

ANALIZA NIESTACJONARNYCH ODKSZTAŁCEŃ I NAPRĘŻEŃ TERMOSPĘŻYSTYCH W WALE Z ODSADZANIEM

ZBIGNIEW ORŁOŚ

Wojskowa Akademia Techniczna

WALDEMAR CUDNY

Instytut Podstawowych Problemów Techniki, Warszawa

KAZIMIERZ TOMASZEWSKI

Wojskowa Akademia Techniczna

W pracy przedstawiono badania odkształceń i naprężeń termosprężystych w wale z odsadzeniem. Wykonany z żywicy epoksydowej, model wału obciążono cieplnie przez zanurzenie w naczyniu z gorącym, krążącym w obiegu zamkniętym, olejem. Temperatury mierzono za pomocą termoelementów umieszczonych na powierzchni i wewnątrz modelu. Przy użyciu tensometrów o krótkich długościach pomiarowych wyznaczono odkształcenia termosprężyste. Wyniki badań doświadczalnych porównano z wynikami uzyskanymi w obliczeniach numerycznych metodą elementów skończonych.

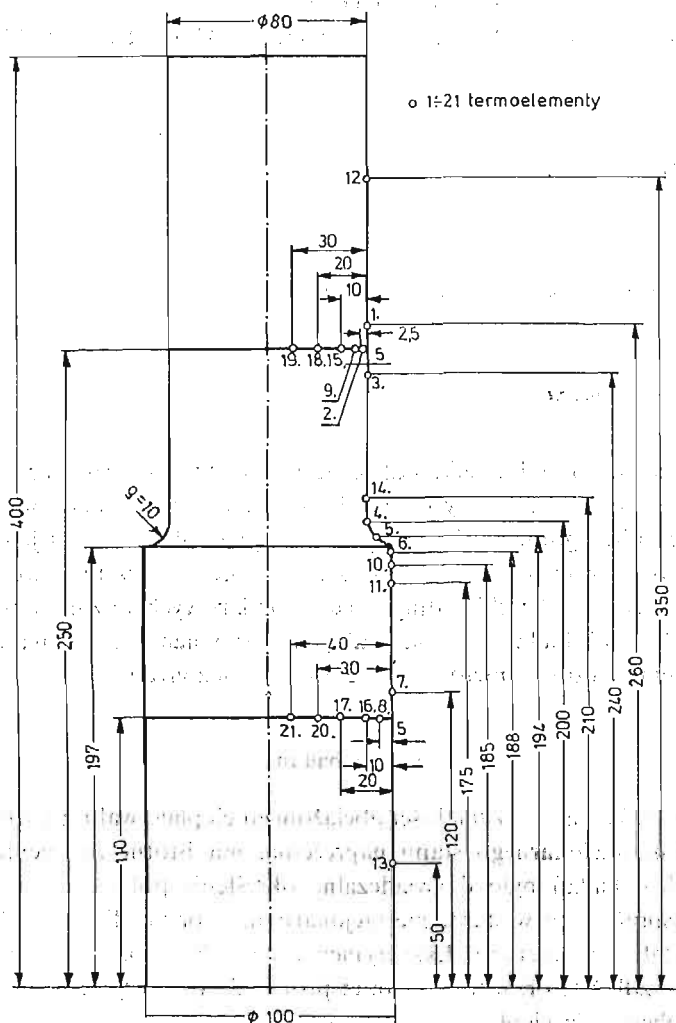
1. Cel badań

Zagadnienie określania wytrzymałości obciążonego cieplnie wału z karbem, a w szczególności analiza niestacjonarnego stanu naprężenia, ma istotne znaczenie dla praktyki inżynierskiej. Celem badań było doświadczalne określenie pól temperatur, odkształceń i naprężeń termosprężystych w stanie niestacjonarnym w przypadku obciążenia cieplnego modelu cieczą o stałej temperaturze. Eksperymentalnie badano rozkład temperatur w stanie niestacjonarnym wzdłuż tworzącej wału oraz promieni. Pomiarów temperatur umożliwiły nie tylko ocenę obciążenia cieplnego, ale również wyznaczenie współczynników przejmowania ciepła w warunkach wymuszonej konwekcji cieplnej. Temperatura cieczy oraz współczynniki przejmowania ciepła stanowiły niezbędne dane do obliczeń numerycznych dla analogicznego zadania.

Ponadto celem pracy było porównanie wyników tensometrycznych badań odkształceń i naprężeń termosprężystych z obliczeniami uzyskanymi metodą elementów skończonych (MES). Niektóre zagadnienia doświadczalnej i teoretycznej analizy naprężeń termosprężystych były przedstawione między innymi w pracach [1] i [2].

2. Model fizyczny

Badany model był wykonany z kompozycji żywicy epoksydowej CT200 (100 cz.w.) z utwardzaczem HT907 (60 cz.w.) o własnościach opisanych w [3]. Model składał się z trzech części. Dwie z nich, skrajne, stanowiły walce o średnicach 100 i 80 mm. Trzecia część — środkowa zawierała badany fragment wału z odsadzeniem w kształcie przejścia



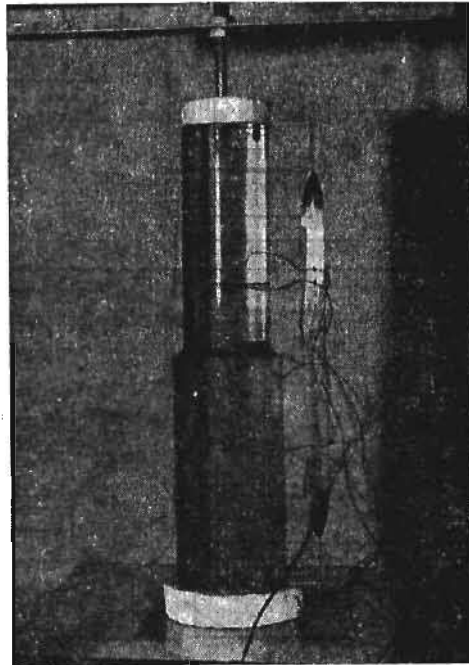
Rys. 1. Rozmieszczenie termoelementów na modelu wału z odsadzeniem.

łukiem kołowym o promieniu $\rho = 10$ mm z jednej średnicy wału na drugą. Rozmiary modelu oraz położenie punktów pomiaru temperatury przedstawiono na rys. 1. W trakcie wykonywania modelu na powierzchniach czołowych części środkowej umieszczono po 5 sztuk miniaturowych termoelementów Cu-K wzdłuż promienia wału. Przewody termoelementów prowadzono wzdłuż izoterm, które w przypadku osiowej symetrii znajdują

się na okręgach określonych promieniem $r = \text{const}$. Dla danej odległości r przewody termoelementów poprowadzono na połowie długości obwodu okręgu o promieniu r . W ten sam sposób zainstalowano termoelementy na powierzchni zewnętrznej modelu (rys. 2).

Po umieszczeniu termoelementów w płaszczyznach rozdzielających części środkową od pozostałych, wszystkie części modelu zostały sklejone za pomocą żywicy epoksydowej.

Na modelu, w obszarze karbu nakleiono 8 tensometrów elektrozestancyjnych FK1,2/120 podzielonych na dwie grupy. Pierwsza zawierała 6 tensometrów do pomiaru w trzech punktach odkształceń ε_s i ε_t — wzdłuż tworzącej i w kierunku obwodowym.



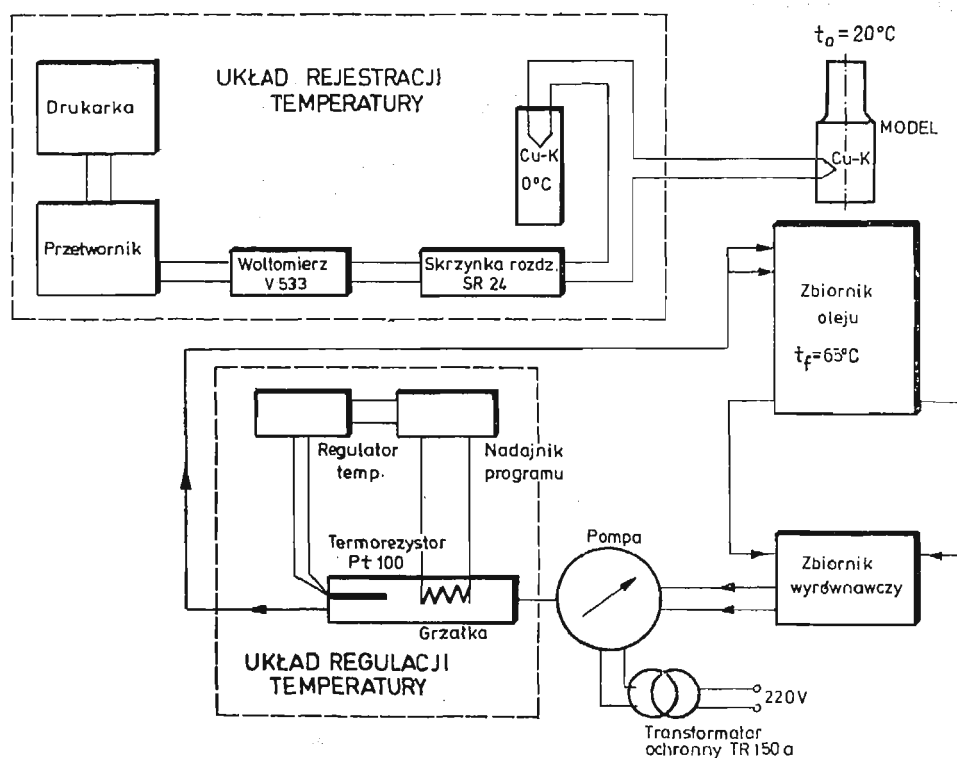
Rys. 2. Model wału z odsadzeniem.

Punkty pomiarowe oznaczono symbolami P_1 , P_2 i P_3 (por. rys. 6). Tensometry umieszczone były w zakresie wartości kąta γ od 9 do 36° liczonego od przejścia z średnicy wału $\varnothing 80$ mm w odsadzenie kołowe. Tensometry były przesunięte względem siebie na obwodzie aby nie wpływały na rozkład temperatury w badanym obszarze karbu. Dwa pozostałe tensometry umieszczono symetrycznie względem osi modelu na wysokości tensometrów środkowych pierwszej grupy. Użyte w badaniach tensometry o bazie 1,2 mm miały wymiary zbliżone do boku elementu skończonego (por. p. 5), w obszarze karbu, przyjętego w metodzie numerycznej.

Użycie niewielkiej liczby punktów pomiarowych w obszarze karbu wynikało z obawy, że umieszczenie większej ilości tensometrów może wprowadzić zakłócenie w rozkładzie temperatury.

3. Stanowisko pomiarowe

Układ obciążenia cieplnego (rys. 3) składał się ze zbiornika cylindrycznego o wysokości 60 cm wypełnionego olejem parafinowym tak, że badany model mógł być całkowicie zanurzony, a warstwa oleju pod i nad modelem wynosiła ~ 8 cm. Zbiornik był zasilany olejem za pomocą wysokowydajnej pompy przez 4 rozmieszczone symetrycznie wloty ze zbiornika



Rys. 3. Schemat stanowiska do obciążenia cieplnego modelu i pomiaru temperatur w modelu wału z odsadzeniem.

grzejnego. Podgrzewanie oleju odbywało się w drugim zbiorniku z grzałkami sterowanymi regulatorem temperatury. Ze zbiornika, w którym znajdował się model, olej odpływał dwoma otworami umieszczonymi przy dnie zbiornika. Obydwa zbiorniki miały izolację cieplną dla zminimalizowania strat ciepła do otoczenia. W zbiorniku z modelem umieszczono na trzech wysokościach termoelementy kontrolujące pionowy rozkład temperatury oleju.

Układ pomiarowy składał się z zestawu do pomiaru temperatury w 24 punktach i pomiaru odkształceń w 8 punktach modelu.

4. Metoda pomiarów

Pomiarów tensometrycznych dokonywano metodą wychyłową przy czym tensometr odniesienia — “kompensacyjny” znajdował się podczas pomiarów w temperaturze t_0 . Wstępnie określono odczyt w chwili początkowej τ_0 i temperaturze t_0 , przed zanurzeniem modelu. Następnie po zanurzeniu, w trakcie obciążenia cieplnego w czasie τ , dokonywano systematycznie odczytów położenia mostka dla każdego z tensometrów, oraz temperatur modelu i płynu. Różnicę wymienionych odczytów określamy umownie jako odkształcenie całkowite ε_c . Odkształcenie to jest sumą rzeczywistego odkształcenia ε modelu w kierunku osi tensometru i odkształcenia pozornego ε' wynikającego z różnicy współczynników rozszerzalności cieplnej modelu i tensometru oraz ze zmiany rezystancji drucika tensometru wywołanego przyrostem temperatury $\Delta t = t - t_0$,

$$\varepsilon_c = \varepsilon + \varepsilon'. \quad (1)$$

Natomiast odkształcenie pozorne ε' można zapisać w postaci [4]:

$$\varepsilon' = \left(\frac{\beta_p}{k} - \beta_m + \beta_r \right) \Delta t, \quad (2)$$

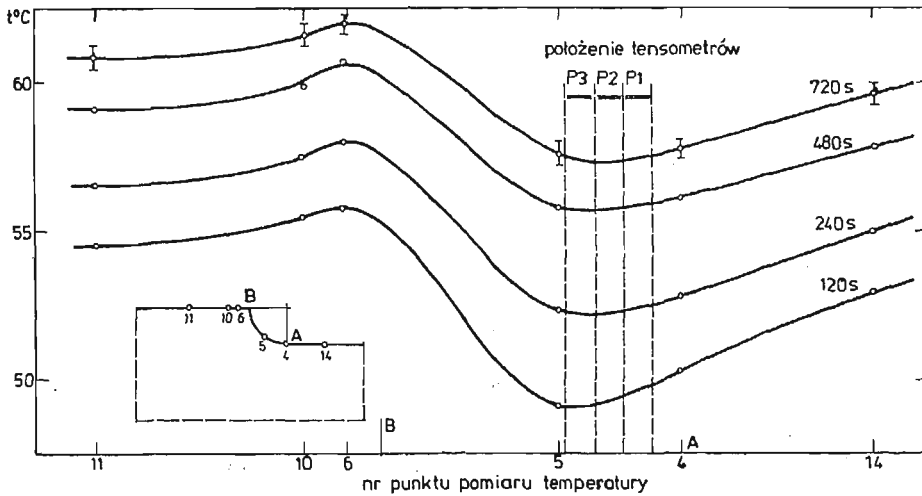
gdzie: β_p — współczynnik zmian rezystancji drucika tensometru z temperaturą.

β_m — współczynnik rozszerzalności cieplnej materiału modelu,

β_r — współczynnik rozszerzalności cieplnej materiału drucika tensometru,

k — stała tensometru.

W celu wyznaczenia odkształceń pozornych w funkcji temperatury $\varepsilon' = \varepsilon'(\Delta t)$ w pierwszej fazie pomiarów badano model przy stacjonarnym obciążeniu cieplnym w temperaturach podwyższonych. Zakładano, że model po osiągnięciu danej temperatury jednakowej we wszystkich jego punktach znajduje się w stanie beznaprężeniowym. A zatem w tym przy-



Rys. 4. Rozkład temperatury wzdłuż tworzącej karbu wału dla czterech chwil czasu obciążenia cieplnego. Odcinek A-B jest rozwinięciem łuku karbu.

padku mierzono tylko odkształcenia pozorne. Zakres temperatur przy wyznaczaniu odkształceń pozornych był zgodny z wartościami określonymi w próbie obciążenia cieplnego w stanie niestacjonarnym.

Tak uzyskane charakterystyki $\varepsilon' = \varepsilon'(\Delta t)$, dla wszystkich tensometrów na modelu, w stanie ustalonym oraz znajomość rozkładu temperatury w modelu w stanie niestacjonarnym umożliwiły wyznaczenie odkształceń pozornych.

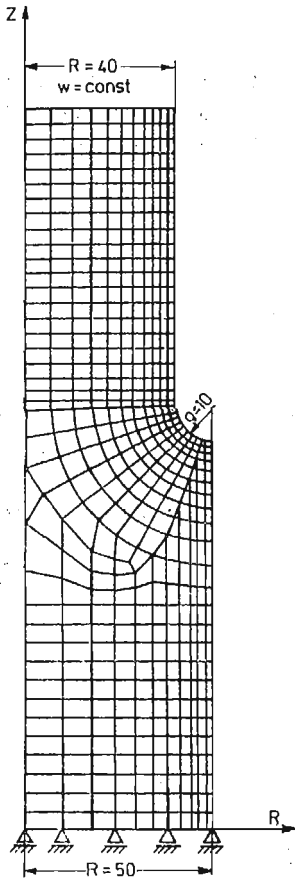
Przykładowo na rys. 4 przedstawiono rozkład temperatury w stanie niestacjonarnym wzdłuż tworzącej zarysu karbu, dla wybranych chwil czasu: 240, 480, i 720s określono temperaturę t oraz jej przyrost Δt przy znanej temperaturze początkowej t_0 w miejscu naklejenia tensometrów. Stąd można było wyznaczyć odkształcenie pozorne $\varepsilon'(\Delta t)$ dla tej chwili czasu i z zależności (1) odkształcenie rzeczywiste. Pomiary odkształceń $\varepsilon_c(\tau; t)$ i temperatury przeprowadzono dla następujących czasów: 30, 60, 120, 240, 480, 720, 960, 1200, 1440, 2400s.

5. Model numeryczny

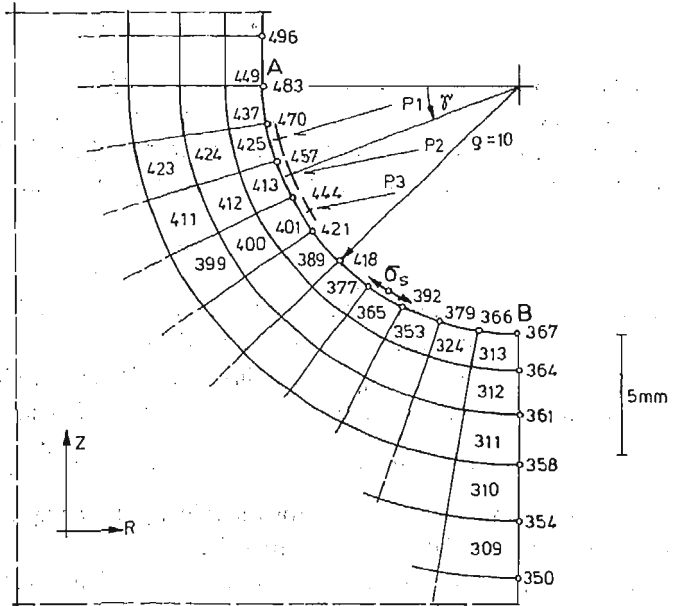
W obliczeniach numerycznych zastosowano metodę elementów skończonych, wykorzystując program KM-WAT (2). Program umożliwia określenie niestacjonarnego pola temperatur i naprężeń termosprężystych. Wartości temperatury obliczane są w węzłach siatki elementów natomiast składowe stanu naprężenia w środkach elementów. Z tego względu dla otrzymania wartości naprężeń na powierzchni modelu zastosowano ekstrapolację (por. p.7). Model obliczeniowy zawierał 690 elementów i 758 węzłów. Na rys. 5 przedstawiono siatkę elementów dla całego modelu obliczeniowego, a na rys. 6 fragment

Tablica 1

Stałe fizyczne	Model epoksydowy w temp. 65°C	Prototyp ze stali stopowej w temp. 500°C
wsp. przewodzenia ciepła [W/mK]	0.25	40
ciepło właściwe c_p [J/kgK]	0.0277	560
gęstość ρ [kg/m ³]	1200	7850
rozszerzalność cieplna β [K ⁻¹]	0.000051	0.000015
wsp. Poissona ν	0.34	0.30
moduł sprężystości podłużnej E [MPa]	3448	167000
wsp. wyrównywania temperatury α [m ² /s]	$0.125 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$	$9.099 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$



Rys. 5. Model numeryczny wału z odsadzeniem.



Rys. 6. Fragment podziału modelu na elementy. Podano numery elementów i węzłów oraz położenie tensometrów P1, P2 i P3.

siatki podziału modelu na elementy w obszarze karbu. Podano numery węzłów i elementów, w których wyniki numeryczne będą poddane szczegółowej analizie. Do obliczeń przyjęto stałe materiałowe tworzywa epoksydowego o wartościach zestawionych w tabelicy 1, w której podano dla porównania odpowiednie charakterystyki materiałowe obiektu rzeczywistego.

W przypadku analizy niestacjonarnego stanu przyjęto współczynnik przejmowania ciepła $\alpha = 100 \frac{W}{m^2 K}$, stały dla całej długości modelu. Przy współczynniku przewodzenia ciepła tworzywa epoksydowego modelu $\lambda = 0.25 \frac{W}{m K}$ dla większego promienia modelu $R = 0.05$ m wartość liczby Biota $Bi = \frac{\alpha \cdot R}{\lambda}$ jest równa 20.

Skrajne płaskie przekroje modelu były izolowane ($\alpha = 0$).

— W obliczeniach stosowano programy systemu WAT-KM [2]. Przyjęto krok czasowy $\Delta\tau = 60$ s i obciążono model płynem o temperaturze $t_f = 65^\circ C$. Temperatura początkowa modelu wynosiła $t_0 = 20^\circ C$.

6. Pola temperatury

Przeprowadzono badania przebiegów niestacjonarnych w dwóch grupach eksperymentów, w czasie których rejestrowano temperatury w przekrojach wału o promieniach $R = 50 \text{ mm}$ i $R = 40 \text{ mm}$ oraz wzdłuż tworzącej modelu. Wyniki porównano wykorzystując bezwymiarowy parametr temperatury α w postaci:

$$\alpha = \frac{t - t_0}{t_f - t_0} \quad (5)$$

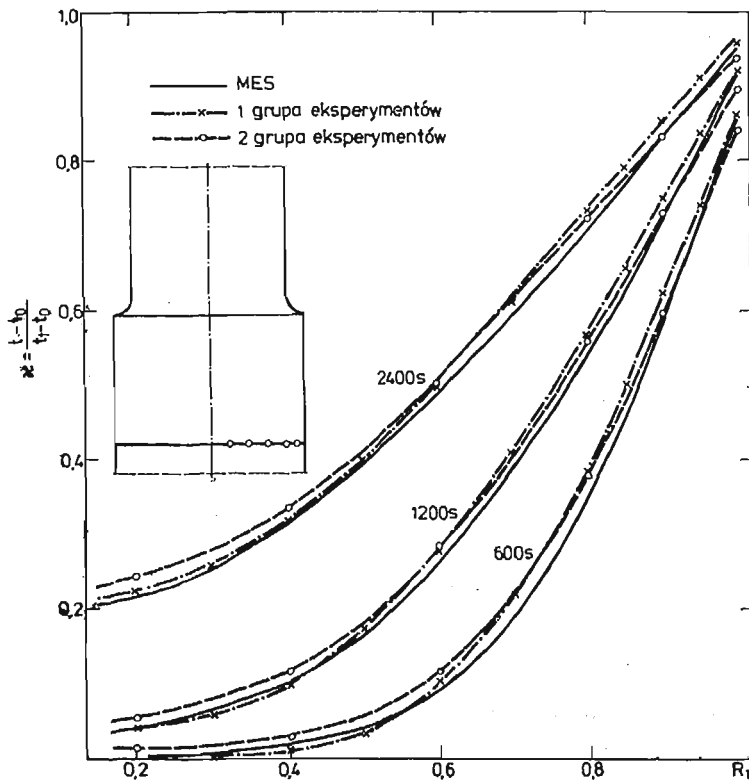
gdzie: t — aktualna temperatura w rozważanym punkcie modelu i chwili czasu,

t_0 — początkowa temperatura modelu,

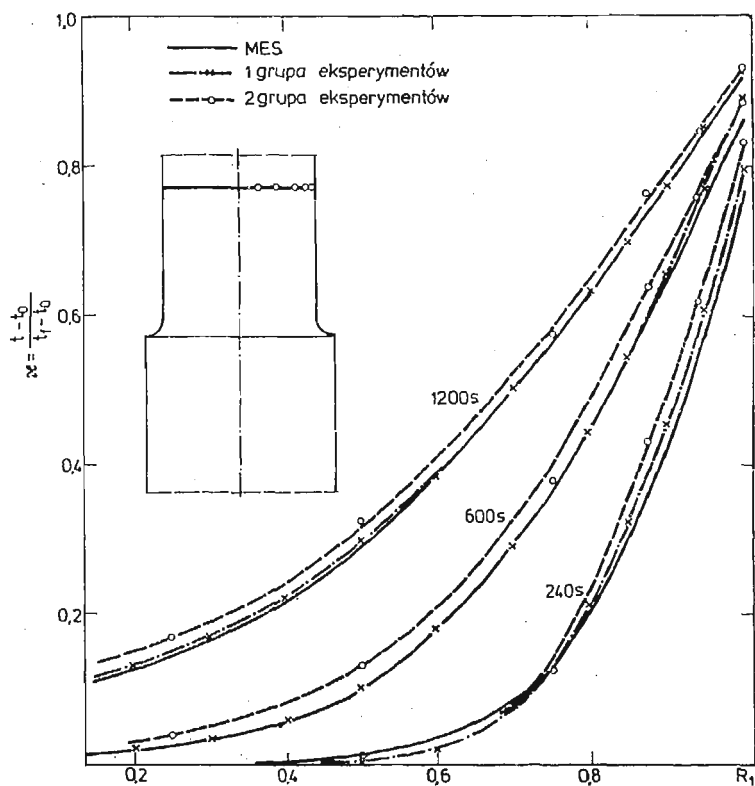
t_f — temperatura płynu (oleju) otaczającego model.

Wyniki doświadczalne dla trzech wybranych chwil czasu przedstawiono na rys. 7 i 8 w zależności od bezwymiarowego parametru $R_1 = \frac{r}{R}$, gdzie r odległość punktu od osi wału. Na rysunkach podano odpowiednie wykresy uzyskane numerycznie dla analogicznych przypadków jak w eksperymencie.

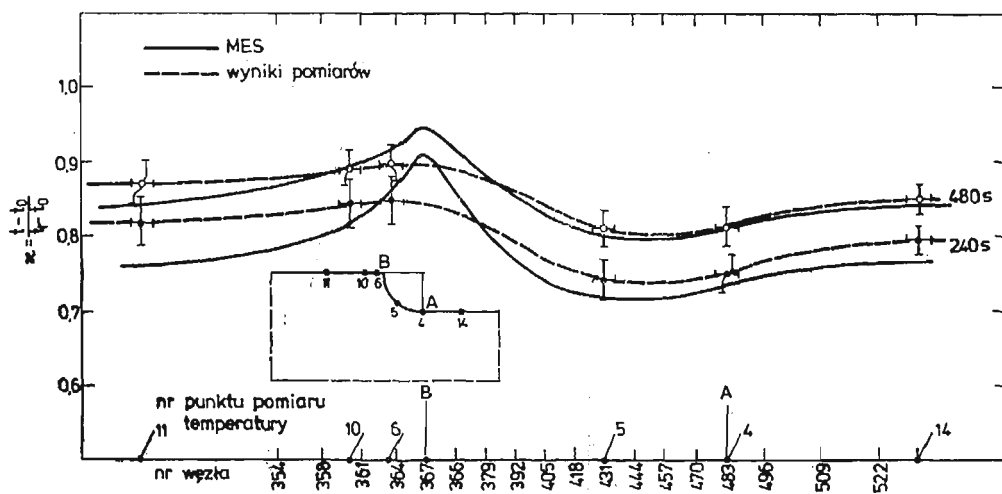
Porównując otrzymane wyniki dla obu wymienionych grup eksperymentów możemy uznać je za zbieżne.



Rys. 7. Rozkład parametru α wzdłuż promieni wału $R = 50 \text{ mm}$ w trzech chwilach czasu.



Rys. 8. Rozkład parametru α wzdłuż promienia wału $R = 40$ mm w trzech chwilach czasu.



Rys. 9. Rozkład parametru α wzdłuż fragmentu tworzącej wału dla dwóch chwil 480 s i 240 s. Odcinek AB jest rozwinięciem łuku karbu.

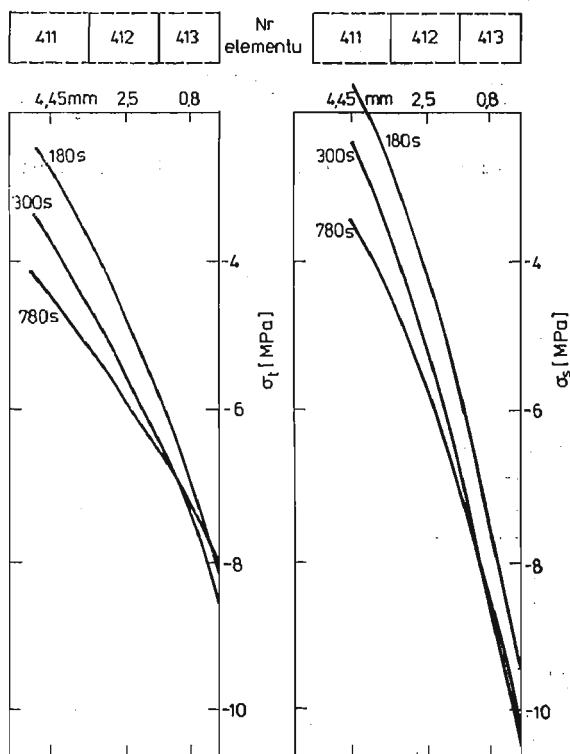
Na rysunku 9 przedstawiono rozkład temperatury bezwymiarowej wzdłuż fragmentu tworzącej modelu zawierającego karb. W tym obszarze łuk brzegu karbu został „wyprostowany” i zawiera się między punktami *A* i *B*. Generalnie można przyjąć, że uzyskane doświadczalnie wyniki rozkładu pól temperatury są tym bardziej zbliżone z wynikami obliczeń numerycznych im późniejszą chwilę czasu analizowano. Największe różnice obserwowano w początkowej fazie obciążenia cieplnego od 30 do 480 s. Te rozbieżności można tłumaczyć nie tylko błędami pomiarów ale i odchyleniami faktycznej lokalnej wartości współczynnika wymiany ciepła od wartości zadanej szczególnie w obszarze karbu. Dokładniejsze wyznaczenie rozkładu temperatury wymaga wprowadzenia większej ilości termoelementów które swą obecnością zakłócałyby badane pola.

7. Pola naprężeń

Na podstawie wyników pomiarów odkształceń określono składowe stanu naprężenia z zależności:

$$\sigma_s = \frac{E}{1-\nu^2} (\varepsilon_s + \nu \varepsilon_t) \quad \sigma_t = \frac{E}{1-\nu^2} (\varepsilon_t + \nu \varepsilon_s) \quad (6)$$

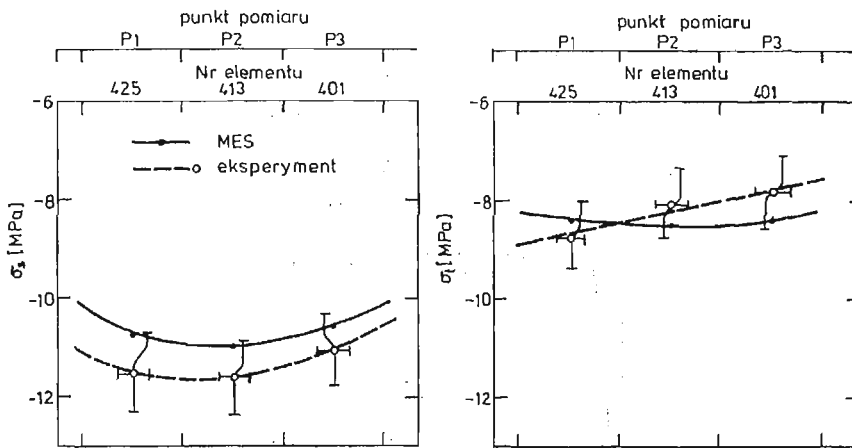
gdzie: *s* i *t* oznaczają odpowiednio kierunek styczny do konturu i obwodowy.



Rys. 10. Rozkład naprężeń σ_t i σ_s wzdłuż normalnej do brzegu w najbardziej obciążonym obszarze karbu. Wyniki dla trzech czasów uzyskane numerycznie.

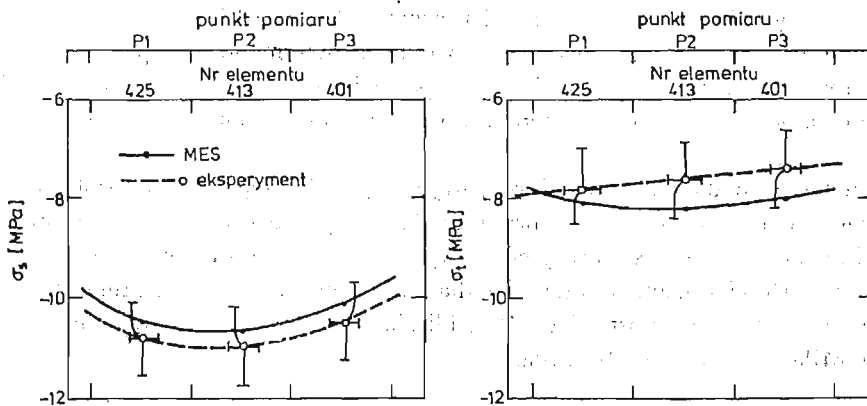
W celu porównania wyników doświadczalnych i numerycznych przeprowadzono ekstrapolację naprężeń uzyskanych numerycznie, w środkach elementów, do wartości w punktach powierzchni bocznej modelu.

Przykładowo na rys. 10 zaznaczono środki trzech kolejnych elementów: brzegowego 413 i głębiej położonych 412 i 411 (por. rys. 6) oraz przedstawiono rozkład naprężeń σ_s i σ_r .



Rys. 11. Rozkłady naprężeń σ_s i σ_r w fragmencie karbu wału w chwili 480 s uzyskane numerycznie i eksperymentalnie.

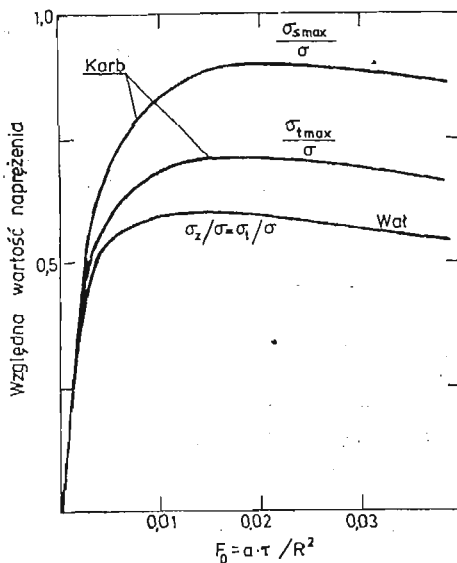
Na rysunkach 11 i 12 przedstawiono porównanie rozkładów naprężeń σ_s i σ_r we fragmencie wału z karbem uzyskanych doświadczalnie i numerycznie dla chwili czasowych 480 i 720 s. Zaznaczono także maksymalne odchylenia w wartościach naprężeń określonych w badaniach doświadczalnych. Z porównania wyników widać, że w granicach błędów pomiarów wyniki obu metod są zbieżne.



Rys. 12. Rozkłady naprężeń σ_s i σ_r w fragmencie karbu wału w chwili 720 s uzyskane numerycznie i eksperymentalnie.

8. Analiza wyników

Otrzymane wyniki badań wskazują na interesujący charakter zmienności wartości naprężeń w gładkich częściach wału i w miejscu karbu. Na rys. 13 przedstawiono wykresy zależności między liczbą Fouriera Fo a naprężeniami wyrażonymi w postaci stosunku σ_i/σ i σ_t/σ gdzie $\sigma = \frac{E\beta \cdot \Delta t}{1-\nu}$



Rys. 13. Zmiana w czasie maksymalnych naprężeń w karbie i na powierzchni gładkiego wału. Wyniki MES przy $Bi = 20$ i $R = 0,05$ m.

Z wykresów widać, że w części gładkiej wału o większej średnicy maksymalne wartości wymieniowych stosunków są równe 0,604. W pracy [5] odpowiednia wartość określona dla wału ciągłego gładkiego, przy $Bi = 20$, wynosi około 0,617.

W obszarze karbu na podstawie badań własnych otrzymano następującą maksymalną wartość stosunku σ_s/σ równą 0,90 i σ_t/σ odpowiednio 0,71. Z rysunku 13 wynika, że ekstremum naprężeń w karbie występuje później niż ma to miejsce w przypadku części gładkich.

Otrzymane w badaniach wyniki rozpatrywanego niestacjonarnego problemu termosprężystego można wykorzystać w praktyce do oceny wartości naprężeń w odsadzeniu wału wykonanego ze stali stopowej geometrycznie podobnego do modelu. Przykładowo przyjmując wartości podane w tabelicy 1 dla stali stopowej w temperaturze 500°C , przy nagłej zmianie temperatury ośrodka o 45 K i liczbie Biota równej 20 otrzymujemy $\sigma_{s\max} = -149$ MPa i $\sigma_{t\max} = -114$ MPa.

9. Wnioski

Na podstawie otrzymanych wyników badań można sformułować następujące wnioski:

1. Badania doświadczalne modelu wału umożliwiły wyznaczenie współczynnika przejmo-
wania ciepła i określenie liczby Biota charakteryzującej rozpatrywany proces wymiany
ciepła.
2. Wykonane obliczenia numeryczne pola temperatur oraz wartości naprężeń termospręży-
stych potwierdzają wyniki badań eksperymentalnych.
3. Dla przyjętych w pracy danych geometrycznych, materiałowych, oraz sposobu obciąż-
zenia cieplnego wyznaczono maksymalne wartości naprężeń w części gładkiej modelu
i obszarze karbu. Doprowadziło to do wyraźnego ujawnienia wpływu spiętrzenia na-
prężeń termosprężystych, wywołanego danym rodzajem karbu.
4. Z przeprowadzonych badań wynika możliwość pomiarów pola temperatury i odkształ-
ceń w stanach nieustalonych i celowość porównania uzyskanych rezultatów z wynika-
mi otrzymanymi metodami numerycznymi.

Literatura

1. Z. ORŁÓŚ, K. TOMASZEWSKI, *Badania odkształceń i naprężeń termosprężystych na modelach epoksydo-
wych metodą tensometrii elektrozystancyjnej*, Mech. Teoret. i Stos. 4, 16 (1978), 467 - 481.
2. J. SZMELTER, M. AUGUSTYN, S. DOBROCIŃSKI, T. NIEZGODA, M. WIECZOREK, *Osiowo-symetryczne zadanie
teorii sprężystości i termosprężystości*, WAT, W-wa 1979.
3. F. A. KHAYAT, P. STANLEY, *The dependence of the mechanical, physical and optical properties of Araldite
CT200/HT907 on temperature over the range — 10°C to 70°C*, J. Phys. D: appl. Phys. 1978 11, 1237 - 1247;
4. B. LAWTON, *Use of plastic models to evaluate thermal strains in diesel-engine pistons*, J. Strain Analysis
1968 No 3, 176 - 186.
5. H. PARKUS, *Int stationare Warmespannungen*, Wien, Springer — Verlag, 1959.

Резюме

АНАЛИЗ НЕСТАЦИОНАРНЫХ ТЕРМОУПРУГИХ ДЕФОРМАЦИЙ И НАПРЯЖЕНИЙ ВАЛА С КОЛЬЦЕВОЙ ГАЛТЕЛЮ

В работе представлены исследования термоупругих деформаций и напряжений в вале с галтелью. Модель вала был изготовлен из эпоксидной смолы. Исследования были проведены при тепловом ударе. Измерения температуры модели были проведены с использованием термопар на наружной поверхности и внутри модели. При применении малогабаритных тензорезисторов определено термоупругие деформации. Результаты экспериментальных исследований сопоставлено с расчетными данными полученными методом конечных элементов.

Summary

ANALYSIS OF TRANSIENT THERMOELASTIC STRAINS AND STRESSES IN A SHOULDERED SHAFT

The paper deals with the investigations on thermal strains and stresses in a shouldered shaft with a sudden change in its diameter. The model was made from epoxy resin. The surface of the model was suddenly heated by dropping into the testing tank containing hot oil circulated continuously. The instan-

taneous temperature in the model was measured by fine-wire thermocouples. They were mounted on the surface and inside of the model. The thermoelastic strains on the surface of the model were determined by using strain gages of very short lengths. Experimental results were compared with those of theoretical calculations by means of finite-element analysis.

Praca wpłynęła do Redakcji dnia 3 marca 1986 roku.