

WPLYW OSCYLACJI NA KONWEKCYJNE PRZEKAZYWANIE CIEPŁA W ZASTOSOWANIU DO ZBIORNIKÓW OKRĘTOWYCH

STEFAN DOERFFER

*Instytut Maszyn Przepływowych
PAN w Gdańsku*

W pracy rozważono wpływ oscylacji ośrodka płynnego na średnią w czasie wymianę ciepła przy ścianie pionowej zbiornika okrętowego. Zbudowano model matematyczny zjawiska bazujący na równaniach warstwy przyściennej. Analizę przeprowadzono wykorzystując metodę małych zaburzeń. Uzyskano zadowalającą zgodność wyników teoretycznych i eksperymentalnych.

Oznaczenia

- a — współczynnik wyrównywania temperatury,
- A_0 — amplituda kołysań zbiornika,
- b — połowa szerokości zbiornika,
- L — wymiar charakterystyczny, długość ściany,
- t — czas,
- T — temperatura,
- T^* — okres oscylacji,
- u, v — składowe prędkości w warstwie,
- U — prędkość przepływu zewnętrznego,
- α — współczynnik przejmowania ciepła,
- δ — grubość warstwy przyściennej,
- Θ — różnica temperatur,
- λ — współczynnik przewodnictwa cieplnego,
- ν — współczynnik lepkości kinematycznej,
- ω — częstotliwość kołowa oscylacji,

Indeksy dotyczą

- m — wartości średniej wzdłuż ściany,
- o — składowej stacjonarnej,
- T — termicznej warstwy przyściennej,
- w — ściany,
- ∞ — parametrów na zewnątrz warstwy przyściennej,

- l — składowej pulsacyjnej,
 + — wielkości bezwymiarowych,
 < > — wielkości uśrednionych w czasie jednego okresu drgań.

Liczby podobieństwa:

$$(\text{Nu}) = \frac{\alpha L}{\lambda} \text{ — liczba Nusselta,}$$

$$(\text{Gr}) = \frac{gL^3\beta\Theta_w}{\nu^2} \text{ — liczba Grashofa,}$$

$$(\text{Pr}) = \frac{\nu}{a} \text{ — liczba Prandtla,}$$

$$(\text{Fr}) = \frac{A_0\omega b}{\sqrt{gL}} \text{ — liczba Froude'a,}$$

$$(\text{Re}) = \frac{A_0\omega bL}{\nu} \text{ — liczba Reynoldsa,}$$

$$(\text{Ra}) = (\text{Gr})(\text{Pr}) \text{ — liczba Rayleigha,}$$

$$(\text{Sh}) = \frac{L}{A_0b} \text{ — liczba Strouhala.}$$

1. Wstęp

W wielu zastosowaniach praktycznych istotna jest znajomość wpływu oscylacji na wymianę ciepła. Dotyczy to między innymi zbiorników okrętowych, w których transportuje się ciecze wymagające ogrzewania podczas rejsu. Kołysania statku wymuszają ruch cieczy w zbiornikach, który zmienia mechanizm wymiany ciepła między cieczą a ścianami. Względny ekonomiczny szczególnie w odniesieniu do dużych statków wymagają dokładnej znajomości tego zagadnienia, aby móc precyzyjnie projektować systemy grzewcze.

W pracy rozwiązano jedno z podstawowych zagadnień — przejmowanie ciepła przez pionową płytę, wzdłuż której ma miejsce laminarny przepływ oscylacyjny o małych częstotliwościach. Płyta modeluje te ściany ładowni zbiornikowca (burty), które mają największy udział w odprowadzaniu ciepła do otoczenia.

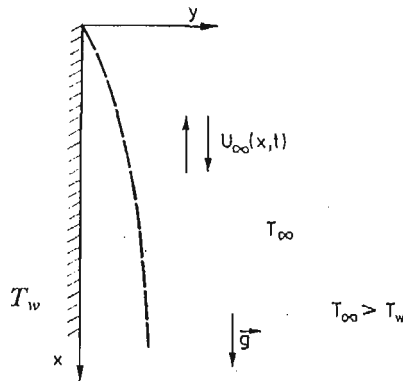
W przeciwieństwie do wielu rozważań literaturowych, np. [1, 2, 3], główny nacisk w pracy położono na określenie średnich w czasie zmian w wymianie ciepła wywołanych oscylacjami harmonicznymi. Zagadnienie rozwiązano w oparciu o metodę uśrednień układu równań zachowania.

Do zweryfikowania tej teorii skorzystano z wyników badań japońskich opisanych w [4], dotyczących przepływu laminarnego. Ze względu na obecne potrzeby okrętownictwa przeprowadzono własne badania eksperymentalne [5] dla zbiorników, w których występuje turbulenta wymiana ciepła. Ma ona miejsce głównie w ładowniach wielozadaniowych statków, np. typu OBO. Z uwagi na to, że w przepływie turbulentnym formuje się laminarna podwarstwa przyścienna, która stanowi główny opór przepływu ciepła, przedstawiona teoria może być również wykorzystana do analizy warstwy turbulenta.

2. Model matematyczny

W celu określenia wpływu oscylacji harmonicznyc na średnią w czasie wymianę ciepła przyjęto:

- płaską, pionową płytę pokazaną na rys. 1,
- istnienie dwuwymiarowej, laminarnej warstwy przyściennej, na granicy której panuje przepływ $U_\infty(x, t)$,
- jednakową i stałą temperaturę płyty T_w oraz płynu poza warstwą T_∞ , przy czym $T_\infty > T_w$,
- płyn nieściśliwy o stałych własnościach,
- pomijalny wpływ dyssypacji energii,
- jako dominujący ruch w warstwie przyściennej ruch wywołany przepływem $U_\infty(x, t)$.



Rys. 1

Przepływ ten wynika ze specyficznych ruchów cieczy w zbiorniku poddanym drganiom harmonicznym [6].

W myśl przyjętych założeń zjawisko opisuje następujący układ równań:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} &= U_\infty \frac{\partial U_\infty}{\partial x} + \frac{\partial U_\infty}{\partial t} + v \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}, \\ \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} &= 0, \\ \frac{\partial \Theta}{\partial t} + u \frac{\partial \Theta}{\partial x} + v \frac{\partial \Theta}{\partial y} &= a \frac{\partial^2 \Theta}{\partial y^2}, \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

łącznie z warunkami brzegowymi:

$$\left. \begin{aligned} y = 0 \quad u = v = 0, \quad \Theta = \Theta_w, \\ y \rightarrow \infty \quad u = U_\infty(x, t), \quad \Theta = 0, \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

Przepływ oscylacyjny ma postać:

$$U_\infty(x, t) = U_0(x) \cdot \cos \omega t \quad (3)$$

gdzie amplituda $U_0(x) = f$ (geometrii zbiornika, A_0, ω, x) podaną w [6].

Rozwiązania poszukuje się w postaci:

$$\left. \begin{aligned} u(x, y, t) &= u_0(x, y) + u_1(x, y, t), \\ v(x, y, t) &= v_0(x, y) + v_1(x, y, t), \\ \theta(x, y, t) &= \theta_0(x, y) + \theta_1(x, y, t), \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

w których funkcje z indeksem „zero” stanowią średnie w czasie wartości tych rozwiązań, a oznaczone „1” są składowymi pulsacyjnymi. Średnia w okresie drgań T^* wartość składowych pulsacyjnych wynosi zero:

$$\langle u_1 \rangle = \langle v_1 \rangle = \langle \theta_1 \rangle = 0.$$

Podstawiając (4) do układu (1); uśredniając równania w okresie drgań T^* , otrzymuje się układ równań określający średnie w czasie składowe rozwiązania (4). Równania pozwalające na obliczenie składowych pulsacyjnych otrzymuje się z odjęcia równań uśrednionych w czasie od równań pełnych [3].

Pole prędkości w warstwie przyściennej wywołane oscylacyjnym przepływem $U_\infty(x, t)$ określa się z uproszczonej postaci równania ruchu dla składowych pulsacyjnych w postaci:

$$\frac{\partial u_1}{\partial t} = \frac{\partial U_\infty}{\partial t} + \nu \frac{\partial^2 u_1}{\partial y^2}, \quad (5)$$

równania ciągłości:

$$\frac{\partial u_1}{\partial x} + \frac{\partial v_1}{\partial y} = 0 \quad (6)$$

i warunków brzegowych:

$$\left. \begin{aligned} y = 0, \quad u_1 = v_1 = 0, \\ y \rightarrow \infty, \quad u_1 = U_\infty(x, t). \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

Uzyskane rozwiązania mają postać:

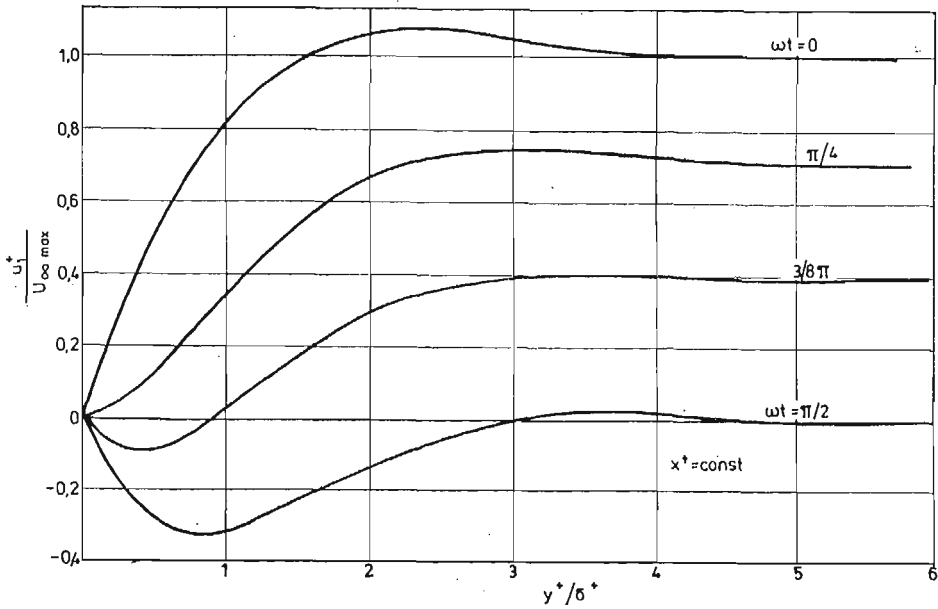
$$\left. \begin{aligned} u_1 &= U_0 \left[\cos \omega t - e^{-\frac{y}{\delta}} \cos \left(\omega t - \frac{1}{\delta} y \right) \right], \\ v_1 &= \frac{dU_0}{dx} \left[-y \cos \omega t + \frac{1}{\sqrt{2}} \delta \cos \left(\omega t - \frac{\pi}{4} \right) - \frac{\delta}{\sqrt{2}} \times \right. \\ &\quad \left. \times e^{-\frac{y}{\delta}} \cos \left(\omega t - \frac{y}{\delta} - \frac{\pi}{4} \right) \right], \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

gdzie $\delta = \sqrt{\frac{2\nu}{\omega}}$ może być traktowana jako grubość hydraulicznej warstwy przyściennej przy wzdluznym oplywie oscylacyjnym plaskiej plyty. Zmienność składowej $u_1^+ / U_\infty^+_{\max}$ w funkcji odległości od ściany przedstawiono na rys. 2.

Poszukiwane pole temperatury określa się z równań:

— dla składowej pulsacyjnej θ_1 w postaci:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \theta_1}{\partial t} + u_1 \frac{\partial \theta_0}{\partial x} + u_0 \frac{\partial \theta_1}{\partial x} + v_1 \frac{\partial \theta_0}{\partial y} + v_0 \frac{\partial \theta_1}{\partial y} + \\ + v_1 \frac{\partial \theta_1}{\partial y} - \left\langle u_1 \frac{\partial \theta_1}{\partial x} + v_1 \frac{\partial \theta_1}{\partial y} \right\rangle = a \frac{\partial^2 \theta_1}{\partial y^2}, \end{aligned} \quad (9)$$



Rys. 2

— dla składowej średniej w czasie Θ_0 w postaci:

$$u_0 \frac{\partial \Theta_0}{\partial x} + v_0 \frac{\partial \Theta_0}{\partial y} + \left\langle u_1 \frac{\partial \Theta_1}{\partial y} + v_1 \frac{\partial \Theta_1}{\partial y} \right\rangle = a \frac{\partial^2 \Theta_0}{\partial y^2} \quad (10)$$

i warunków brzegowych:

$$\left. \begin{array}{l} y = 0 \quad \Theta_0 = \Theta_w, \quad \Theta_1 = 0, \\ y = \delta_T \quad \Theta_0 = 0, \quad \Theta_1 = 0. \end{array} \right\} \quad (11)$$

Rozwiązań (9) i (10) z warunkami (11) poszukuje się w sposób przybliżony zakładając, że:

$$\Theta_0(x, y) = \Theta'_0(x, y) + \Theta''_0(x, y), \quad (12)$$

gdzie Θ'_0 , jako pierwsze przybliżenie, stanowi rozkład temperatury dla swobodnej konwekcji a Θ''_0 uwzględnia wpływ oscylacji. Przyjmuje się ponadto:

$$\Theta'_0 \gg \Theta''_0$$

oraz że średnie w czasie pole prędkości w warstwie przyściennej u_0 , v_0 pochodzi od swobodnej konwekcji.

W rezultacie otrzymuje się profil temperatury, a następnie zależność na lokalną liczbę Nusselta opisującą wymianę ciepła dla rozważanego zjawiska:

$$(Nu)_{x^+, t^+} = (Nu'_0)_{x^+} + (Nu''_0)_{x^+} + (Nu_1)_{x^+, t^+}. \quad (13)$$

W zależności (13) pierwszy człon opisuje wymianę ciepła przy czystej, swobodnej konwekcji. Natomiast

$$(Nu''_0)_{x^+} = - \left. \frac{\partial(\Theta''_0)^+}{\partial y^+} \right|_{y^+=0} = f_1[(Re), (Pr); (Sh), x^+] \quad (14)$$

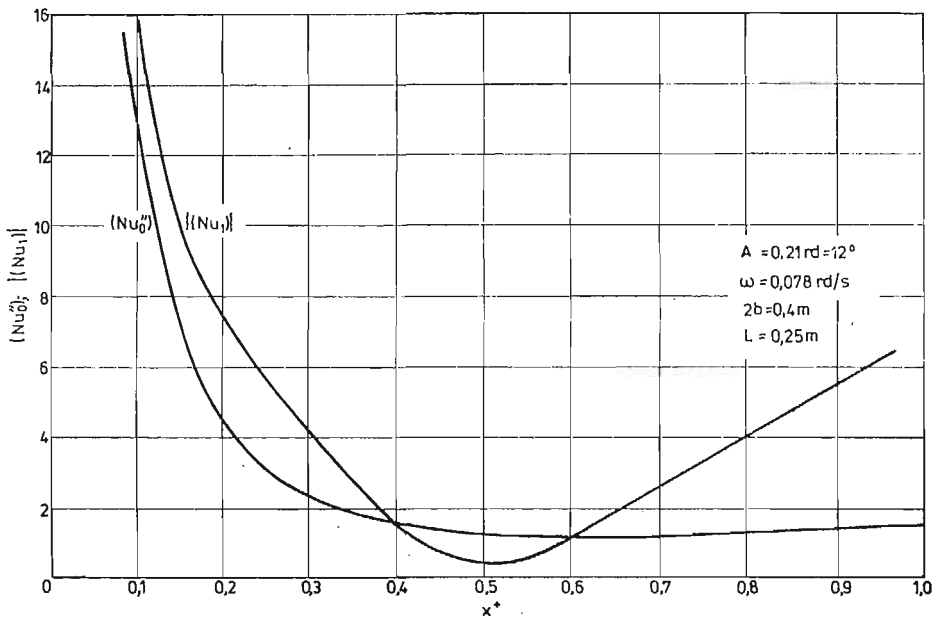
stanowi poszukiwany, stacjonarny przyrost liczby (Nu) spowodowany oscylacjami przepływu:

$$(Nu_1)_{x^+, t^+} = - \left. \frac{\partial \theta_1^+}{\partial y^+} \right|_{y^+=0} = f_2[(Re), (Pr), (Sh), x^+, t^+] \quad (15)$$

jest składową pulsacyjną liczby (Nu).

Funkcje f_1, f_2 stanowiące złożone wyrażenia analityczne, podane są w pracy [6].

Dla ilustracji pokazano na rys. 3 zmienność (Nu_0'') i $|(Nu_1)|$ — amplitudy składowej pulsacyjnej (Nu_1) w funkcji współrzędnej x^+ , obliczone na emc.



Rys. 3

3. Badania eksperymentalne

Badania przeprowadzono na modelu zbiornika o wymiarach $0.4 \times 0.3 \times 0.5$ m (szerokość \times długość \times wysokość), wykonanym ze szkła organicznego. Zbiornik poddany był rotacyjnym wymuszeniom harmonicznym o amplitudach kątowych $A_0 \in (0 - 0.175 \text{ rd}) = (0 - 10^\circ)$ i okresach $T^* \in (0.7 - 3.6 \text{ s})$ względem osi obrotu leżącej w płaszczyźnie symetrii zbiornika. Wymuszenie ruchu zbiornika realizowano odpowiednim napędem hydraulicznym. Cieczami modelującymi ciecze rzeczywiste, tj. ropy naftowe, paliwa, oleje, były woda destylowana i olej wrzecionowy.

Badania przeprowadzono zmieniając napełnienie zbiornika, położenie osi obrotu, amplitudę i okres kołysań oraz stany cieplne zachowując warunki turbulentnej wymiany ciepła, tj. $(Gr) \cdot (Pr) > 2 \cdot 10^7$. Parametry geometryczne stanowiska badawczego oraz parametry jego pracy określono z zasad podobieństwa zjawisk.

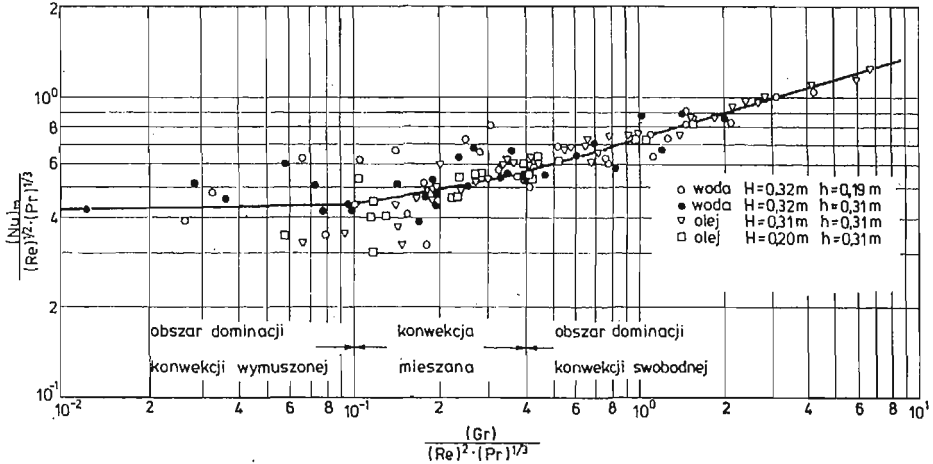
Do opisu rozważanego zjawiska uzyskano następujące równanie kryterialne:

$$(Nu) = f[(Re), (Pr), (Gr), (Fr), (Sh)]. \quad (16)$$

Wyniki badań przejmowania ciepła przez ścianę pionową przedstawiono w układzie:

$$\frac{(Nu)}{(Re)^{1/2}(Pr)^{1/3}} = f \left[\frac{(Gr)}{(Re)^2(Pr)^{1/3}} \right] \quad (17)$$

i pokazano je na rys. 4.



Rys. 4

Badane zjawisko jest konwekcją mieszaną, a stosunek $(Gr)/(Re)^2$ jest miarą udziału konwekcji swobodnej do konwekcji wymuszonej w tymże zjawisku. Stąd przedstawienie wyników badań w układzie (17) (zmodyfikowanym o liczbę (Pr)) pozwala określić obszary dominacji konwekcji swobodnej czy wymuszonej w badanym zjawisku i dla każdego z nich poszukać odpowiedniej korelacji. Natomiast parametr $(Gr)/(Re)^2 \cdot (Pr)^{1/3}$ pozwala uznać jako kryterium rozstrzygające o charakterze zjawiska i określające obszar jego występowania.

Dla wartości parametru

$$\frac{(Gr)}{(Re)^2(Pr)^{1/3}} > 0,4$$

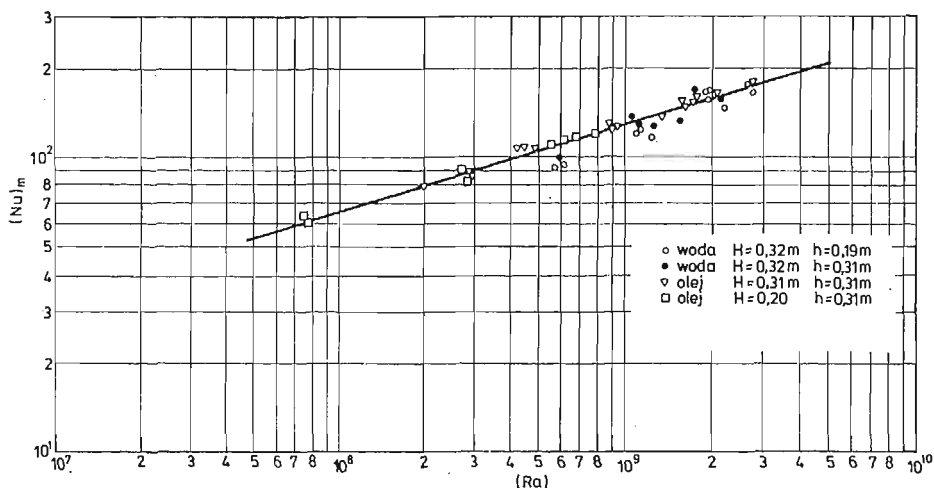
określono dominację konwekcji swobodnej. W obszarze tym obowiązuje korelacja:

$$(Nu)_m = 0.31(Ra)^{0.291}. \quad (18)$$

Przebadany zakres zmienności liczb kryterialnych wynosił:

$$\begin{aligned} (Ra) &\in (7 \cdot 10^7, 3 \cdot 10^9), & (Pr) &\in (2.8, 233), \\ (Re) &\in (3.2 \cdot 10^2, 2.8 \cdot 10^4), & (Sh) &\in (8.9, 36.7), \\ (Fr) &\in (1.03 \cdot 10^{-2}, 4.12 \cdot 10^{-2}), \end{aligned}$$

Wyniki badań tego obszaru przedstawiono na rys. 5. Na rysunku tym oznaczono przez H — wysokość cieczy w zbiorniku, a przez h — położenie osi obrotu w stosunku do dna zbiornika.



Dla wartości parametru $0.1 < \frac{(Gr)}{(Re)^2(Pr)^{1/3}} < 0.4$ określono występowanie konwekcji mieszanej opisane zależnością:

$$(Nu)_m = 2,882 \cdot 10^{-2} (Re)^{0,503} (Pr)^{1/3} (Ra)^{0,15} (Fr)^{0,15} (Sh)^{0,1}. \quad (19)$$

Rys. 5

Przebadany zakres zmienności liczb kryterialnych wyniósł:

$$(Re) \in (7 \cdot 10^2, 6 \cdot 10^4), \quad (Pr) \in (2,7, 220), \quad (Ra) \in (7,6 \cdot 10^7, 2,9 \cdot 10^9), \\ (Sh) \in (5,7, 36,7), \quad (Fr) \in (1,71 \cdot 10^{-2}, 6,3 \cdot 10^{-2}).$$

Dla wartości parametru $\frac{(Gr)}{(Re)^2(Pr)^{1/3}} < 0.1$ określono obszar dominacji konwekcji wymuszonej opisanej przez:

$$(Nu)_m = 0,185 \cdot (Re)^{0,605} (Pr)^{1/3} (Fr)^{0,15} (Sh)^{0,1}.$$

Przebadany zakres zmienności liczb kryterialnych dla tego obszaru wyniósł:

$$(Re) \in (10^3, 5 \cdot 10^4), \quad (Pr) \in (3,9, 249), \quad (Ra) \in (8,6 \cdot 10^7, 8,8 \cdot 10^8), \\ (Sh) \in (8,9, 36,7), \quad (Fr) \in (2,47 \cdot 10^{-2}, 6,51 \cdot 10^{-2}),$$

4. Porównanie wyników teoretycznych i eksperymentalnych

Jedynymi, znanymi badaniami eksperymentalnymi nad wpływem oscylacyjnego przepływu, o charakterze rozważanym w niniejszej pracy, na laminarną swobodną konwekcję są wspomniane badania [4]. Służyć one mogą za materiał do weryfikacji przedstawionej teorii. Teoria opracowana została dla małych zaburzeń, stąd jej zasięg obejmuje jedynie dolny zakres badań [4]. Porównanie wyników dla dwóch zbadanych cieczy zawarto w tabeli 1.

Tabela 1

Czynnik	Eksperyment		Teoria
	$(Nu)_m$	$(Nu'_0)_m$	$(Nu'_0)_m$
Woda	14,54	0,672	0,677
Olej	18,92	0,258	0,255

Opracowany model teoretyczny nie nadaje się do bezpośredniej analizy turbulentnej wymiany ciepła, jednak pozwala na uproszczoną, jakościową analizę tych przypadków. Jest to możliwe przy założeniu, że całkowity opór cieplny ma miejsce w podwarstwie laminarnej. Na tej podstawie oszacowano grubość rozpatrywanej warstwy:

$$(\delta_T^{\pm})_m = \frac{(\delta_T)_m}{L} = \frac{\lambda}{\alpha_m L} = \frac{1}{(Nu)_m}. \quad (21)$$

Korzystając z tej wielkości poddano analizie kilka punktów pomiarowych obejmowanych przez teorię, a uzyskanych we własnych badaniach. Wyniki przedstawiono w tabeli 2.

Tabela 2

nr. p. pom.	czynnik	Eksperyment			Teoria
		$(Gr)/(Re)^2 \cdot (Pr)^{1/3}$	$(Nu)_m$	$(Nu'_0)_m$	$(Nu'_0)_m$
63	woda	3.081	157.77	161.7	0.648
88	olej	0.398	119.54	117.9	2.666
145	woda	0.099	115.19	104.9	3.823

5. Zakończenie

Przedstawiony model teoretyczny pozwala określić średni w czasie wpływ oscylacji harmonicznego przepływu wzdłuż pionowej ściany zbiornika okrętowego na swobodną konwekcję. Porównanie jego wyników z eksperymentem japońskim [4] przedstawione w tabeli 1 jest zadowalające. Model odnosi się do laminarnego charakteru wymiany ciepła. Wyniki przedstawione w tabeli 2 świadczą również o jego przydatności do analizy turbulentnej wymiany ciepła, i to zarówno pod względem jakościowym, jak i ilościowym. Tendencja zmian wielkości $(Nu'_0)_m$ jest zgodna z wynikami badań — rys. 4, tzn. ze zmniejszaniem się wartości parametru $\frac{(G)}{(Re)^2 \cdot (Pr)^{1/3}}$ wzrasta udział składnika ujmującego wpływ oscylacji w całkowitej wymianie ciepła.

Rozwiązanie uzyskano dla małych zaburzeń pola temperatury, przyjmując ponadto, jako pierwszą iterację, że wielkości stacjonarne są takie, jakie wynikają ze swobodnej konwekcji. Dla małych zaburzeń przybliżenie to uznano za wystarczające. Rozwiązań w szerszym zakresie zmian parametrów poszukiwano na drodze eksperymentalnej, modelując zjawisko pod kątem wykorzystania wyników badań w okrętownictwie.

Bardzo istotne przy opracowywaniu wyników badań okazało się kryterium $\frac{(Gr)}{(Re)^2 \cdot (Pr)^{1/3}}$.

Pozwoliło ono wyróżnić obszary dominacji swobodnej lub wymuszonej konwekcji w badanym zjawisku konwekcji mieszanej a przez to uzyskać poprawne korelacje dla poszczególnych obszarów. Uzyskane korelacje bezwymiarowych liczb kryterialnych mogą być przydatne w praktyce projektowej.

Zaprezentowane w pracy części: teoretyczna i eksperymentalna dają pewien spójny obraz zjawisk wymiany ciepła podczas oscylacji zbiornika i to zarówno pod względem ilościowym, i jakościowym oraz w pewnym stopniu wypełniają lukę w tej dziedzinie wiedzy.

6. Literatura

1. S. ESHGHY, V. S. ARPACI, J. A. CLARK — *The effect of longitudinal oscillations on free convection from vertical surfaces*, Journal of Applied Mechanics, March 1965.
2. R. S. NANDA, V. P. SHARMA — *Free convection laminar boundary layers in oscillatory flow*, Journal of Fluid Mechanics, vol. 15 part 3, 1963.
3. V. M. GALICIEJSKI, A. RYŻOW, E. JAKUS — *Tieplowe i gidradinamiceskie procesy w kolebajuscichsja potokach*, Masinostroenie, Moskwa 1977
4. H. KATŌ — *Effect of rolling on the heat transfer from cargo oil tankers*, J. SNAY, wol. 126, Dec. 1969
5. S. DOERFFER — *Wyniki badań eksperymentalnych wymiany ciepła w zbiorniku podlegającym wymuszeniom harmonicznym*, Zeszyty Naukowe IMP PAN Gdańsk 110/1007/81, 1981
6. S. DOERFFER — *Zagadnienia wpływu oscylacji ośrodka płynnego na konwekcyjne przekazywanie ciepła w zastosowaniu do zbiorników okrętowych transportujących ciecze o dużych lepkościach*, IMP PAN Gdańsk 1983 — praca doktorska

Резюме

ТЕПЛООБМЕН В КОЛЕБЛЮЩИХСЯ ЦИСТЕРНАХ

В статье рассматривается влияние колебаний жидкости на теплоотдачу от вертикальной стенки цистерны. Течение жидкости принято таким, какое следует из гармонических колебаний цистерны. В статье описано влияние таких колебаний на средние по времени значения полей скоростей и температуры, которые описывают теплообмен. Для этого построена математическая модель явления, основанная на уравнениях пограничного слоя. Решение модели получено для ламинарного пограничного слоя и для малых возмущений температурного поля. Теоретические результаты при сравнении с экспериментальными показали удовлетворительную сходимость. Приведенный метод может быть применен для тепловых расчетов судовых цистерн.

Summary

HEAT TRANSFER IN OSCILLATING TANK

The effect of liquid oscillations on the heat transfer to a vertical wall of a tank is considered. The liquid flow along the wall which has been assumed results from rotational, harmonic oscillations of the tank. The influence of these oscillations on the time-averaged quantities i.e. velocity and temperature fields, describing heat transfer is determined. To obtain these quantities a mathematical model based on conservation equations is developed. Solutions for the laminar boundary layer and for small perturbations of the temperature field have been sought. Theoretical results have been compared with experimental ones and there has been obtained satisfactory agreement. This method may be useful for thermal calculations of ship tanks.

Praca została złożona w Redakcji dnia 1 lutego 1984 roku