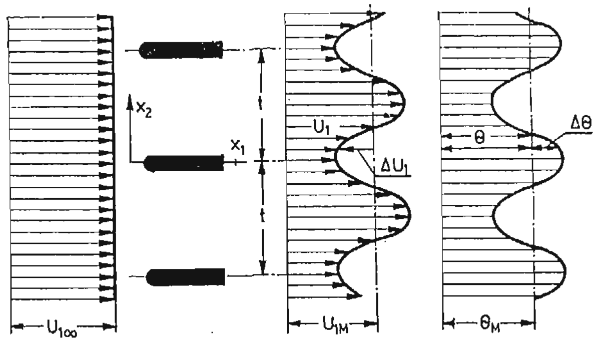
MECHANIKA
TEORETYCZNA
I STOSOWANA
1/2, 22 (1984)

PROCESY TURBULENTNEGO TRANSPORTU PĘDU I CIEPŁA W PRZEPŁYWIE ZAPALISADOWYM

JACEK ZIELIŃSKI

Jednym ze szczególnych zagadnień turbulencji jest ruch płynu w śladach aerodynamicznych za umieszczonymi w przepływie ciałami stałymi. O ile zagadnienie śladów izotermicznych ma już bogatą literaturę przedmiotu o tyle problematyka śladów temperaturowych generowanych przez pojedyncze lub okresowo w przestrzeni rozłożone źródła ciepła jest rozpoznana w znacznie mniejszym stopniu. Typowym przykładem jest tu przepływ burzliwy za palisadą ogrzewanych ciał symetrycznych modelujących nie tylko periodyczne pole prędkości, ale również okresowo zmienne w sensie przestrzennym pole temperatur. Oprócz aspektów czysto poznawczych rozważany przypadek posiada również pewne znaczenie praktyczne np. w ogrzewnictwie (przepływ za nagrzewnicami rurowymi) lub aerodynamice maszyn przepływowych gdzie jednak przy wewnętrznym chłodzeniu łopatek turbin gazowych kierunek przepływu ciepła jest odwrotny.



Rys. 1

Jednymi z niewielu pozycji poświęconych analizie procesów zachodzących w nieizotermicznych przepływach zapalisadowych są eksperymentalne prace TAMAKI i OSHIMY [4] oraz KÜHNA [2]. Autorzy pierwszej z nich w odniesieniu do pól prędkości i temperatur średnich wykazali, że ich niejednorodność — określona przez głębokości śladów obu wielkości fizycznych — zmniejsza się hiperbolicznie w kierunku przepływu, natomiast współczynniki lepkości burzliwej ν_T i turbulentnej dyfuzji ciepła a_T mają zbliżoną wartość i pozostają w przybliżeniu niezmienne w poprzecznych przekrojach strugi, zmniejszając się w kierunku przepływu. Próbę analitycznego opisu pól prędkości i temperatury w tego typu przepływie przedstawiono natomiast w [1]. Analiza rzędów wartości równań turbulentnego transportu pędu i ciepła wykazała, że w dostatecznie dużej odległości za palisadą mogą być one zapisane zgodnie z oznaczeniami z rys. 1 w uproszczonej postaci

$$
\begin{aligned}
U_{1M}\frac{\partial(\Delta U_1)}{\partial x_1} - \frac{\partial}{\partial x_2}\overline{u_1 u_2} &= 0, \\
U_{1M}\frac{\partial(\Delta\Theta)}{\partial x_1} - \frac{\partial}{\partial x_2}\overline{u_2\vartheta} &= 0,
\end{aligned}
\tag{1}
$$

w której wielkość U_{1M} oznacza prędkość uśrednioną w poprzecznym przekroju strugi i stałą w rozważanym obszarze przepływu. Układ równań (1) uzupełniony zostaje zaproponowanymi przez Boussinesq'a związkami określającymi turbulentne naprężenia styczne i gęstość strumienia ciepła w kierunku osi x_1.

$$
\overline{u_1 u_2} = \nu_T\frac{\partial U_1}{\partial x_2}; \qquad \overline{u_2\vartheta} = a_T\frac{\partial\Theta}{\partial x_2}. \tag{2}
$$

Skalarowe wielkości ν_T i a_T określane jako współczynniki turbulentnej dyfuzji pędu ν_T i ciepła a_T charakteryzują intensywność procesów transportu w rozważanym przepływie. Należy zaznaczyć, że bardziej subtelna analiza prowadzona przez niektórych autorów np. [3] pozwala sądzić, że w ogólnym przypadku przepływów trójwymiarowych właściwszym byłoby traktowanie współczynników dyfuzji jako tensorów 2-go rzędu. Dla potrzeb analizowanego tu przepływu płaskiego, w którym gradient tak prędkości jak i temperatury średniej występuje jedynie w kierunku x_2 przyjąć jednak można — jak się to czyni powszechnie — proste zależności (2), które wprowadzone do równań (1) pozwalają wyrazić je w innej nieco formie

$$
\begin{aligned}
U_{1M}\frac{\partial(\Delta U_1)}{\partial x_1} - \frac{\partial}{\partial x_2}\left[\nu_T\frac{\partial(\Delta U_1)}{\partial x_2}\right] &= 0, \\
U_{1M}\frac{\partial(\Delta\Theta)}{\partial x_1} - \frac{\partial}{\partial x_2}\left[a_T\frac{\partial(\Delta\Theta)}{\partial x_2}\right] &= 0.
\end{aligned}
\tag{3}
$$

Załóżmy, że zgodnie z wynikami pracy [4] współczynniki ν_T i a_T wykazują stałość w poprzecznym przekroju strugi oraz, że w rozważanym przepływie istnieje obszar, w którym pola prędkości i temperatury średniej mogą być opisane przy użyciu skal $U_*(x_1)$, $\Theta_*(x_1)$ oraz bezwymiarowych funkcji F i f współrzędnej względnej $\eta = x_2/t$ w postaci

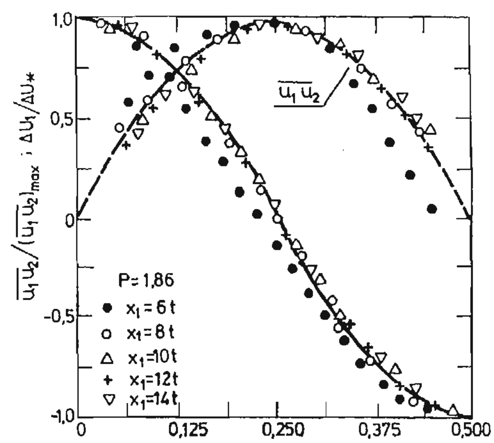
$$
\Delta U_1(x_1 x_2) = U_*(x_1)f(\eta) \qquad \Delta\Theta(x_1 x_2) = \Theta_*(x_1)F(\eta). \tag{4}
$$

Jeżeli przyjmiemy ponadto, że zmienność skal U_* i Θ_* wykazuje w pewnej odległości $x_1 > x_{10}$ charakter potęgowy

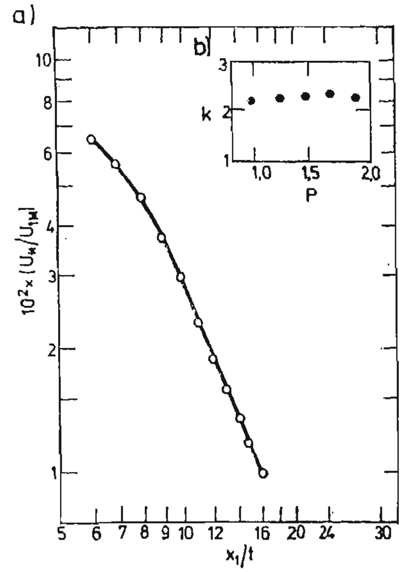
$$
\frac{U_*}{(U_*)_0} = \left(\frac{x_1}{x_{10}}\right)^{-k} \qquad \frac{\Theta_*}{(\Theta_*)_0} = \left(\frac{x_1}{x_{10}}\right)^{-\varkappa}, \tag{5}
$$

wówczas uwzględnienie związków (4) i (5) w równaniach transportu (3) pozwala wyrazić współczynniki turbulentnej dyfuzji pędu i ciepła w formie

$$
\begin{aligned}
\nu_T &= \frac{-kt^2}{x_{10}}\,U_{1M}\frac{f}{F''}\left(\frac{x_1}{x_{10}}\right)^{-1}, \\
a_T &= \frac{-\varkappa t^2}{x_{10}}\cdot U_{1M}\frac{F}{F''}\left(\frac{x_1}{x_{10}}\right)^{-1}.
\end{aligned}
\tag{6}
$$



Rys. 2



Rys. 3

Iloraz tych współczynników określa wartość turbulentnej liczby Prandtla $\mathrm{Pr_T}$. Liczba ta w odróżnieniu od molekularnej liczby Prandtla $\mathrm{Pr} = \nu/a$ nie jest cechą fizyczną płynu i zależeć może od różnych czynników, w pierwszym jednak rzędzie od struktury turbulencji.

Z równań (6) wynika bezpośrednio, że turbulentna liczba Prandtla

$$\mathrm{Pr_T} = \frac{\nu_T}{a_T} = \frac{k}{\varkappa}\frac{fF''}{f''F}, \tag{7}$$

zachowuje stałość w całym rozważanym obszarze przepływu zależąc jednak poprzez wykładniki k i $\varkappa$ od warunków wlotowych, na przykład od turbulencji wstępnej przepływu przed palisadą. Podkreślić należy, że do wyznaczenia wartości współczynników dyfuzji (równania 6) oraz liczby $\mathrm{Pr_T}$ wystarczająca jest znajomość ewolucji jedynie pól wielkości średnich mimo iż zgodnie ze związkami (2) współczynniki ν_T i a_T oraz ich iloraz

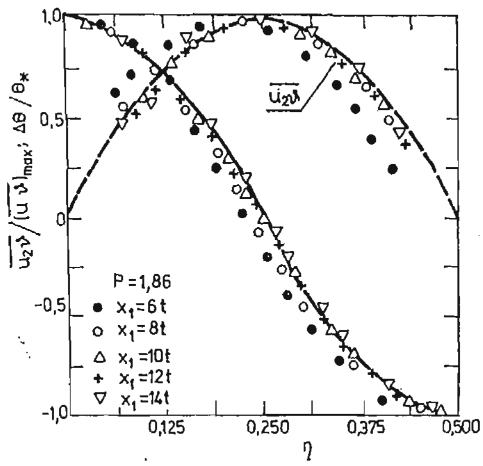
$$\mathrm{Pr_T} = \frac{\overline{u_1u_2}}{\overline{u_2\vartheta}}\frac{\partial\Theta/\partial x_2}{\partial U_1/\partial x_2}, \tag{8}$$

zawierają w sobie informacje o turbulentnych fluktuacjach prędkości i temperatury.

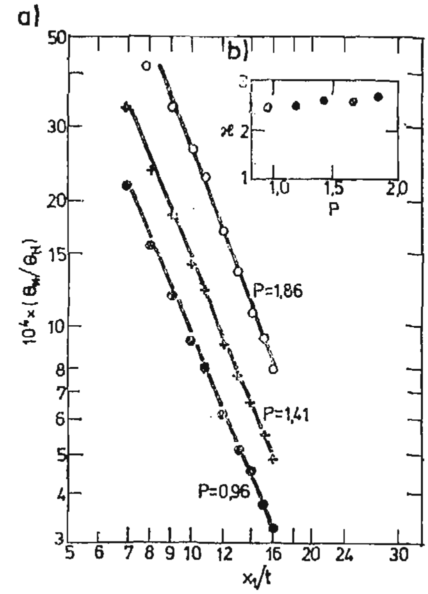
Dla eksperymentalnej weryfikacji związków (6) i (7) przeprowadzono w tunelu aerodynamicznym analizę przepływu za palisadą podgrzewanych płytek (rys. 1) przy czym w trakcie pomiarów zmieniono stopień przegrzewu strugi P definiowany zależnością

$$P = \frac{N/bl}{\varrho U_\infty(c_p\Theta_\infty + U_\infty^2/2)}$$

w której N oznacza moc elektryczną doprowadzoną do każdej z płytek o długości b. W trakcie pomiarów parametr P zawarty był w granicach $P = (0{,}97-1{,}86)$ % co klasy-



Rys. 4



Rys. 5

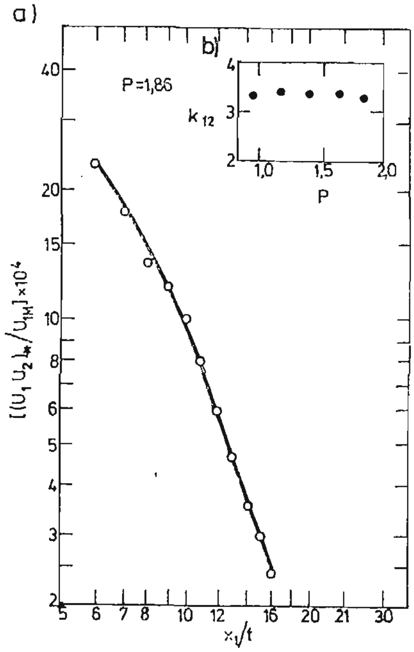
fikuje badany przepływ do grupy strug słabo nieizotermicznych i usprawiedliwia przyjęcie w analizie równań transportu stałej gęstości czynnika. Badaniami objęto obszar strugi $6t < x_1 < 15t$, w którym zgodnie z pracami innych autorów jak i wynikami badań własnych nie występuje już deformacja rozkładu ciśnienia statycznego i spełniony jest warunek P = const.

Materiał pomiarowy obrazujący rozkład funkcji $f(\eta) = \Delta U_1(x_1 x_2)/U_*$ przedstawiono na rys. 2 przy czym w charakterze skali prędkości przyjęto maksymalną różnicę prędkości $U_* = (U_{1max} - U_{1min})/2$. Naniesione tu punkty doświadczalne wykazują, że dla $x_1 > 8$t profile prędkości średniej uniwersalizują się i z dobrym przybliżeniem aproksymowane być mogą funkcją $f(\eta) = \cos 2\pi\eta$.
Rys. 3 na którym stopień niejednorodności pola prędkości średniej $\beta_v = \Delta U_{1max}/U_{1M}$ linearyzuje się w podwójnie logarytmicznym układzie współrzędnych począwszy od $x_1 = 9t$ potwierdza jednocześnie słuszność związku (5) o potęgowym charakterze zanikania skali prędkości $U_*(x_1)$ w kierunku przepływu. Wykładnik potęgowy k nie zależy przy tym praktycznie od stopnia przegrzewu strugi, na co wskazują dane z rys. 3b.

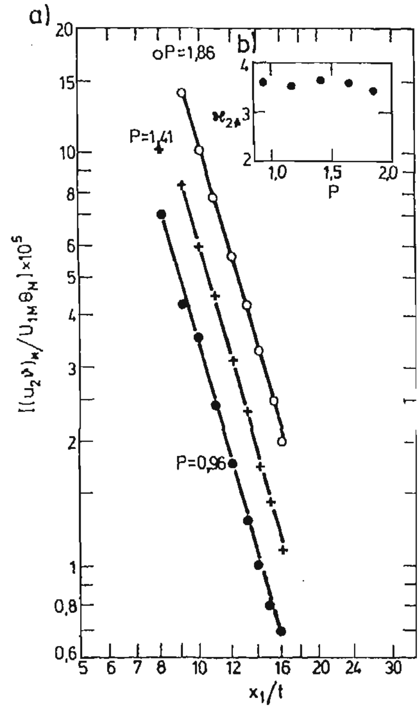
Analogiczne wyniki dotyczące rozwoju pola temperatury średniej przedstawione zostały na rys. 4 i 5. Zredukowane rozkłady tej wielkości począwszy od $x_1 = (8 \div 10)t$ przybierają również kształt cosinusoidy $F(\eta) = \cos 2\pi\eta$, a rolę skali temperaturowej Θ_* spełnia wartość $\Delta\Theta_{max}$.

Identyczność zależności funkcyjnych $f(\eta)$ i $F(\eta)$ sprawia, że prawa strona równania (7) przestaje być zależna od zredukowanej współrzędnej poprzecznej $\eta = x_2/t$ i turbulentną liczbę Prandtla określa bardzo prosta formuła postaci

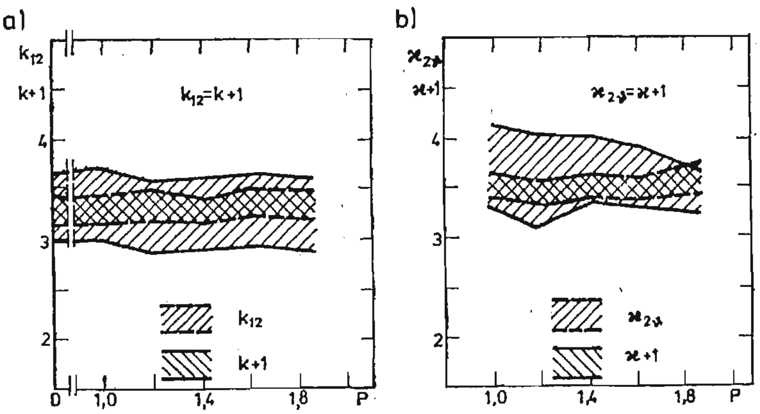
$$\mathrm{Pr}_T = \frac{k}{\varkappa}. \tag{7a}$$



Rys. 6

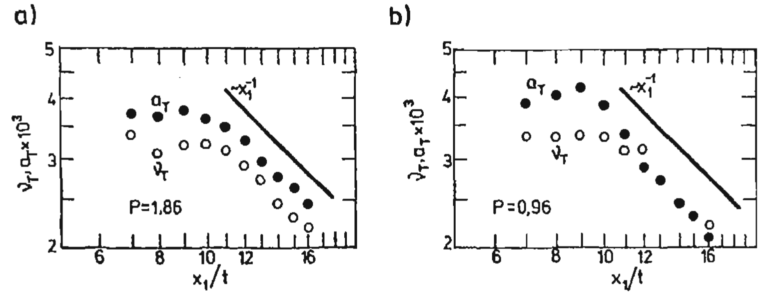


Rys. 7

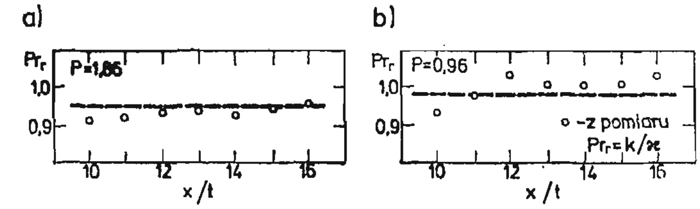


Rys. 8

Na rys. 2 i 4 zawarto ponadto informacje o przestrzennym rozkładzie korelacji $\overline{u_1 u_2}$ (rys. 2) oraz $\overline{u_2 \vartheta}$ (rys. 4) określonych przy użyciu 3 — kanałowej aparatury termoanemometrycznej DISA 55M. Naniesione tu dane wykazują, że dla $x_1 > 8t$ po zredukowaniu względem wartości odpowiednio $(\overline{u_1 u_2})_{max}$ i $(\overline{u_2 \vartheta})_{max}$ punkty pomiarowe podporządkowane różnym odległościom od palisady grupują się wokół wspólnych krzywych. Świadczy to o tym, że w pełni rozwiniętym przepływie zapalisadowym przestrzenne rozkłady naprężeń stycz-



Rys. 9



Rys. 10

nych $\overline{u_1 u_2}$ i turbulentnego strumienia ciepła $\overline{u_2 \vartheta}$ mogą być również opisane przy użyciu skal $(u_1 u_2)_*$, $(u_2 \vartheta)_*$ oraz bezwymiarowych funkcji współrzędnej η w postaci

$$\overline{u_1 u_2}(x_1, x_2) = (u_1 u_2)_*(x_1) f_{12}(\eta); \quad \overline{u_2 \vartheta}(x_1, x_2)(u_2 \vartheta)_*(x_1) F_{2\vartheta}(\eta), \tag{9}$$

analogicznej do zależności (4). Rolę skal spełniają tutaj maksymalne w danym przekroju wartości naprężeń stycznych lub turbulentnych strumieni ciepła. Ewolucję tych skal w kierunku przepływu dla różnych stopni podgrzewu strugi zilustrowano na rys. 6 i 7. Linearyzacja przebiegów pokazanych tu w układzie podwójnie logarytmicznym stanowi jednocześnie wyraz ich potęgowej zależności od współrzędnej wzdłużnej x_1 zgodnie ze związkami

$$\frac{(u_1 u_2)_*}{(u_1 u_2)_{*0}} = \left(\frac{x_1}{x_{10}}\right)^{-k_{12}}; \quad \frac{(u_2 \vartheta)_*}{(u_2 \vartheta)_{*0}} = \left(\frac{x_1}{x_{10}}\right)^{-\varkappa_{2\vartheta}}. \tag{10}$$

Dane z rys. 6 oraz 6b i 7b świadczą również o braku zauważalnego wpływu stopnia przegrzewu na skalę $(u_1 u_2)_*$ i wykładniki k_{12} i $\varkappa_{2\vartheta}$ przy oczywistym zwiększaniu się wartości skali $(u_2 \vartheta)_*$ ze wzrostem parametru P.

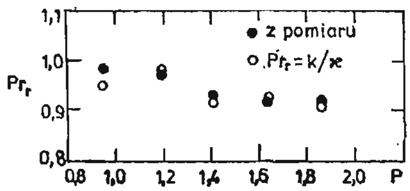
Uwzględnienie związków (5) i (10) w równaniach przyjętego modelu turbulencji (2) i zależnościach (6) nakłada na wartości wykładników skal ruchu średniego i fluktuacyjnego następujące warunki:

$$k+1 = k_{12} \quad \text{i} \quad \varkappa+1 = \varkappa_{2\vartheta}. \tag{11}$$

W celu ich weryfikacji na rys. 8 zestawiono w funkcji współczynnika P sumaryczne wartości wykładników skal stojących po lewej i prawej stronie związków (11). Przytoczone tu wyniki wskazują, że w 95% przedziale ufności warunki te są spełnione dla wszystkich zastosowanych w pracy stopni podgrzewu strugi.

Uzyskane dane pomiarowe pozwoliły na określenie z równań (2) rozkładów współczynników turbulentnej dyfuzji pędu i ciepła w rozważanym obszarze przepływu. Oba współczynniki zachowują praktyczną niezależność od współrzędnej poprzecznej x_2, a w przedziale $x_1 > 10t$ zanikają hiperbolicznie w funkcji współrzędnej x_1 (rys. 9) co potwierdza tendencję wyrażoną związkami (6).

Znajomość określonych w pomiarach wartości ν_T i a_T pozwala na wyznaczenie turbulentnej liczby Prandtla $\mathrm{Pr_T}$. Wyniki pomiarów porównano na rys. 10 z rezultatami wyprowadzonego przez autora wzoru (7a) wykazują nie tylko zaskakującą zgodność ale i potwierdzają przestrzenną niezmienność liczby $\mathrm{Pr_T}$, niezależną przy tym praktycznie (rys. 11) od stopnia przegrzewu strugi.



Rys. 11

Przytoczone w pracy rozważania wykazały, że współczynniki turbulentnego transportu pędu ν_T i ciepła a_T są praktycznie stałe w poprzecznych przekrojach strugi. Zanikają w kierunku przepływu odwrotnie proporcjonalnie do współrzędnej x_1 ze współczynnikami proporcjonalności odpowiednio k i $\varkappa$ mogącymi zależeć od warunków wlotowych np. poziomu turbulencji wstępnej. Wyprowadzony w pracy wzór (7a) daje dobre oszacowanie turbulentnej liczby Prandtla i pozwala ją wyznaczyć z kształtu pól wielkości średnich odpowiednio prędkości i temperatury.

Spis ważniejszych oznaczeń

a_T — współczynnik turbulentnej dyfuzji ciepła
b — szerokość obszaru pomiarowego
k — wykładnik potęgowy
t — podziałka palisady
U_1 — prędkość średnia przepływu
Θ — temperatura średnia
u_1, u_2 — składowe fluktuacyjne prędkości
ϑ — składowa fluktuacyjna temperatury
$\varkappa$ — wykładnik potęgowy
ν_T — współczynnik lepkości burzliwej

Indeksy

∞ — dotyczy parametrów strugi dolotowej
M — dotyczy wartości uśrednionych w zakresie jednej podziałki palisady

Literatura cytowana w tekście

1. J. W. Elsner, J. Zieliński, *Studium pól prędkości i temperatury za palisadą podgrzewanych ciał symetrycznych.* Materiały sympozjum „Doświadczalne Badania Przepływów", Częstochowa, 1974.
2. W. Kühn, *Untersuchungen zum turbulenten Wärmetransport in Abhängigkeit von der Grobstruktur der Turbulenz,* opracowanie pod redakcją M. Hoffmeister'a, Berlin 1979, Akademie-Verlag.
3. J. O. Hinze, *Turbulence, Second Edition,* Mc Graw Hill N. Y. 1975.
4. H. Tamaki, K. Oshima, *Experimental Studies on the Wake Behind a Row of Heated Parallel Rods,* Proceedings of the 1-st Congress for App. Mech., 1951.

Р е з ю м е

ПРОЦЕССЫ ТУРБУЛЕНТНОГО ТРАНСПОРТА КОЛИЧЕСТВА ДВИЖЕНИЯ И ТЕПЛА В ТЕЧЕНИИ ЗА РЕШЕТКОЙ ПЛИТ

Представлены результаты экспериментальных исследований изменяемости коэффициентов турбулентного транспорта количества движения и тепла области основного неизотермического течения за решеткой.

Экспериментальные данные сравнено с результатами вычислений вытекающих из семи--подобия турбулентных течений.

S u m m a r y

THE TURBULENT HEAT AND MOMENTUM TRANSFER BEHIND A ROW OF BLADES

The paper presents the results of experiments concerning the behaviour of the coefficient of turbulent momentum and heat transfer in the fully developed, nonisothermal flow behind a row of blades the results obtained have been compared with the predictions based on the self — similarity concept.

Praca zostala zlożona w Redakcji dnia 20 maja 1983 roku