

SPRZEŻENIE RUCHÓW PRZESTRZENNYCH ŚMIGŁOWCA W PROSTOLINIOWYM POZIOMYM LOCIE USTALONYM*

KRZYSZTOF JANKOWSKI
JERZY MARYNIAK

Politechnika Warszawska

1. Wstęp

Rozwój techniki śmigłowej i nowe dziedziny zastosowania śmigłowców wymagają coraz dokładniejszych badań ich własności dynamicznych. Szczególnie istotne jest rozpatrzenie sprzężeń ruchów podłużnych i bocznych kadłuba śmigłowca w przestrzeni oraz sprzężeń ruchów poszczególnych elementów śmigłowca: kadłuba, łopat wirnika nośnego i łopat śmigła ogonowego. Analiza jakościowa i ilościowa tego rodzaju sprzężeń potrzebna jest przy rozpatrywaniu szeregu problemów z dziedziny dynamiki śmigłowców.

2. Model matematyczny automatycznie sterowanego śmigłowca

Dla przeprowadzenia analizy sprzężeń ruchów przestrzennych poszczególnych zespołów śmigłowca należało wyprowadzić odpowiedni model dynamiczny śmigłowca, uwzględniający ruchy względem kadłuba łopat wirnika nośnego, łopat śmigła ogonowego, statecznika i turbin silników.

Jako model fizyczny rozpatrywanego jednowirnikowego śmigłowca przyjęto układ mechaniczny składający się z kadłuba i powiązanych z nim ruchomych elementów [1, 3]: turbin silników, przegubowych łopat wirnika i śmigła ogonowego, statecznika poziomego. Ruch układu skrępowany jest więzami wynikającymi ze struktury kinematycznej śmigłowca oraz z oddziaływania automatycznego układu podwyższania stateczności i sterowania lotem. Układ ten wiąże kąty sterowania śmigłowcem z parametrami jego ruchu według następujących praw [6]:

* Praca przedstawiona na I Ogólnopolskiej Konferencji „Mechanika w Lotnictwie” — Warszawa 19 I 1984 r.

— kąt sterowania w ruchu podłużnym:

$$\alpha = \frac{1}{T_1 s + 1} [k_\theta(\Theta - \Theta_z) + k_q Q + k_x(x_g - x_{gz}) + k_{\dot{x}}(\dot{x}_g - \dot{x}_{gz}) + \alpha_0], \quad (1)$$

— kąt sterowania w ruchu bocznym:

$$\eta = \frac{1}{T_2 s + 1} [k_\phi(\Phi - \Phi_z) + k_p P + k_y(y_g - y_{gz}) + k_{\dot{y}}\dot{y}_g + k_{1\psi}(\Psi - \Psi_z) + \eta_0], \quad (2)$$

— kąt skoku ogólnego łopata wirnika nośnego:

$$\varphi_g = \frac{1}{T_3 s + 1} [k_z(z_g - z_{gz}) + k_{\dot{z}}\dot{z}_g + \varphi_{g0}], \quad (3)$$

— kąt ustawienia łopata śmigła ogonowego:

$$\varphi_s = \frac{1}{T_4 s + 1} [k_\psi(\Psi - \Psi_z) + k_r R + \varphi_{s0}]. \quad (4)$$

W równaniach tych $T_1 \div T_4$ oznaczają stałe czasowe członów inercyjnych, opisujących charakterystyki dynamiczne urządzeń wykonawczych autopilota; x_g, y_g, z_g — współrzędne środka masy kadłuba śmigłowca w nieruchomym, ziemskim układzie współrzędnych; Φ, Θ, Ψ — kąty quasi — eulerowskie przechylenia, pochylenia i odchylenia kadłuba śmigłowca; P, Q, R — rzuty wektora prędkości kątowej kadłuba na osie układu sztywno związanego z kadłubem. Wielkości z indeksem „z” oznaczają zadane wartości parametrów lotu, a indeks „0” przy symbolach kątów sterowania oznacza ich wartości w stanie ustalonym (początkowym). Wybrany stan pracy układu automatycznego sterowania lotem otrzymuje się przez nadanie odpowiednich wartości (w tym zerowych) współczynników wzmocnienia k_a .

Kąt ustawienia łopaty wirnika nośnego φ_i w następujący sposób zależy od kątów sterowania:

$$\varphi_i = \varphi_g + (\alpha \sin \psi_0 + \eta \cos \psi_0) \sin \psi_i + (\alpha \cos \psi_0 - \eta \sin \psi_0) \cos \psi_i + k \beta_i, \quad (i = 1, 2, \dots, n), \quad (5)$$

gdzie:

ψ_i — kąt azymutu, przy oglądaniu wirnika z góry skierowany zgodnie z kierunkiem ruchu wskazówek zegara,

ψ_0 — kąt wyprzedzenia sterowania,

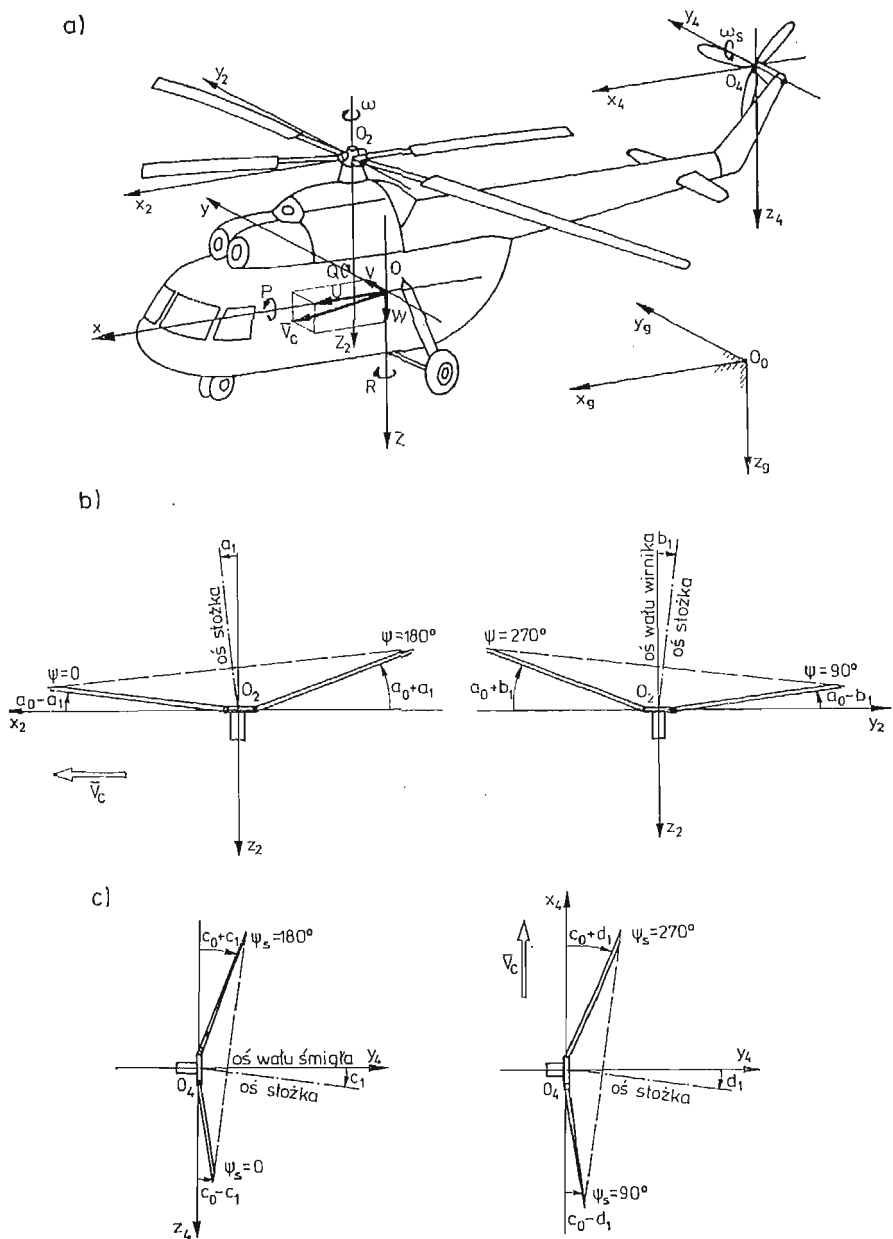
k — współczynnik kompensatora wzniosu łopata,

β_i — kąt obrotu i -ej łopaty wirnika wokół przegubu poziomego,

n — liczba łopat wirnika nośnego.

Po uwzględnieniu więzów ustalono zbiór $k = 2n + m + 13$ współrzędnych uogólnionych, opisujących położenie rozpatrywanego układu (m — liczba łopat śmigła ogonowego) [1, 3]. Następnie korzystając z równań Boltzmanna-Hamela [4] dla układów nieholonomicznych wyprowadzono równania różniczkowe ruchu modelu śmigłowca. Ich liczba jest równa $4n + 2m + 22$, np. dla śmigłowca Mi-2: 36 (16 stopni swobody), a dla Mi-6: 50 (23 stopnie swobody).

Dla umożliwienia efektywnego wykorzystania układ równań różniczkowych nieliniowych z okresowymi współczynnikami uproszczono, zachowując główne człony nieliniowe,



Rys. 1. Schematy śmigłowca z zaznaczonymi parametrami występującymi w opisie matematycznym jego ruchu: a) widok ogólny śmigłowca, b) widoki z boku i z tyłu „stożka” opisywanego przez łopaty wirnika nośnego, c) widoki z tyłu i z góry „stożka” łopat śmigła ogonowego

do układu równań z nieokresowymi współczynnikami [1, 5, 6]. Współrzędne kątowe opisujące ruch łopat wirnika nośnego i śmigła ogonowego zastąpiono pierwszymi harmonicznymi ich rozwinięciem w szeregi Fouriera:

— kąty wahań łopat wirnika:

$$\beta_i = a_0 - a_1 \cos \psi_i - b_1 \sin \psi_i, \quad (i = 1, 2, \dots, n), \quad (6)$$

— kąty obrotów łopat wirnika wokół przegubów pionowych:

$$\xi_i = e_0 + e_1 \cos \psi_i + f_1 \sin \psi_i, \quad (i = 1, 2, \dots, n), \quad (7)$$

— kąty wahań łopat śmigła ogonowego:

$$\zeta_j = c_0 - c_1 \cos \psi_{sj} - d_1 \sin \psi_{sj}, \quad (j = 1, 2, \dots, m), \quad (8)$$

gdzie a_0, a_1, \dots, d_1 są nowymi funkcjami czasu. Dzięki tym podstawieniom przy liczbach łopat $n \geq 3$ i $m \geq 3$ redukują się w równaniach ruchu funkcje kątów azymutów ψ_i i ψ_{sj} .

Po dokonaniu często stosowanych w opisie dynamiki śmigłowców przekształceń i pominięciu współrzędnej cyklicznej ψ układ równań ruchu zapisano w postaci [1]:

$$A \frac{dy}{dt} + B(y) = C(y), \quad (9)$$

gdzie:

$$-y[35] = [U, V, W, P, Q, R, \omega, \dot{a}_0, \dot{a}_1, \dot{b}_1, \dot{e}_0, \dot{e}_1, \dot{f}_1, \dot{c}_0, \dot{c}_1, \dot{d}_1, x_g, y_g, z_g, \Phi, \Theta, \Psi, a_0, a_1, b_1, e_0, e_1, f_1, c_0, c_1, d_1, \kappa, \eta, \varphi_g, \varphi_s], \quad (10)$$

a U, V, W są rzutami prędkości liniowej kadłuba śmigłowca na osie układu związanego z kadłubem, $\omega = \dot{\psi}$ — prędkość obrotowa wirnika nośnego (rys. 1), pozostałe wielkości zostały wcześniej opisane;

— $A[35 \times 35]$ — macierz, której elementy są funkcjami składowych wektora y ;

— $B(y), C(y)$ — funkcje wektorowe, przy czym $C_i(y)$, ($i = 1, 2, \dots, 16$) odpowiadają działającym na układ siłom uogólnionym.

Równania (9) tworzą model matematyczny śmigłowca o 16-tu stopniach swobody.

3. Analiza postaci drgań swobodnych śmigłowca

Po rozwinięciu funkcji wektorowych z równania (9) w szeregi Taylora i odpowiednich przekształceniach otrzymuje się układ równań różniczkowych ruchu zaburzonego [1]:

$$\frac{dx}{dt} = Gx + \varphi(x), \quad (11)$$

gdzie:

— $x = y - y_0$ — oznacza wektor odchylenia rozwiązania y od stanu ruchu ustalonego opisanego wektorem y_0 ,

— $G = A_0^{-1}(D - F)$ — macierz stanu,

— A_0 — macierz analogiczna do macierzy A , przy wyznaczaniu jej elementów podstawia się $y = y_0$,

Tabela 1.

	Wartości własne	Postacie drgań — główne ruchy	Uwagi
I	$\lambda_{1,2} = \xi_{1,2} \pm i\eta_{1,2}$	$W, (V)$	ruch krótkookresowy
	$\lambda_{3,4} = \xi_{3,4} \pm i\eta_{3,4}$	W	slabo tłumiony ruch krótkookresowy, dla $V_c > 240 \left[\frac{\text{km}}{\text{h}} \right]$; $\xi_{3,4} > 0$
	$\lambda_{5,6} = \xi_{5,6} \pm i\eta_{5,6}$	W, V, U, ω	$V_c > 160 \left[\frac{\text{km}}{\text{h}} \right]$ slabo tłumiony ruch długookresowy
	$\lambda_5 = \xi_5$	W, V	$V_c < 160 \left[\frac{\text{km}}{\text{h}} \right]$
	$\lambda_6 = \xi_6$	W, ω	
	$\lambda_{7,8} = \xi_{7,8} \pm i\eta_{7,8}$	$V, (W)$	$V_c > 130 \left[\frac{\text{km}}{\text{h}} \right]$
	$\lambda_7 = \xi_7$	V, W	$V_c < 130 \left[\frac{\text{km}}{\text{h}} \right]$
	$\lambda_8 = \xi_8$	V, W	
II	$\lambda_9 = \xi_9$	$V, W, \overset{\circ}{a}_1, (\overset{\circ}{e}_1, \overset{\circ}{d}_1)$	
	$\lambda_{10,11} = \xi_{10,11} \pm i\eta_{10,11}$	$V, W, U, \overset{\circ}{a}_1$	
	$\lambda_{12,13} = \xi_{12,13} \pm i\eta_{12,13}$	$V, W, \overset{\circ}{e}_0$	slabe tłumienie
	$\lambda_{14} = \xi_{14}$	$\overset{\circ}{a}_0, \overset{\circ}{a}_1, \overset{\circ}{d}_1, \overset{\circ}{c}_0, \overset{\circ}{c}_1$	duze tłumienie
	$\lambda_{15,16} = \xi_{15,16} \pm i\eta_{15,16}$	$\overset{\circ}{a}_0, \overset{\circ}{a}_1, W, (\overset{\circ}{d}_1)$	$\eta_{15,16} \approx \omega$
	$\lambda_{17} = \xi_{17}$	$\overset{\circ}{a}_0, \overset{\circ}{a}_1, \overset{\circ}{d}_1$	duze tłumienie
	$\lambda_{18,19} = \xi_{18,19} \pm i\eta_{18,19}$	$\overset{\circ}{a}_1, \overset{\circ}{b}_1, \overset{\circ}{c}_1, P, (\overset{\circ}{e}_1, \overset{\circ}{f}_1)$	$\eta_{18,19} \approx 3\omega$
	$\lambda_{20} = \xi_{20}$	$\overset{\circ}{b}_1, \overset{\circ}{c}_1, P, (\overset{\circ}{e}_1, \overset{\circ}{c}_0)$	duze tłumienie
	$\lambda_{21,22} = \xi_{21,22} \pm i\eta_{21,22}$	$\overset{\circ}{e}_1, \overset{\circ}{f}_1, V, U$	$\eta_{21,22} \approx \frac{4}{3}\omega$
	$\lambda_{23,24} = \xi_{23,24} \pm i\eta_{23,24}$	$\overset{\circ}{e}_1, \overset{\circ}{f}_1, V$	przy $V_c \nearrow$ rośnie udział V , $\eta_{23,24} \approx \frac{2}{3}\omega$
III	$\lambda_{25,26} = \xi_{25,26} \pm i\eta_{25,26}$	$\overset{\circ}{c}_0$	$\eta_{25,26} \approx \omega_s = i_s \omega (\text{Mi}-6; i_s = 5,66)$
	$\lambda_{27,28} = \xi_{27,28} \pm i\eta_{27,28}$	$\overset{\circ}{c}_1, \overset{\circ}{d}_1$	$\eta_{27,28} \approx 2\omega_s$
	$\lambda_{29,30} = \xi_{29,30} \pm i\eta_{29,30}$	$\overset{\circ}{c}_1, \overset{\circ}{d}_1$	$\eta_{29,30} \ll \omega_s$
	$\lambda_{31} = \xi_{31}$	$\overset{\circ}{d}_1, \overset{\circ}{c}_0, \overset{\circ}{c}_1 (\overset{\circ}{a}_1)$	duze tłumienie

$$\lambda_{32} \approx \lambda_{33} \approx \lambda_{34} \approx \lambda_{35} \approx 0$$

- $D = C'(y_0) = [C'_{ik}(y_0)]$ — macierz Jacobi'ego z pochodnymi sił uogólnionych,
- $F = B'(y_0) = [B'_{ik}(y_0)]$ — macierz Jacobi'ego funkcji $B(y)$,
- $\varphi(x)$ — funkcja wektora z wyrazami rzędu wyższego od pierwszego.

Badając własności dynamiczne modelu śmigłowca razem z wartościami własnymi λ_j macierzy stanu G oblicza się odpowiadające im wektory własne w_j . Pozwala to przeprowadzić analizę modalną, polegającą na obliczeniu częstości drgań i współczynników tłumienia oraz wyznaczeniu postaci drgań. Stwierdza się w ten sposób, które ruchy obiektu śmigłowca — układ sterowania są charakteryzowane przez kolejne wartości własne macierzy stanu.

Obliczeń numerycznych dokonano dla modelu ciężkiego śmigłowca klasy Mi-6. Parametry ruchu ustalonego — prostoliniowego lotu poziomego — wyznaczono według metody, przedstawionej w [2]. Analizując unormowane liniowo i fazowo wektory własne macierzy stanu stwierdzono, że mimo dużej liczby współrzędnych w każdej z postaci można wyodrębnić kilka ruchów o największym udziale. Wyniki analizy postaci drgań własnych dla lotu poziomego w zakresie prędkości od 80 do 280 [km/h] przedstawiono w tabeli I.

Postacie ruchów, odpowiadające poszczególnym wartościom własnym, podzielono na 3 grupy. Do pierwszej należą postacie odpowiadające głównie sprzężonym podłużnym i bocznym ruchom kadłuba śmigłowca w przestrzeni; do drugiej: sprzężone ruchy kadłuba, wirnika i śmigła ogonowego; a do trzeciej: ruchy śmigła ogonowego.

Jako charakterystyczne dla ciężkiego śmigłowca, dla którego przyjęto położenie środka parcia kadłuba za SM śmigłowca, należy wskazać postacie odpowiadające ruchom krótkookresowemu ($\lambda_{1,2}, \lambda_{3,4}$) i długookresowemu ($\lambda_{5,6}$), nie zawierające ruchu pochylenia.

Interesujące są złożone postacie ruchów nutacyjnych wirnika nośnego i śmigła ogonowego. Charakteryzują je wartości własne: $\lambda_{15,16}$ — zaburzenia kątów „stożka” opisywanego przez łopaty wirnika: a_0 i a_1 oraz ruchu pionowego śmigłowca; $\lambda_{18,19}$ — zaburzenia kątów a_1 i b_1 (pochylenie i przechylenie „stożka” wirnika), silnie sprzężone z przechyleniem „stożka” śmigła ogonowego (zaburzenia kąta c_1) oraz z przechyleniem całego śmigłowca (rys. 1); dla śmigła ogonowego: $\lambda_{25,26}$ — oscylacyjne zmiany kąta c_0 ; $\lambda_{27,28}$ — zaburzenia kątów przechylenia c_1 i pochylenia d_1 „stożka” łopat śmigła ogonowego.

Cztery zerowe wartości własne macierzy stanu wynikają z 4-ro wymiarowej rozmaitości ruchu ustalonego [2] i nie są równoznaczne z przypadkiem krytycznym w teorii stateczności.

4. Wnioski

Analizując wyniki przedstawionej pracy zaobserwowano występowanie silnego sprzężenia ruchów podłużnych i bocznych śmigłowca. Wynika z tego, że mechanikę lotu śmigłowca jednowirnikowego należy w jej dokładniejszym ujęciu rozpatrywać zgodnie z zasadami ruchu przestrzennego. Sprzężenie ruchów podłużnych i bocznych wskazuje na potrzebę włączenia w prawa sterowania w kanałach pochylenia i wysokości parametrów ruchów bocznych, a w kanale przechylenia — parametrów ruchów podłużnych. Pozwoliłoby to

uprzedzić zaburzenia wynikające ze sprzężeń i polepszyć jakość stabilizacji. Ten sposób sterowania nie jest wykorzystany w prawach sterowania (1)÷(4), opracowanych według prac z lat 70-tych [6 i in.].

Z powodu występowania sprzężeń ruchów przestrzennych kadłuba i wirnika nośnego celowe byłoby rozważenie możliwości włączenia parametrów kątowych ruchu wirnika do praw sterowania śmigłowcem w kanałach pochylenia i przechylenia.

Przedstawiony model matematyczny może być przydatny przy poszukiwaniu sposobów eliminacji drgań, przenoszonych z wirnika na kadłub. Jeśli okaże się niezbędne, analizując częstości wspólnych drgań kadłuba i wirnika można otrzymać wskazania co do doboru parametrów dynamicznego tłumika drgań, montowanego do głowic niektórych śmigłowców (np. Sikorsky, Lynx).

Literatura

1. JANKOWSKI K., *Modelowanie fizyczne i matematyczne własności dynamicznych sterowanego śmigłowca w ruchu przestrzennym*, Rozprawa doktorska, Politechnika Warszawska, Warszawa 1982.
2. JANKOWSKI K., *Metodyka wyznaczania parametrów ruchu ustalonego śmigłowca na przykładzie lotu poziomego i zawisu*, Mech. Teoret. i Stos., T. 23, z. 3/4, Warszawa 1985.
3. JANKOWSKI K., MARYNIAK J., *Modelowanie matematyczne automatycznie sterowanego śmigłowca w ruchu przestrzennym*, Mech. Teoret. i Stos., T. 23, z. 3/4, Warszawa 1985.
4. NEJMARK J. I., FUAJE N. A., *Dynamika układów nieholonomicznych*, PWN, Warszawa 1971.
5. ЕСАУЛОВ С. Ю., БАХОВ О. П., ДМИТРИЕВ И. С., *Вертолет как объект управления*, Машиностроение, Москва 1977.
6. КОЖЕВНИКОВ В. А., *Автоматическая стабилизация вертолетов*, Машиностроение, Москва 1977.

Резюме

СОПРЯЖЕНИЕ ПРОСТРАНСТВЕННЫХ ДВИЖЕНИЙ ВЕРТОЛЕТА В УСТАНОВИВШЕМСЯ ПРЯМОЛИНЕЙНОМ ГОРИЗОНТАЛЬНОМ ПОЛЕТЕ

Анализ результатов математического моделирования и машинных вычислений показывает существование сопряжений между продольным и боковым движениями фюзеляжа вертолета в пространстве и сопряжений между движениями различных элементов вертолета: фюзеляжа, лопастей несущего винта, лопастей рулевого винта. Это указывает на необходимость включения в законы управления вертолетом параметров всех движений фюзеляжа, а также рассмотрение возможности включения в эти законы параметров углового движения несущего винта. Представленная математическая модель может быть использована при разработке способов защиты от вибраций, передаваемых с несущего винта на фюзеляж.

Summary

COUPLINGS BETWEEN THREE-DIMENSIONAL MOTIONS OF A HELICOPTER IN THE STEADY RECTILINEAR HORIZONTAL FLIGHT

Analysis of the mathematical modelling effects and machine computation results shows existence of couplings between fuselage longitudinal and lateral motions and couplings between motions of the different helicopter elements: fuselage, main rotor blades, tail rotor blades. It implicates the need for

including all fuselage states in each control channel of the helicopter stabilization system. It seems to be interesting to consider the possibility of including rotor states in the control channels. Mathematical model presented here can be useful in the engineering development of main rotor — fuselage coupled vibration absorbers.

Praca została złożona w Redakcji dnia 12 lutego 1985 roku
