения: p ... статическое давление, a ... скорость звука невозмущенного течения, U_0 ... скорость начала координатной системы, \vec{V} ... вектор абсолютной (возмущенной) скорости газа, ρ_0 ... плотность невозмущенного течения, Δ ... оператор Лапласа. В расчетах предполагается безотрывное обтекание тел. Поэтому в каждой точке поверхности тела нормальная слагаемая относительной скорости равна нулю.

$$V_{r_n} = 0$$
(2.2)

Для абсолютной скорости течения газа действует

$$\vec{V} = \vec{U} + \vec{V}_r$$
(2.3)

где \vec{U} представляет переносную скорость и \vec{V}_r относительную скорость. Переносная скорость точки тела определяется соотношением:

$$\vec{U} = \vec{U}_0 + \vec{\Omega} \times \vec{r}$$
(2.4)

где \vec{U}_0 ... означает скорость начала связанной системы координат, $\vec{\Omega}$... вектор угловой скорости и \vec{r} ... плечо в этой точке. Нормальную скорость на поверхности можно понимать как сумму шести слагаемых. В связи с тем, что дифференциальные уравнения (2.1) являются линейными, то решение можно получить сложением решений для отдельных слагаемых.

$$v_n = v_{n_0} + v_{n_\alpha} + v_{n_\beta} + v_{n_{\Omega_x}} + v_{n_{\Omega_y}} + v_{n_{\Omega_z}}$$
(2.5)

Метод малых возмущений предполагает, что изменения относительно некоторого основного состояния являются малыми. Малые изменения абсолютной скорости газа вызывают не только малые изменения углов атаки α , скольжения β или угловой скорости $\vec{\Omega}$, но и малые геометрические изменения основной формы, которая дает $\vec{V} = 0$ для $(\alpha, \beta, \vec{\Omega}) = 0$ при $\vec{U}_0 \neq 0$. Из соотношений (2.2) — (2.4) и уравнения внешней нормали к поверхности следует, что это получается при $\cos(n, x) = 0$. Основная форма может быть следовательно создана системой бесконечно тонких поверхностей параллельных с продольной осью x . Толщины сечений тела в плоскостях перпендикулярных к плоскости этой системы и параллельных с продольной осью и отклонения органов управления потом считаются малыми возму-

щениями основной формы. Также, как и у тонкого профиля, краевое условие разделится на симметричную и антисимметричную часть.

Исходя из антисимметричной части краевых условий — изменений под действием кинематических параметров — можно получить величины производных аэродинамических коэффициентов. Следовательно, здесь решается случай, когда деформации обеих сторон основной формы одинаковые. Следующие результаты получаются путем применения теоремы об обратном течении. Таким образом можно, например, получить величины коэффициентов при нулевом угле атаки или скольжения и коэффициенты, зависящие от отклонений органов управления [4]. В случае использования симметричной части краевого условия — влияние формы самолета, т.е. разных деформаций обеих сторон основной формы — решение производится по методу описанном в [2]. Этот случай в статье не решается. При учете только кинематических параметров соотношение (2.5) переходит в форму:

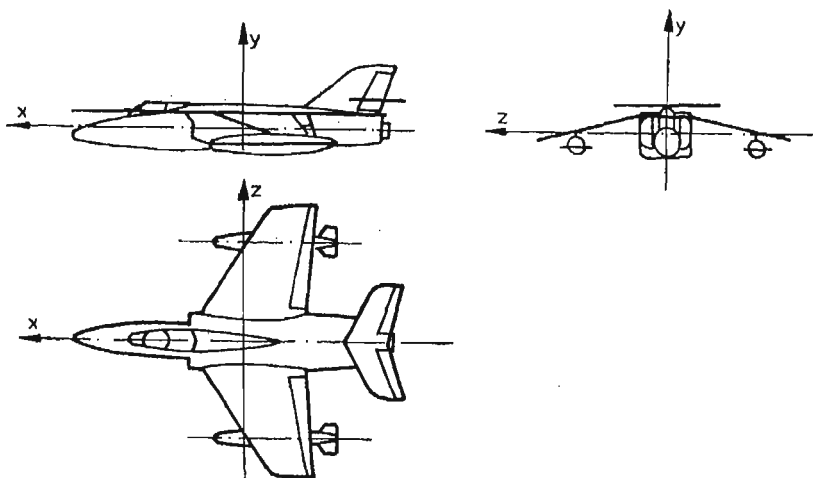
$$v_n = v_{n\alpha} + v_{n\beta} + v_{n\Omega_x} + v_{n\Omega_y} + v_{n\Omega_z} \quad (2.6)$$

Этот метод позволяет также получить коэффициенты индуктивного сопротивления.

3. Основные формы

В этой части приводятся три типа основных форм, сконструированных на основе подхода, указанного в предыдущей части. Основная форма выбирается так, чтобы лучше всего учитывалось влияние параметра, функцией которого является слагаемое в первой части уравнения (2.6). Основные формы выполнены жирными линиями.

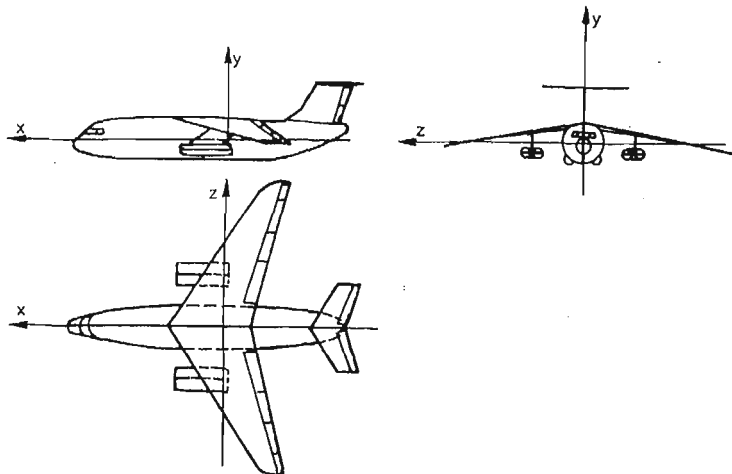
Пример основной формы для вращения относительно оси z и поступательного перемещения по направлению оси y , которая определяется параметрами Ω_z и α , приводится на фиг. 1.



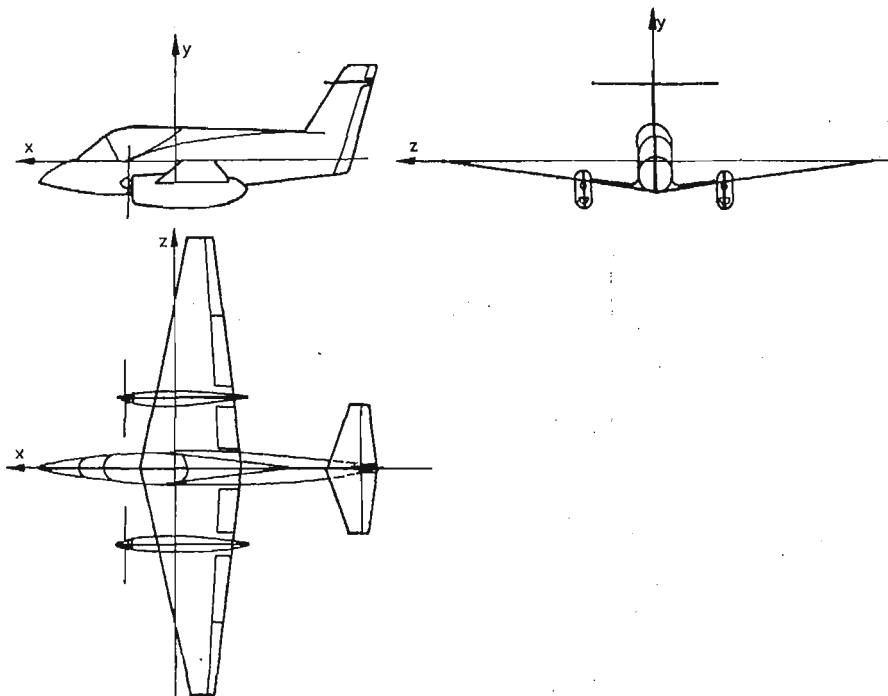
Фиг. 1

Примеры основных форм вращения относительно оси y и поступательного перемещения по направлению оси z , определяемые параметрами Ω и β , показаны на фигурах 2 и 3.

Сравнение обеих фигур показывает связь между действительной формой частей самолета и изображением решающих влияний основными формами.

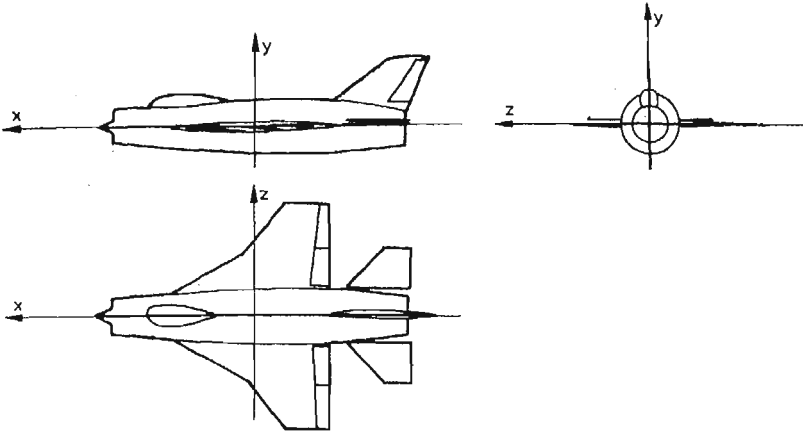


Фиг. 2

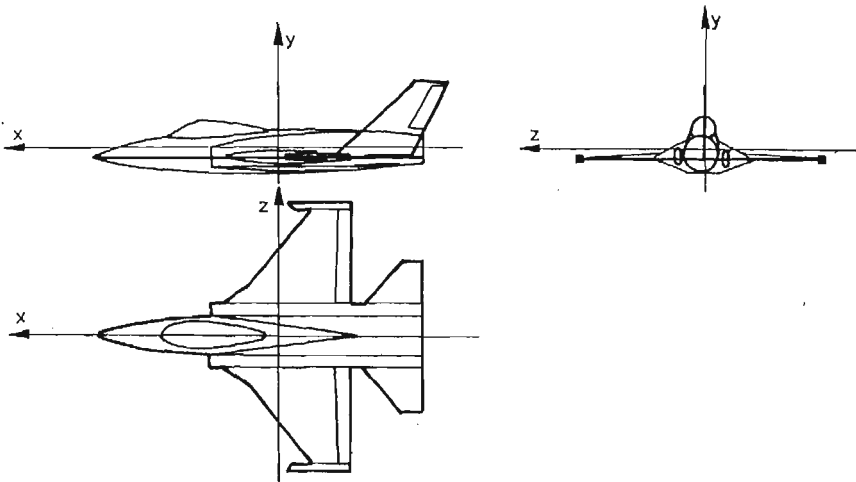


Фиг. 3

На фигурах 4 и 5 приведены примеры выбора основной формы для вращения относительно продольной оси, т.е. для движения характеризованного параметром Ω_x . Подробный анализ выбора основных форм и общие рекомендации приведены в [3].



Фиг. 4



Фиг. 5

4. Решение в безразмерной форме

В дальнейшем тексте вместо действительных физических величин применяются величины безразмерные при сохранении одинаковых обозначений.

Поэтому можно записать

$$\begin{aligned} \vec{v} \rightarrow \frac{\vec{V}}{U_0}, \quad p \rightarrow \frac{p}{\rho_0 U_0^2}, \quad x \rightarrow \frac{x}{b}, \quad y \rightarrow \frac{y}{b} \\ z \rightarrow \frac{z}{b}, \quad b \rightarrow \frac{b}{b}, \quad t \rightarrow \frac{t \cdot b}{U_0} \end{aligned} \quad (4.1)$$

где b представляет характеристический размер.

Система уравнений движения (2.1) принимает следующий вид:

$$\Delta p - M^2 \left(\frac{\partial}{\partial t} - \frac{\partial}{\partial x} \right)^2 p = 0$$

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} - \frac{\partial}{\partial x} \right) \vec{V} = -\text{grad} p \quad (4.2)$$

где M представляет число Маха.

При помощи соотношений между трансформацией Лоренца и Галилея в связанной системе координат потом получают соотношения между исходными переменными в системе (4.2) и новыми переменными x' , t' , где t' уже не является физическим временем. Эти соотношения следующие:

$$x = \gamma x', \quad t = \frac{t'}{\gamma} + \frac{M^2}{\gamma} x', \quad \gamma = \sqrt{1 - M^2} \quad (4.3)$$

Постепенными операциями с использованием нормальной слагаемой скорости из второго уравнения (4.2) получается результирующая система с новыми переменными в следующем виде:

$$\Delta' p - M^2 \frac{\partial^2 p}{\partial t'^2} = 0$$

$$\left(\frac{\partial}{\partial t'} - \frac{\partial}{\partial x'} \right) v_n = -\frac{\partial p}{\partial n} \quad (4.4)$$

где значит

$$\Delta' = \frac{\partial^2}{\partial x'^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \quad (4.5)$$

Движения, предназначенные для расчета летных характеристик, можно на практике считать медленными. Учитывая гармоническую зависимость от времени, более подходящим является представление зависимости аэродинамических коэффициентов от кинематических параметров. Поэтому можно записать:

$$q_i = q_{0i} \cos kt \quad \dot{q}_i = -k q_{0i} \sin kt$$

$$q_i, \dot{q}_i = \alpha, \alpha', \beta, \beta', \Omega_x, \Omega_x', \Omega_y, \Omega_y', \Omega_z, \Omega_z' \quad (4.6)$$

где k является приведенной частотой и q_{0i} амплитудой. Каждый аэродинамический коэффициент можно представить при помощи производных. В случае применения метода малых возмущений, это можно сделать при помощи ряда Тейлора. Метод занимается преимущественно производными первого порядка, т.к. во многих практических случаях можно ограничиться анализом линейных зависимостей q_i и \dot{q}_i и величинами более высокого порядка пренебрегать. В теоретических анализах на основе линейных методов при гармонических зависимостях от времени такое выражение коэффициента является точным.

Выпустив абсолютный член, можно записать:

$$c = \sum_i (c^{q_i} q_i + c^{\dot{q}_i} \dot{q}_i)$$

$$p = \sum_i (p^{q_i} q_i + p^{q_i} q_i) \quad (4.7)$$

$$\vec{v} = \sum_i (\vec{v}^{q_i} q_i + \vec{v}^{q_i} q_i)$$

Абсолютный член c_0 можно определить на основе теоремы об обратном течении [4].

Потом последние два уравнения из соотношений (4.7) необходимо преобразовать при помощи новых кинематических параметров Q_i, Q_i , которые являются функциями x', t' , введенными в (4.3). Постепенными преобразованиями и подстановкой в (4.4), предполагая опять $k \rightarrow 0$, получим новую систему в следующем виде:

$$\Delta' p^{Q_i} = 0 \quad \Delta' p^{Q_i} = 0$$

$$\frac{\partial v_n^{Q_i}}{\partial x'} = \frac{\partial p^{Q_i}}{\partial n} \quad \frac{\partial v_n^{Q_i}}{\partial x'} = \frac{\partial p^{Q_i}}{\partial n} + v_n^{Q_i} \quad (4.8)$$

Аналогичным путем получим краевые условия для системы (4.8) в виде:

$$v_n^{Q_i} = v_n^{q_i} \quad v_n^{Q_i} = M^2 x' v_n^{q_i} \quad (4.9)$$

В связи с тем, что предполагается решение для тонкого тела по методу малых возмущений, которое моделируется системой бесконечно тонких поверхностей параллельных продольной оси (основной формой) с разрывом давлений при переходе из одной стороны на другую, для решения системы (4.8) можно использовать соотношения для двойного слоя.

5. Решение математической задачи для медленных колебаний при помощи соотношений для двойного слоя

Для аэродинамических производных давления p^{Q_i}, Q_i можно при помощи соотношений для двойного слоя [5] записать:

$$p_{(N)}^{Q_i, Q_i} = \frac{1}{4\pi} \int \int_S c_{p(N_0)}^{Q_i, Q_i} \frac{\partial}{\partial n_{N_0}} \left(\frac{1}{R} \right) dS \quad (5.1)$$

$$c_{p(N_0)}^{Q_i, Q_i} = \frac{p_{(N_0)_+}^{Q_i, Q_i} - p_{(N_0)_-}^{Q_i, Q_i}}{R} \quad (5.2)$$

$$R = \sqrt{(x' - x'_0)^2 + (y - y_0)^2 + (z - z_0)^2}$$

где N, N_0 обозначают точки с координатами $(x', y, z), (x'_0, y_0, z_0)$ и $c_p^{Q_i, Q_i}$ разрыв производных на основной форме в точке N_0 . Используя соотношения (5.1), (5.2) и (4.9) можно последние два уравнения из (4.8) постепенно преобразить, предполагая $v_{n(N)}^{Q_i, Q_i} = 0$ для $x' \rightarrow \infty$

к виду:

$$\int_{x'}^{\infty} dx' \left\{ \frac{\partial}{\partial n_N} \int \int_S c_{p(N_0)}^{Q_i, Q_i} \frac{\partial}{\partial n_{N_0}} \left(\frac{1}{R} \right) dS_{N_0} \right\} = -4\pi v_{n(N)}^{Q_i, Q_i} \quad (5.3)$$

$$\int_{x'}^{\infty} dx' \left\{ \frac{\partial}{\partial n_N} \int \int_S m_{p(N_0)}^{Q_i, Q_i} \frac{\partial}{\partial n_{N_0}} \left(\frac{1}{R} \right) dS_{N_0} \right\} = -4\pi (v_{n(N)}^{Q_i, Q_i} - x' v_{n(N)}^{Q_i, Q_i}) - \frac{\partial}{\partial n_N} \int \int_S c_{p(N_0)}^{Q_i, Q_i} \frac{\partial R}{\partial n_{N_0}} dS_{N_0}$$

$$m_{p(N_0)}^{Q_i, Q_i} = c_{p(N_0)}^{Q_i, Q_i} - x'_0 c_{p(N_0)}^{Q_i, Q_i}$$

Соотношение (5.3) потом решается по методу дискретных сил, который описан в [2]. Постепенно можно получить формулы для вычисления следующих производных:

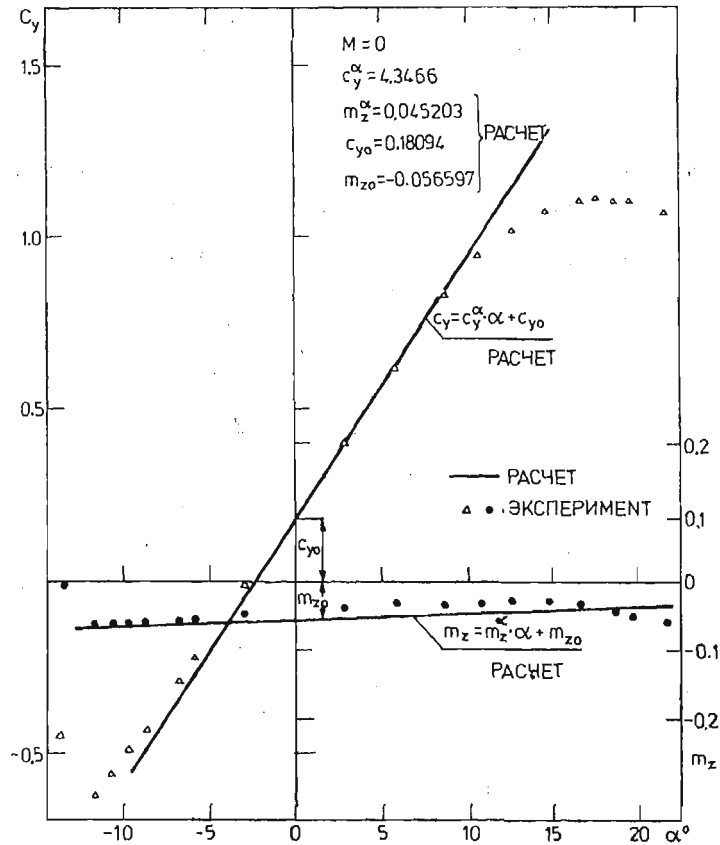
$$\begin{aligned} c_y^{q_i, q_i}, c_z^{q_i, q_i}, m_x^{q_i, q_i}, m_y^{q_i, q_i}, m_z^{q_i, q_i} \\ q_i, q_i = \alpha, \alpha', \beta, \beta', \Omega_x, \Omega_x', \Omega_y, \Omega_y', \Omega_z, \Omega_{zz}' \end{aligned} \quad (5.4)$$

Следовательно, этот метод позволяет вычислить два раза 25 величин производных аэродинамических коэффициентов для докритических чисел M на основе представления, что основное прямолинейное движение является суперпозированными медленными гармоническими колебаниями.

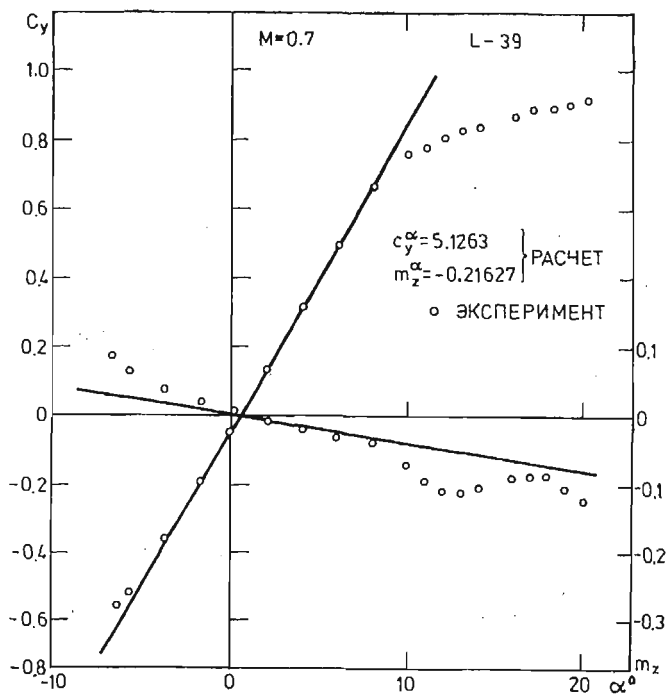
Программа для вычисления составлена на языке Фортран IV для ЭВМ ЕС 1040. При использовании системы 100 уравнений продолжительность расчета приблизительно 10 минут и для 200 уравнений 35 минут.

6. Примеры расчетов

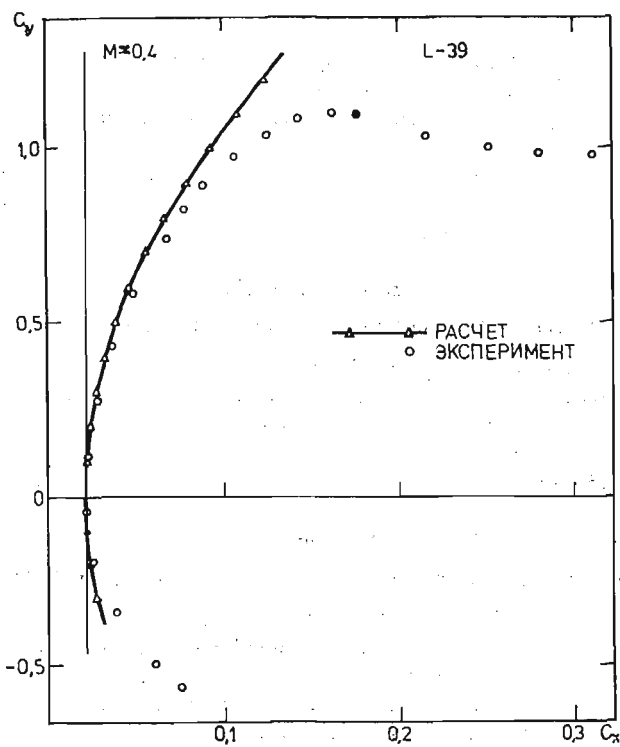
На фиг. 6 указывается пример вычисления величин производных и коэффициентов при нулевом угле атаки для продольного движения прямоугольного крыла с удлинением 6.



Фиг. 6



Фиг. 7

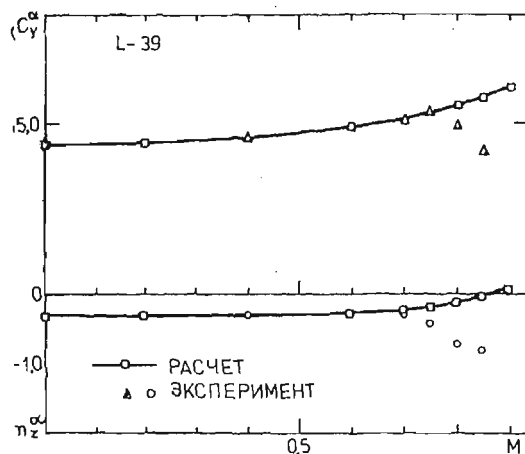


Фиг. 8

На фиг. 7 показан результат вычисления производных продольного движения самолета Л 39 для числа $M = 0,7$.

На фиг. 8 показан пример вычисления индуктивного сопротивления самолета Л 39 для $M = 0,4$.

На фиг. 9 приводится результат расчета зависимости производных аэродинамических коэффициентов продольного движения самолета Л 39 от числа Маха.



Фиг. 9

Литература

1. С. М. Белоцерковский, В. К. Скрипач, *Аэродинамические производные летательного аппарата и крыла при дозвуковых скоростях*, Москва 1975.
2. Э. Шкода, *Интеракция системы несущих поверхностей в идеальном газе*. Докторская работа, Прага 1979.
3. В. Прейзек, *Расчет основных аэродинамических характеристик самолета*. Отчет АИИИ, V-1457/82
4. В. Прейзек, *Использование теоремы об обратном течении*. Отчет АИИИ, V-1408/80
5. Н. В. Кочин, *Векторное исчисление и начала тензорного исчисления*, Москва 1951.

Streszczenie

OBLICZENIE PODSTAWOWYCH CHARAKTERYSTYK AERODYNAMICZNYCH SAMOLOTU.

W pracy przedstawiono krótko metodę obliczeń podstawowych charakterystyk aerodynamicznych samolotu traktowanego jako jedno ciało. Metoda została opracowana dla liniowego zakresu charakterystyk i dokrytycznych liczb Macha. Umożliwia wyznaczenie dwa razy po 25 pochodnych charakterystyk aerodynamicznych. Metoda może być wykorzystana również dla innych obliczeń. W pracy podano wyniki przykładowych obliczeń i przeprowadzono porównanie z danymi eksperymentalnymi.

Summary

COMPUTATION OF AN AEROPLANE FUNDAMENTAL AERODYNAMIC CHARACTERISTICS

A computation method has been presented for an aeroplane aerodynamic characteristics in the case when the aeroplane is treated as a whole body. The method has been worked out for a linear region of characteristics and subcritical Mach numbers. It enables to determine two times 25 derivatives of the aerodynamic characteristics. The method can be used in other computations as well. Example results and the comparison with experimental data have been given.

Praca wpłynęła do Redakcji dnia 18 marca 1986 roku.