

## IDEALNIE SPRĘŻYSTO-PLASTYCZNA TARCZA O PROFILU HIPERBOLICZNYM

KRZYSZTOF SZUWALSKI — (KRAKÓW)

### 1. Wstęp

Ogólne zagadnienie teorii plastyczności polega na transformacji zależności między naprężeniem i odkształceniem na poziomie punktu, na zależność między obciążeniem zewnętrznym a pewnym charakterystycznym uogólnionym przemieszczeniem na poziomie całego ciała. Dokonuje się tej transformacji wykorzystując warunki równowagi, odpowiednie warunki brzegowe, prawa fizyczne i związki geometryczne. Najczęściej na poziomie punktu dopuszcza się nieograniczony wzrost odkształceń, jak to ma miejsce w przypadku ciał idealnie i asymptotycznie idealnie plastycznych. Jak długo przemieszczenia są określone jednoznacznie, układ może przenosić obciążenia, czyli pracuje jako konstrukcja nośna. Jeżeli w jakimś punkcie przemieszczenia stają się nieokreślone, oznacza to, że pojawił się pewien mechanizm zniszczenia i została wyczerpana nośność graniczna układu.

Określenie nośności granicznej układu należy do najważniejszych zadań teorii plastyczności. Nie zawsze jednak istnieje rozwiązanie tego zadania. Przykłady zagadnień, w których nie można było wyznaczyć nośności granicznej układu bez przyjęcia pewnych, niedopuszczalnych nieciągłości pola przemieszczeń podał Shoemaker [2, 3]. Życzkowski i Szuwalski [4] zaproponowali nazwać obciążenie, przy którym pojawiają się niedopuszczalne nieciągłości przemieszczeń (nieciągłości przemieszczeń w kierunku normalnym do powierzchni nieciągłości) — nośnością rozdzielczą układu. Nazwa ta ma uzasadnienie w fakcie, że niedopuszczalne nieciągłości przemieszczeń prowadzą do dekohezji — rozdzielenia dwóch części układu. Zatem nośność rozdzielcza określa faktyczną nośność układu jako całości.

W pracach Szuwalskiego można znaleźć rozwiązania problemu wyznaczania nośności rozdzielczej dla statycznie niewyznaczalnych układów prętowych [6] i dla płaskich tarcz ze sztywną inkluzją [5]. W obu przypadkach rozpatrywano możliwość ewentualnej dalszej pracy układu dekohezji. Szczęólnego znaczenia nabiera nośność rozdzielcza w przypadku obciążeń czysto cieplnych [8], kiedy nośność graniczna układu w ogóle nie istnieje w wyniku wzajemnego kompensowania się odkształceń cieplnych i plastycznych.

W dotychczasowych badaniach [5] i [8] efekt dekohezji w układach tarczowych był wynikiem niejednorodności stanów naprężenia i odkształcenia wywołanych niejednorodnością samej tarczy — idealnie sztywną inkluzją. Celem niniejszej pracy jest zbadanie wpływu na nośność rozdzielczą zmiennej w sposób ciągły grubości tarczy, jak również wpływu podatności części środkowej tarczy.

## 2. Zakres sprężysty i nośności sprężysta

Warunek równowagi wewnętrznej dla tarczy kołowo-symetrycznej o zmiennej grubości  $h(r)$ , po wyrażeniu występujących w nim naprężeń przez przemieszczenie promieniowe  $u$ , przy pomocy prawa Hooke'a, przyjmuje ogólną postać

$$\frac{d^2u}{dr^2} + \frac{1}{r} \left( 1 + \frac{r}{h} \cdot \frac{dh}{dr} \right) \frac{du}{dr} - \frac{1}{r^2} \left( 1 - \nu \frac{r}{h} \cdot \frac{dh}{dr} \right) u = 0. \quad (2.1)$$

Równanie to, w którym  $\nu$  oznacza liczbę Poissona, daje się scałkować w sposób ścisły tylko dla tarczy płaskiej lub tarczy o profilu hiperbolicznym. Rozwiązania dla tych przypadków podaje między innymi S. D. Ponomariew [1]. Przy założeniu, że grubość tarczy zmienia się zgodnie z prawem

$$h(r) = h_0 \left( \frac{r}{h_0} \right)^{-\kappa}, \quad (2.2)$$

w którym wykładnik potęgowy  $\kappa$  jest liczbą dodatnią, całka ogólna równania (2.1) jest równa

$$u = Cr^m + \frac{D}{r^n}, \quad (2.3)$$

przy czym dodatnie wykładniki potęgowe równają się

$$\begin{aligned} m &= \sqrt{\frac{\kappa^2}{4} + \nu\kappa + 1} + \frac{\kappa}{2}, \\ n &= \sqrt{\frac{\kappa^2}{4} + \nu\kappa + 1} - \frac{\kappa}{2}. \end{aligned} \quad (2.4)$$

Naprężenia w takiej tarczy opisane są wzorami

$$\begin{aligned} \sigma_r &= \frac{E}{1-\nu^2} \left[ C(m+\nu)r^{m-1} + \frac{D(\nu-n)}{r^{n+1}} \right], \\ \sigma_\theta &= \frac{E}{1-\nu^2} \left[ C(1+\nu m)r^{m-1} + \frac{D(1-\nu n)}{r^{n+1}} \right], \end{aligned} \quad (2.5)$$

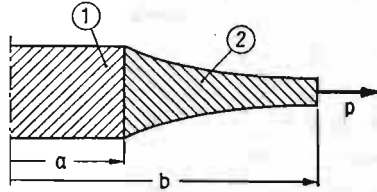
gdzie  $E$  oznacza moduł Younga. Naprężenie w kierunku prostopadłym do powierzchni środkowej tarczy  $\sigma_z$  przyjmujemy równe zero. Stałe całkowania  $C$  i  $D$  należy wyznaczyć z warunków brzegowych.

Przedstawione powyżej rozwiązanie ma poważną nieściśłość, gdyż założenie płaskiego stanu naprężenia stoi w wyraźnej sprzeczności z bardzo szybką zmianą grubości tarczy w pobliżu jej środka, gdzie zmierza ona do nieskończoności. W celu wyeliminowania tej sprzeczności zajmiemy się tarczą złożoną z połączonych trwale dwóch części: środkowej o stałej grubości i zewnętrznego pierścienia, w którym grubość zmienia się hiperbolicznie zgodnie z prawem (2.2) — rys. 1. Rozważymy najogólniejszy przypadek, kiedy każda z części wykonana jest z innego materiału. Wielkości odnoszące się do części płaskiej będą oznaczane indeksem 1, a dotyczące części hiperbolicznej — 2.

Przy założeniu sprężystości odkształceń dla części płaskiej dla  $0 \leq r \leq a$  obowiązują znane rozwiązania Lamégo — we wzorach (2.3) i (2.5) należy przyjąć  $m = n = 1$ , nato-

miast dla części hiperbolicznej dla  $a \leq r \leq b$  wykładniki potęgowe  $m$  i  $n$  określają wzory (2.4). Do wyznaczenia stałych  $C_1$  i  $D_1$  w części środkowej oraz  $C_2$  i  $D_2$  w pierścieniu zewnętrznym posłużą nam następujące warunki brzegowe:

$$\begin{aligned} \text{dla } r = 0 \quad \sigma_{r_1} = \sigma_{\theta_1} \rightarrow D_1 = 0; \\ \text{dla } r = a \quad \sigma_{r_1} = \sigma_{r_2}; \quad u_1 = u_2; \\ \text{dla } r = b \quad \sigma_{r_2} = p. \end{aligned} \quad (2.6)$$



Rys. 1

Jak z nich wynika, w płaskiej części występuje jednorodny stan naprężenia, natomiast w interesującej nas części hiperbolicznej rozkład naprężeń jest określony wzorami:

$$\begin{aligned} \sigma_{r_1} &= p \frac{\varrho^{m-1} [(m+\nu_2) + \eta(1-\nu_1)] - \varrho^{-n-1} [\eta(1-\nu_1) - (n-\nu_2)]}{\beta^{m-1} [(m+\nu_2) + \eta(1-\nu_1)] - \beta^{-n-1} [\eta(1-\nu_1) - (n-\nu_2)]} \\ \sigma_{\theta_1} &= p \frac{\varrho^{m-1} n [(m+\nu_2) + \eta(1-\nu_1)] + \varrho^{-n-1} m [\eta(1-\nu_1) - (n-\nu_2)]}{\beta^{m-1} [(m+\nu_2) + \eta(1-\nu_1)] - \beta^{-n-1} [\eta(1-\nu_1) - (n-\nu_2)]} \end{aligned} \quad (2.7)$$

w których  $\eta$  oznacza stosunek modułów sprężystości,  $\beta$  — promieni,  $\varrho$  zaś — bezwymiarowy promień:

$$\eta = \frac{E_1}{E_2}; \quad \beta = \frac{b}{a}, \quad \varrho = \frac{r}{a}. \quad (2.8)$$

W celu ustalenia nośności sprężystej tarczy obliczymy kwadrat intensywności naprężeń wg hipotezy Hubera-Misesa-Hencky'ego:

$$\begin{aligned} \sigma_e^2 &= \frac{p^2}{M^2} \{ \varrho^{2m-2} [(m+\nu_2) + \eta(1-\nu_1)]^2 (1-n+n^2) + \varrho^{-2n-2} [\eta(1-\nu_1) - \\ &\quad - (n-\nu_2)]^2 (1+m^2+m) + \varrho^{m-n-2} [\eta(1-\nu_1) + (m+\nu_2)] \cdot \\ &\quad \cdot [\eta(1-\nu_1) - (n-\nu_2)] (2mn-2-m+n) \}; \end{aligned} \quad (2.9)$$

przez  $M$  oznaczono tutaj mianownik wzorów (2.7). Ponieważ ta funkcja nie ma maksimum w przedziale  $1 \leq \varrho \leq \beta$ , przeto proces uplastycznienia może się zacząć tylko na jednym z brzegów, dla  $\varrho = 1$  lub  $\varrho = \beta$ . Intensywności naprężeń na brzegach są równe:

$$\begin{aligned} \sigma_{e(r=a)} &= \frac{p(m+n)}{M} \{ 1 - [\nu_2 + \eta(1-\nu_1)] + [\nu_2 + \eta(1-\nu_1)]^2 \}^{\frac{1}{2}}, \\ \sigma_{e(r=b)} &= \frac{p}{M} \{ \beta^{2m-2} (1-n+n^2) [m+\nu_2 + \eta(1-\nu_1)]^2 - \beta^{m+n-2} (1-2\nu_2) \cdot \\ &\quad \cdot [\eta^2(1-\nu_1)^2 + \eta(1-\nu_1)(\nu_2 - 2\nu_2) - (1-\nu_2)^2] + \beta^{-2n-2} (1+m+m^2) [\eta(1-\nu_1) - (n-\nu_2)] \}^{\frac{1}{2}} \end{aligned} \quad (2.10)$$

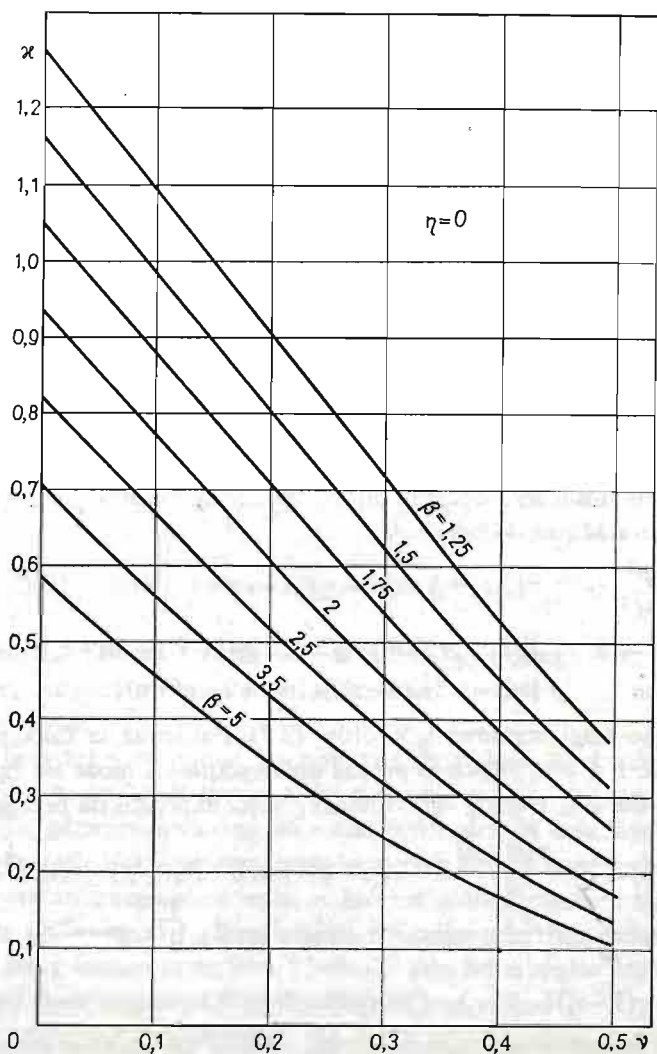
Przyrównanie prawej strony jednego z tych równań do wartości granicy plastyczności  $\sigma_0$  pozwala określić nośność sprężystą tarczy. Aby ustalić, które z równań należy wyko-

rzystać, porównamy intensywności naprężeń na obu brzegach części hiperbolicznej tarczy, co prowadzi do równania:

$$\beta^{2(m+n)}(1-n+n^2)[m+\nu_2+\eta(1-\nu_1)]-\beta^{m+n}\kappa(1-2\nu_2)[\eta^2(1-\nu_1)^2-(1-\nu_2)^2+\eta(1-\nu_1)(\kappa-2\nu_2)]+\beta^{2n-2}(m+n)^2\{1-[\nu_2+\eta(1-\nu_1)]+[\nu_2+\eta(1-\nu_1)]^2\}+(1+m+m^2)[\eta(1-\nu_1)-(n-\nu_2)]^2=0 \quad (2.11)$$

Łatwo sprawdzić, że w szczególnym przypadku, dla tarczy jednorodnej, gdy  $\eta = 1$  i  $\nu_1 = \nu_2$ , równanie to może być spełnione wyłącznie dla wykładnika potęgowego  $\kappa = 1$ , a co za tym idzie,  $m = n = 1$ , czyli dla tarczy płaskiej. Uplastyczni się wtedy równocześnie cała tarcza i układ osiągnie swoją nośność graniczną. Równanie (2.11) było rozwiązywane numerycznie. Poszukiwano wykładnika potęgowego  $\kappa$  spełniającego to równanie dla różnych wartości parametrów  $\beta$ ,  $\eta$  i  $\nu_1 = \nu_2$ . Wyniki zostały przedstawione graficznie.

Wykres (rys. 2) przedstawiony na płaszczyźnie  $\eta = 0$  (środek idealnie sztywny) obra-

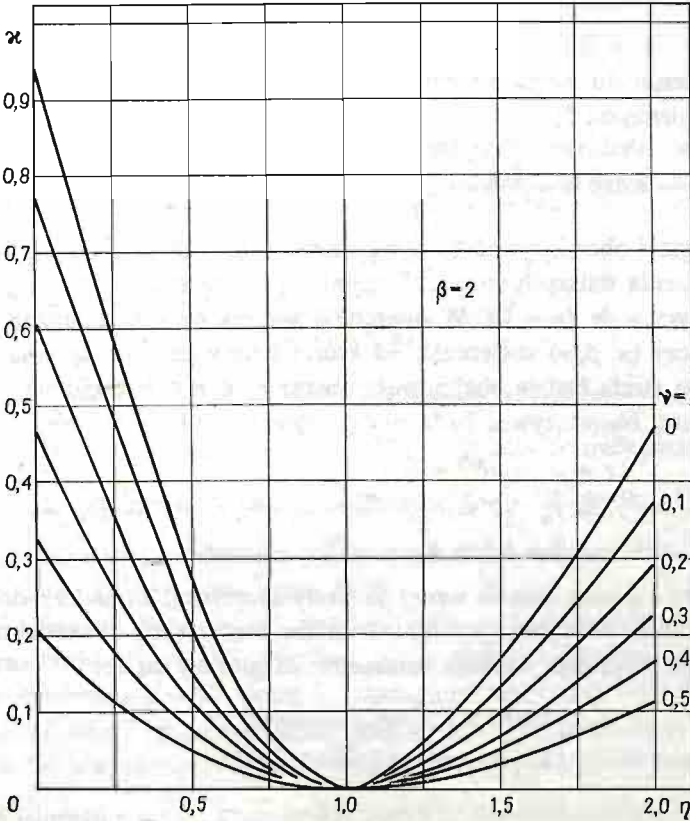


Rys. 2

zuje zależność  $\kappa$  od liczby Poissona  $\nu$ . Na tym wykresie, jak i na następnym, gdy wykładnik potęgowy będzie większy od leżącego na linii granicznej, uplastycznienie rozpocznie się od strony promienia zewnętrznego  $b$ , natomiast dla  $\kappa$  mniejszych (tarcza bardziej płaska) strefa plastyczna będzie się rozwijała od promienia  $a$ . Z wykresu wynika, że graniczna wartość  $\kappa$  obniża się bardzo wyraźnie ze wzrostem stopnia nieściśliwości materiału.

Również zwiększenie  $\beta$  (stosunkowo szerszy pierścień hiperboliczny) wpływa na zmniejszenie granicznego  $\kappa$ .

Przebieg linii stałego  $\nu$  na wykresie (rys. 3) (dla  $\beta = 2$ ) wskazuje, że zarówno środek sztywniejszy od części zewnętrznej ( $\eta < 1$ ), jak i podatniejszy ( $\eta > 1$ ) powoduje zwiększe-



Rys. 3

nie wyężenia na brzegu wewnętrznym dla  $r = a$ . Aby osiągnąć takie samo wyężenie na brzegu zewnętrznym, należy tam ująć nieco materiału, tym więcej, im bardziej  $\eta$  różni się od 1 i im ściśliwszy jest materiał. Wszystkie krzywe osiągają dla  $\eta = 1$  minimum równe zero (tarcza płaska, jednorodna).

### 3. Zakres sprężysto-plastyczny i nośność rozdzielcza

Dalszy wzrost obciążenia ponad nośność sprężystą  $\bar{p}$  może spowodować pojawienie się strefy odkształceń plastycznych, chociaż nie zawsze ta strefa będzie się mogła rozwinąć,

co dalej zostanie wykazane. W strefie plastycznej przyjmiemy jako obowiązujący warunek plastyczności Hubera-Misesa-Hencky'ego, Wykorzystamy trygonometryczną parametryzację tego warunku typu Nadai-Sokołowskiego:

$$\sigma_r = \frac{2}{\sqrt{3}} \sin \zeta, \quad \sigma_\theta = \frac{2}{\sqrt{3}} \sin \left( \zeta + \frac{\pi}{3} \right), \quad (3.1)$$

gdzie  $\zeta$  jest parametrem, którego rozkład w funkcji promienia należy określić. Dokonamy tego w oparciu o warunek równowagi wewnętrznej, który dla tarczy hiperbolicznej przyjmuje postać:

$$r \frac{d\sigma_r}{dr} + \sigma_r(1-\nu) + \sigma_\theta = 0. \quad (3.2)$$

Po podstawieniu do niego wzorów (3.1) i po scałkowaniu można znaleźć zależność odwrotną: promienia od  $\zeta$ :

$$r = k \exp \left( \frac{\sqrt{3} \zeta}{2\nu^2 - 2\nu + 2} \right) \sin \left( \frac{2\nu - 1}{2\nu^2 - 2\nu + 2} \right) \left[ \zeta + \operatorname{arctg} \left( \frac{\sqrt{3}}{2\nu - 1} \right) \right]. \quad (3.3)$$

W strefie sprężystej obowiązywać będą wyprowadzone wcześniej wzory (2.3)÷(2.5).

Dla uproszczenia dalszych rozważań zajmiemy się tarczą hiperboliczną osadzoną na idealnie sztywnym wale ( $\eta = 0$ ). W oparciu o wykres na rys. 2 można dla ustalonych parametrów tarczy ( $\nu$ ,  $\beta$ ,  $\nu$ ) stwierdzić, od której strony zacznie się pojawiać strefa plastyczna. Jeżeli ta strefa będzie obejmowała obszar  $r_* \leq r \leq b$ , część zaś wewnętrzna pozostanie sprężysta, obowiązywać będą następujące warunki brzegowe:

$$\begin{aligned} r = a & \quad u^{(e)} = 0 \\ r = r_* & \quad \zeta = \zeta_*, \quad \sigma_r^{(e)} = \sigma_r^{(p)}, \quad \sigma_\theta^{(e)} = \sigma_\theta, \\ r = b & \quad \zeta = \zeta_b, \quad \sigma_r^{(p)} = p = q\sigma_0, \end{aligned} \quad (3.4)$$

w których indeks  $e$  u góry określa wzory ze strefy sprężystej, a indeks  $p$  dotyczy wielkości w strefie plastycznej. Po wykorzystaniu warunków brzegowych dochodzimy do równania przestępnego, określającego wartość parametru na granicy stref:

$$\frac{(2m+1 + \sqrt{3} \operatorname{ctg} \zeta_*)(n-\nu)a^{m+n}}{(2n-1 - \sqrt{3} \operatorname{ctg} \zeta_*)(m+\nu)r_*^{m+n}} = 1, \quad (3.5)$$

przy czym

$$r_* = b \exp \left[ \frac{\sqrt{3} (\zeta_* - \zeta_b)}{2\nu^2 - 2\nu + 2} \right] \left\{ \frac{\sin \left[ \zeta_* + \operatorname{arctg} \left( \frac{\sqrt{3}}{2\nu - 1} \right) \right]}{\sin \left[ \zeta_b + \operatorname{arctg} \left( \frac{\sqrt{3}}{2\nu - 1} \right) \right]} \right\}^{\left( \frac{2\nu - 1}{2\nu^2 - 2\nu + 2} \right)}. \quad (3.6)$$

Wartość parametru na promieniu zewnętrznym  $\zeta_b$  jest określona przez obciążenie:

$$\zeta_b = \arcsin \left( \frac{\sqrt{3}}{2} q \right). \quad (3.7)$$

W przypadku gdy w miejscu pierwszego uplastycznienia spełniony będzie warunek,

że naprężenie promieniowe będzie dwa razy większe od obwodowego, wówczas w tym miejscu odkształcenie promieniowe będzie zmierzać do nieskończoności, na co zwrócił uwagę Życzkowski [7]. Kontynuacja procesu musiałaby się wiązać ze skokową zmianą w tym miejscu przemieszczenia promieniowego. Ponieważ jest to nieciągłość niedopuszczalna, wystąpi kres ciągłego rozwiązania. Układ osiągnie swą nośność rozdzielczą pokrywającą się z nośnością sprężystą. Warunek natychmiastowej dekohezji, aby w miejscu pierwszego uplastycznienia parametr  $\zeta$  był równy  $\frac{\pi}{2}$ , przyjmie postać:

$$\beta^{m+n} = \frac{(1+2m)(\nu-n)}{(1-2n)(m+\nu)}. \quad (3.8)$$

W szczególnym przypadku dla pełnej tarczy hiperbolicznej ( $\beta \rightarrow \infty$ ) warunek ten będzie spełniony dla  $n = \frac{1}{2}$ .

Ponieważ dyskutujemy przypadek, gdy pierwsze uplastycznienie wystąpi na promieniu zewnętrznym  $b$ , zatem odpowiednią nośność rozdzielczą określi wzór (3.7) z podstawieniem  $\zeta_b = \frac{\pi}{2}$ :

$$\hat{q} = \frac{2}{\sqrt{3}} \sin \frac{\pi}{2} = 1,1546. \quad (3.9)$$

Jeśli parametr  $\zeta$  na brzegu zewnętrznym ma wartość różną od  $\frac{\pi}{2}$ , dalszy wzrost obciążenia będzie powodował powstawanie w pobliżu promienia  $b$  strefy plastycznej. W miarę jej rozwoju wartość parametru  $\zeta_b$  będzie się zbliżała do  $\frac{\pi}{2}$ . Z chwilą gdy wartość ta zostanie osiągnięta, proces zostanie zakończony, gdyż układ osiągnie swą nośność rozdzielczą i zawsze będzie ona określona przez (3.9).

Jak można odczytać z wykresu 2, przy odpowiednich parametrach geometrycznych tarczy  $\alpha$  i  $\beta$  oraz liczbie Poissona  $\nu$ , możliwe jest rozpoczęcie procesu uplastycznienia od promienia wewnętrznego  $a$ . Dla tarczy osadzonej na sztywnym wale ( $\eta = 0$ ) stosunek naprężeń promieniowego do obwodowego jest w zakresie sprężystym na promieniu  $a$  stały i równy  $\nu$ . Do natychmiastowej dekohezji na promieniu  $a$  może więc dojść tylko dla materiału nieściśliwego  $\nu = \frac{1}{2}$ , co pokrywa się z wynikami dla tarczy płaskiej [5]. W przypadku materiału ściśliwego, wyczerpanie nośności rozdzielczej będzie zawsze poprzedzone wcześniejszym rozwojem strefy uplastycznionej.

#### 4. Uwagi końcowe

Nie zawsze dopuszczenie możliwości nieograniczonego wzrostu odkształceń na poziomie punktu ciała pozwala na osiągnięcie nośności granicznej — dowolnie dużych przemieszczeń. W przypadku niejednorodności stanu odkształcenia zależność między obciążeniem zewnętrznym a przemieszczeniem może być ograniczona. Niejednorodność stanu

одkształcenia może być wywołana w przypadku jednorodnego materiału przez jego odpowiednie ukształtowanie.

W pracy posłużono się modelem ciała idealnie sprężysto-plastycznego. Należy się jednak spodziewać, że podobne efekty będzie można uzyskać dla niektórych praw asymptotycznie idealnej plastyczności, tj. praw, w których zmierzaniu do nieskończoności odkształcenia odpowiada ciągły wzrost naprężenia, które asymptotycznie zbliża się do pewnej ustalonej wartości.

W przypadku dostatecznie szybkiego zmierzania naprężeń do granicznej wartości również może wystąpić kres istnienia rozwiązania ciągłego.

Dalszym krokiem w kierunku uściślenia badań nad efektem nośności rozdzielczej byłoby zastosowanie teorii odkształceń skończonych. Wynika to z wewnętrznej niespójności teorii stosowanej, gdzie stojąc na gruncie teorii odkształceń małych badamy zjawisko zmierzania odkształceń do nieskończoności. Jednakże zastosowanie ściślejszej teorii nie wprowadzi żadnych istotnych zmian jakościowych, a nawet spowoduje obniżenie nośności rozdzielczej [9].

#### Spis literatury

1. S. D. PONOMARIEW, *Współczesne metody obliczeń wytrzymałościowych w budowie maszyn*, PWN, Warszawa 1957.
2. B. M. SHOEMAKER, *Some paradoxes associated with elastic-plastic limit load analysis*. Arch. Mech. Stos., 4, 20, 1963.
3. B. M. SHOEMAKER, *On velocity discontinuities in elastic-plastic boundary value problems*, Arch. Mech. Stos., 26, 1974.
4. K. SZUWALSKI, M. ŻYCZKOWSKI, *On the phenomenon of decohesion in perfect plasticity*, Int. J. Solide Struct. vol., 9, 85 - 98, 1973.
5. K. SZUWALSKI, *Nośność rozdzielcza pierścieniowej tarczy kolowo-symetrycznej ze sztywną inkluzją*, MTiS 4, 17, 589 - 602, 1979.
6. K. SZUWALSKI, *Nośność rozdzielcza statycznie niewyznaczalnych układów prętowych z materiału asymptotycznie idealnie plastycznego*, R. I., 2, 28, 177 - 189, 1980.
7. M. ŻYCZKOWSKI, *Certain general equations for plane circularly symmetrical plastic states*, Arch. Mech. Stos., 10, 1958.
8. M. ŻYCZKOWSKI, K. SZUWALSKI, *Decohesive carrying capacity in thermal stress problems*, Trans. „3-rd. Int. Conf.” Structural Mechanics in Reactor Technology” vol. 5, part. L, paper L/2/4, London 1973.
9. M. ŻYCZKOWSKI, K. SZUWALSKI, *On the Termination of the Process of Finite Plastic Deformations*, Journal de Mecanique Theorique et Appliquee, Numero Special, 175 - 186, 1982.

#### Резюме

#### ИДЕАЛЬНО УПРУГО-ПЛАСТИЧЕСКИЙ ДИСК ГИПЕРБОЛИЧЕСКОГО ПРОФИЛЯ

Для диска, которого толщина изменяется гиперболическим образом, определена нагрузка при которой выступает прерывность радиальных перемещений, из-за направления к бесконечности радиальных деформаций. Согласно предложению К. Шувальского и М. Жичковского [4] эта нагрузка определяет перерасщепление такого диска. Для избежания бесконечной толщины диска в ее середине, рассматривается диск состоящий из двух частей: центральной постоянной толщины и наружной гиперболической. Для общего случая, когда обе части выполнены из разных материалов, рассмотрена возможность возникновения процесса пластификации снаружи ли-



бо на стыковке обеих частей. Для обоих случаев определены условия возникновения несущей способности системы, с особенным учетом непременной декогезии, без развития пластифицированной зоны.

### S u m m a r y

#### PERFECTLY ELASTIC-PLASTIC HYPERBOLIC DISK

For a disk with hyperbolically variable thickness, the loading parameter at which inadmissible discontinuities of radial displacement  $u$  occur, is evaluated. These discontinuities result from an infinite increase of the radial strain  $\epsilon_r$ . K. Szuwalski and M. Życzkowski [4] proposed to call that loading parameter the „decohesive carrying capacity”. To avoid infinitely large thickness at the centre of the disk, the paper considers a disk consisting of two parts: the inner of constant thickness, and the outer of hyperbolic profile. For a general case, when both parts are made of different materials, the possibility of initiation of the plastification process from either the radius of connection of both parts or the outer radius is investigated. For both cases the conditions of occurring inadmissible discontinuities of displacements are formulated, particularly when the plastic zone does not spread.

*Praca została złożona w Redakcji dnia 7 lutego 1980 roku*