

DOŚWIADCZALNA ANALIZA NAPRĘŻEŃ TERMOSPĘŻYSTYCH METODĄ ELASTOOPTYCZNA

ZDZISŁAW DYLAĞ

Politechnika białostocka

ZBIGNIEW ORŁOŚ

WAT Warszawa

1. Wprowadzenie

Analiza naprężeń termosprężystych ma duże znaczenie dla wielu dziedzin techniki. Między innymi naprężenia te należy uwzględniać w przypadku urządzeń i maszyn energetycznych; silników spalinowych, pojazdów mechanicznych, samolotów oraz elementów konstrukcji budowlanych. Naprężenia termosprężyste można określać metodami zarówno teoretycznymi, jak i doświadczalnymi.

Spśród metod teoretycznych wyróżniają się ze względu na rozwój elektronicznej techniki obliczeniowej metody numeryczne z metodą elementów skończonych na czele.

Z metod doświadczalnych stosowanych w rozpatrywanych zagadnieniach można wymienić metodę opartą na zastosowaniu tensometrii elektrorezystancyjnej [16] oraz metody optyczne [1] ÷ [15], [18]. W tych ostatnich najczęściej posługujemy się modelami wykonanymi z optycznie czułych materiałów prześwielanych światłem spolaryzowanym. Analiza otrzymanych w tego rodzaju badaniach prążków interferencyjnych przy równoczesnym pomiarze temperatur w różnych punktach modelu prowadzi do określenia naprężeń termosprężystych w stanach stacjonarnych i niestacjonarnych. Omawianą metodę stosowali autorzy w kilku pracach [4] ÷ [8], [19]. Niektóre z otrzymanych w nich wyników będą przykładowo zwięźle naświetlone i przedyskutowane dla uzyskania wniosków o przydatności i kierunkach rozwoju tej metody. Nie siląc się na chronologiczny opis prac w tej dziedzinie można wymienić niektóre bardziej charakterystyczne badania prowadzone przez różnych autorów. Z dawniejszych prac podstawowe znaczenie mają badania G. GERARDA, A. C. GILBERTA, H. TRAMPSCHA [1], [2]. Prace te dotyczyły zastosowania elastooptyki do rozwiązywania zarówno płaskich, jak i przestrzennych zagadnień termosprężystych.

Zagadnienie rozkładu naprężeń w elementach z karami podlegających nagłym obciążeniom cieplnym rozpatrywał H. BECKER w pracy [3]. W wyniku rozważań teoretycznych oraz przeprowadzonych doświadczeń elastooptycznych stwierdził, że w jednorodnych elementach płaskich górną granicę naprężenia termosprężystego stanowi wartość $\beta E \Delta T$.

gdzie: β — współczynnik rozszerzalności cieplnej materiału,
 E — moduł sprężystości wzdłużnej,
 ΔT — przyrost temperatury.

H. Becker określił umownie tak zwaną odległość penetracji s temperatury w ciele, jako odległość od warstwy powierzchniowej warstwy wewnętrznej, w której występuje przyrost temperatury równy $0,02 \Delta T$. W przypadku gdy odległość s jest mniejsza od połowy promienia krzywizny karbu, zdaniem Beckera można nie liczyć się z działaniem karbu jako źródła spiętrzenia naprężeń.

W pracy [9] A. AJOVALASIT przedstawił badania elastooptyczne płaskich tarcz kołowych z otworami rozmieszczonymi na współśrodkowych okręgach. Każda tarcza była oziębiana na swym brzegu wewnętrznym za pomocą suchego lodu przy czym badano stan stacjonarny wyznaczając naprężenia na brzegach poszczególnych otworów.

Podsumowanie pewnego okresu badań do 1975 r. jest zawarte w pracy Ch. P. BURGERA [11] omawiającej niektóre problemy analizy naprężeń termosprężystych metodami elastooptycznymi. Wymieniony autor zajmuje się również zagadnieniem naprężeń wywołanych nagłym obciążeniem cieplnym [12] za pomocą wymienników zawierających ciekły azot względnie mieszaninę alkoholu z suchym lodem. Wyniki tych badań wskazują na trudności w praktycznej realizacji udaru cieplnego, co wyraża się faktem wystąpienia maksymalnej wartości naprężenia o pewnym krótkim okresie czasu od początku przyłożenia obciążenia. Stwierdzono również, że w przypadku płytek grubszych wartości te zbliżają się do teoretycznie możliwych do przewidzenia wartości naprężeń przy dwukierunkowym ograniczeniu swobody rozszerzania się warstwy brzegowej płytki.

M. TSUJI i M. ODA badali elastooptycznie naprężenia w tarczach zawierających kołowe otwory względnie wcięcia przykrawędziowe, stosowali przy tym podgrzewanie modelu [13]. Zagadnienie analizy niestacjonarnych naprężeń termicznych rozpatrywali w przypadku przykrawędziowych otworów eliptycznych J. MISKIOGLU i C. P. BURGER w pracy [17].

E. MATSUMOTO, S. SUMI oraz T. SEKIYA [10] badali elastooptycznie niestacjonarne naprężenia cieplne w ażurowych ściankach dwuteowników podlegających chłodzeniu pólki.

W kolejnych pracach [14] i [15] F. A. KHAYYAT i P. STANLEY przedstawili wykorzystanie metody integralnych efektów optycznych dwójłomności wymuszonej do analizy stacjonarnych stanów naprężeń termosprężystych w tulejach zawierających wewnętrzne i zewnętrzne karby obrączkowe.

2. Podstawy doświadczalnej analizy naprężeń termosprężystych

W doświadczalnych metodach analizy naprężeń termosprężystych badania przeprowadza się za pomocą modeli geometrycznie podobnych do obiektu, z zachowaniem podobieństwa sposobu obciążenia cieplnego. Jest to z jednej strony zaletą metody z drugiej zaś pewnym utrudnieniem jej realizacji. Podstawową zaletą jest to, że badaniu podlegają modele wykonane z określonego tworzywa, w których występują zjawiska fizyczne o podobnym charakterze, jak ma to miejsce w obiektach rzeczywistych — prototypach. Ważną sprawą jest tu ustalenie pewnych kryteriów podobieństwa dla uzyskania możli-

wości ilościowej oceny wyników badań modelowych. Istotnym utrudnieniem jest konieczność uwzględnienia dość znacznej liczby czynników wpływających na przebieg rozpatrywanego zjawiska. Wśród czynników, od których zależą wartości naprężeń termosprężystych należy wyróżnić: geometrię i rozmiary obiektu, sposób jego podparcia, materiałowe charakterystyki mechaniczne i cieplne, sposób obciążenia cieplnego związany z określonym rodzajem wymiany ciepła, czas i charakter przebiegu obciążenia cieplnego.

Jak zaznaczono poprzednio badane są modele geometrycznie podobne do obiektu. Z tego względu do określania rozmiarów przedmiotu (modelu względnie prototypu) wystarczy podać pewien jego charakterystyczny wymiar o wartości l . Do niezbędnych charakterystyk materiałowych uwzględnianych w analizie naprężeń termosprężystych zaliczymy: moduł sprężystości wzdłużnej E , współczynnik Poissona ν , współczynnik rozszerzalności liniowej β , współczynnik wyrównania ciepła λ , ciepło właściwe materiału c_p , gęstość materiału ρ , współczynnik przewodzenia temperatury $a = \frac{\lambda}{\rho c_p}$, którego wartość wynika z trzech podanych uprzednio charakterystyk materiałowych.

O wartościach naprężeń termosprężystych, które oznaczymy ogólnie symbolem σ decydują wartości zmian temperatury w poszczególnych punktach ciała oraz założone ograniczenia swobody przemieszczania się poszczególnych jego punktów. Z kolei pole temperatur w ciele wynika ze sposobu obciążenia cieplnego, w szczególności z warunków brzegowych i początkowych rozkładu temperatury. W przypadku konwekcyjnej wymiany ciepła stosuje się do ilościowej oceny ilości ciepła przechodzącego od ośrodka otaczającego ciało do jego wnętrza, tzw. współczynnik przejmowania ciepła α . Rozpatrując proces wymiany ciepła oraz zmienne w czasie t pole temperatury należy uwzględnić konieczność spełnienia kryteriów podobieństwa modelowego. W kryteriach tych ważną rolę odgrywają tak zwane liczby kryterialne, spośród których wymienimy liczbę Biota Bi oraz liczbę Fouriera Fo . Wielkości te wyrażają się wzorami

$$Bi = \frac{\alpha l}{\lambda}, \quad (1)$$

$$Fo = \frac{at}{l^2}. \quad (2)$$

W badaniach modelowych należy dążyć do tego, aby liczby kryterialne były jednakowe dla modelu i dla prototypu.

Wymianione poprzednio charakterystyki materiałowe są na ogół funkcjami temperatury. W wielu przypadkach jednak dla uproszczenia przyjmuje się je za wielkości stałe w pewnym zakresie temperatur.

Wynikające ze zmiany temperatury ΔT względne odkształcenia liniowe ε_T wyrażają się wzorem

$$\varepsilon_T = \beta \Delta T, \quad (3)$$

gdzie:

β — współczynnik rozszerzalności liniowej materiału.

W zakresie ważności prawa Hooke'a składowe σ_{ij} tensora naprężenia są związane

ze składowymi ε_{ij} tensora odkształcenia wzorami

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2G} \left(\sigma_{ij} - \frac{\nu}{1+\nu} s \delta_{ij} \right) + \beta \Delta T \delta_{ij}, \quad (4)$$

$$\sigma_{ij} = \frac{1}{2G} \left\{ \varepsilon_{ij} + \frac{1}{1-2\nu} [\nu \vartheta - (1+\nu) \beta \Delta T] \delta_{ij} \right\}, \quad (i, j = 1, 2, 3), \quad (5)$$

gdzie:

$$G = \frac{E}{2(1+\nu)} \text{ — moduł sprężystości poprzecznej materiału,}$$

E — moduł sprężystości wzdłużnej materiału,

ν — współczynnik Poissona

$$s = \sigma_{11} + \sigma_{22} + \sigma_{33}$$

$$\vartheta = \varepsilon_{11} + \varepsilon_{22} + \varepsilon_{33}.$$

Przy wykluczeniu swobody odkształcania się w kierunku 1 ($\varepsilon_{11} = 0$) rozpatrywanego obszaru i założeniu $\sigma_{22} = \sigma_{33} = 0$ otrzymujemy wzór na naprężenie termosprężyste σ_{11} w jednoosiowym stanie naprężenia.

$$\sigma_{11} = -E\beta\Delta T. \quad (6)$$

W przypadku płaskiego stanu naprężenia, przy wykluczeniu odkształceń w dwóch kierunkach 1 i 2 ($\varepsilon_{11} = \varepsilon_{22} = 0$) i założeniu $\sigma_{33} = 0$, wartości naprężeń termosprężystych σ_{11} i σ_{22} wyrażają się wzorem

$$\sigma_{11} = \sigma_{22} = -\frac{E\beta\Delta T}{1-\nu}. \quad (7)$$

W przypadku trójosiowego stanu naprężenia przy trójosiowym ograniczeniu swobody odkształceń w kierunkach 1, 2 i 3 ($\varepsilon_{11} = \varepsilon_{22} = \varepsilon_{33} = 0$) wartość naprężeń termosprężystych określa wzór

$$\sigma_{11} = \sigma_{22} = \sigma_{33} = -\frac{E\beta\Delta T}{1-2\nu}. \quad (8)$$

Przytoczone proste zależności (6)–(8) pozwalają na orientacyjną wstępną ocenę maksymalnych wartości naprężeń termosprężystych w różnych stanach ograniczenia swobody odkształcenia ciała sprężystego.

Wzór (5) znajduje zastosowanie m.in. przy wyznaczaniu naprężeń termosprężystych na podstawie pomiarów tensometrycznych.

W pracy [18] wyprowadzono warunek podobieństwa modelowego dla naprężeń termosprężystych w przypadku płaskiego stanu odkształcenia, w postaci ilorazu naprężeń

$$\frac{\sigma_p}{\sigma_m} = \frac{E_p \beta_p (1-\nu_m)}{E_m \beta_m (1-\nu_p)} \frac{\Delta T_p}{\Delta T_m}, \quad (9)$$

gdzie indeksy m i p oznaczają wielkości dotyczące odpowiednio modelu i prototypu. Zależność (9) można uzyskać wprost dzieląc stronami naprężenie określone dla prototypu i modelu na podstawie związku (7). Łatwo również można oszacować wpływ różnicy wartości współczynników ν_p i ν_m na stosunek naprężeń w prototypie i modelu gdy mamy do czynienia z przypadkami wyrażonymi wzorami (7) i (8). Z wzorów (1) i (2) zastosowanych dla prototypu i modelu przy założeniu identyczności wartości liczb B_i i F_o wynikają

związki określające ściśle podobieństwo modelowe

$$\frac{\alpha_p}{\alpha_m} = \frac{\lambda_p}{\lambda_m} \frac{l_m}{l_p}, \quad (10)$$

oraz

$$\frac{t_p}{t_m} = \frac{a_m}{a_p} \frac{l_m^2}{l_p^2}. \quad (11)$$

Wzór (11) umożliwia określenie wymaganego stosunku współczynników przejmowania ciepła dla prototypu i modelu. Ze wzoru (11) można obliczyć wartość czasu t_p dla prototypu odpowiadającego czasowi t_m mierzonemu dla modelu.

W praktyce zazwyczaj ściśle spełnienie wymienionych kryteriów podobieństwa jest bardzo trudne.

W analizie naprężeń termosprężystych wymagane jest określenie zmian pola temperatur występujących w badanym obiekcie. W tym celu stosuje się różne metody pomiarów temperatur. W metodach punktowych wykorzystuje się często miniaturowe termoelementy połączone z odpowiednimi różnymi układami rejestracji wartości temperatury w poszczególnych punktach pomiarowych [24].

Termoelementy zakłócają w pewnym stopniu badane pole temperatury ze względu na wystąpienie lokalnych nierównomierności warstwy powierzchniowej modelu, spowodowanych obecnością spojenia termoelementu oraz doprowadzaniem względnie odprowadzaniem ciepła z otoczenia przez jego przewody. Z ostatniego powodu należy przewody te prowadzić wzdłuż izoterm, przebieg których nie zawsze można przewidzieć.

Dobre usługi w analizie pola temperatury oddaje metoda termowizyjna. Ta bezkontaktowa metoda pozwala na szybkie uzyskanie układów izoterm w kolejnych fazach badania. Z przeprowadzonych badań własnych wynika, że w przypadku typowej aparatury firmy AGA lepsze wyniki, tzn. bardziej zróżnicowane i wyraziste izotermy, uzyskuje się dla pól temperatur o wartościach wyższych od temperatury pokojowej a więc przy zastosowaniu dodatnich źródeł ciepła.

3. Metody badań przy użyciu światła spolaryzowanego

Stosowane techniki elastooptycznych badań naprężeń termosprężystych stanowią obecnie wyspecjalizowane dziedziny metod mechaniki eksperymentalnej.

Ważne i wciąż jeszcze aktualne znaczenie mają badania modeli płaskich prześwietlanych na wskroś światłem spolaryzowanym. Ta metoda stosowana wielokrotnie w pracach własnych odznacza się względną prostotą realizacji i możliwością wykorzystania w rozwiązywaniu zagadnień niestacjonarnych. Od początku obciążenia cieplnego prowadzi się automatyczną rejestrację zmian temperatury w wybranych punktach modelu oraz fotografuje układy izochrom i izoklin w kolejnych chwilach czasowych. Na podstawie tych danych można określić wartości różnic naprężeń głównych oraz poszczególne naprężenia tam gdzie udaje je się wyznaczyć na podstawie uzupełniających informacji.

W badaniu elastooptycznym modeli płaskich obowiązuje zależność

$$\sigma_1 - \sigma_2 = K_{\sigma m}, \quad (12)$$

gdzie:

σ_1 i σ_2 — naprężenia główne w płaszczyźnie modelu,

K_{om} — elastoptyczna naprężeniowa stała modelowa, zależna od rodzaju materiału modelu, jego grubości oraz długości fali zastosowanego w polaryskopie światła,

m — rząd izochromy.

Wprowadzając elastoptyczną naprężeniową stałą materiałową K_σ otrzymujemy

$$K_\sigma = K_{om}h, \quad (13)$$

gdzie:

h — grubość modelu.

W termosprężystych badaniach elastoptycznych wprowadza się wielkość Q_t , którą określa się nazwą termosprężysty współczynnik jakości i wyraża wzorem:

$$Q_t = \frac{E\beta}{K_\sigma}. \quad (14)$$

Sens wymienionej wielkości można wyjaśnić zakładając przypadek jednoosiowego stanu naprężenia termosprężystego o wartości wyrażonej wzorem (6). Temu naprężeniu odpowiada pewien rząd izochromy m określony wzorem (12), przy czym jedno z występujących tam naprężeń jest równe zero. Przyjmując oznaczenia $\sigma_{11} = \sigma_1$, $\sigma_2 = 0$ i uwzględniając zależności (6), (12) i (14)

$$m = -Q_t h \Delta T. \quad (15)$$

Z równania (15) wynika, że przy danej grubości modelu i różnicy temperatur rząd izochromy jest tym większy im większy jest współczynnik Q_t .

Zasada opisanej metody badań jest również wykorzystana w badaniu modeli przestrzennych przy zastosowaniu optycznie czulej warstwy wklejonej wewnątrz modelu między przylegającymi sklejonymi z nią filtrami polaryzacyjnymi oraz ćwierćfalowymi dla uzyskania polaryzacji kołowej. Tego typu warstwa z wymienionymi filtrami tworzy układ wewnętrznego polaryskopu w modelu, rejestrującego efekty dwójłomności wymuszonej w warstwie, przy wykluczeniu wpływu optycznego przezroczystych części modelu otaczających warstwę z filtrami.

Metoda jest szczególnie efektywna w badaniu elementów grubościennych posiadających płaszczyznę symetrii, w której usytuowuje się opisaną warstwę wraz z filtrami.

W analizie naprężeń termosprężystych ścian, których płaszczyzna środkowa nie jest płaszczyzną symetrii modelu przestrzennego, bądź też obciążenie cieplne nie jest rozłożone symetrycznie, optycznie czuła warstwa wraz z filtrami wklejona w płaszczyźnie środkowej rejestruje jedynie efekty odpowiadające płaskiemu stanowi naprężenia. Efekty ewentualnego zginania ściany zostają wyeliminowane. Rejestrowanie natomiast samego zginania, można przeprowadzić za pomocą modeli z wklejoną w powierzchni środkowej warstwą odbłaskową stosując metodę prześwietlania jednostronnego.

W badaniach odkształceń warstw zewnętrznych stosuje się metodę warstwy powierzchniowej. W tej metodzie do powierzchni badanego obiektu przykleja się optycznie czułą cienką warstwę z podkładem odbłaskowym. Powstałe efekty optyczne analizuje się za pomocą polaryskopów odbłaskowych. Dla uzyskania dostatecznej dokładności pomiaru

należy dążyć do stosowania warstw bardzo cienkich w porównaniu z rozmiarami modelu co jednak wydatnie zmniejsza czułość metody.

W badaniach brył osiowo symetrycznych wykorzystuje się również metodę elastooptyki integralnej, w której analizuje się efekty interferencyjne prześwietlania modelu światłem spolaryzowanym w kierunku prostopadłym do osi modelu (zmienna długość drogi promieni świetlnych w modelu).

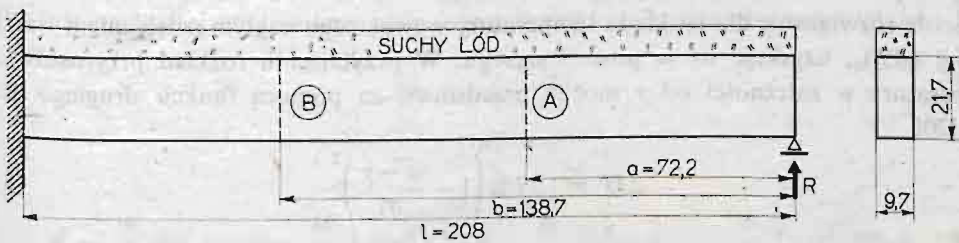
Metoda wymaga uzupełniających obliczeń analitycznych dla wyznaczenia poszczególnych składowych badanego stanu naprężenia.

4. Przykłady zrealizowanych badań

Przedstawione rozważania z zakresu eksperymentalnej analizy naprężeń termosprężystych metodą elastooptyczną zilustrujemy przykładami zaczerpniętymi z badań własnych.

Metoda umożliwia określanie naprężeń termosprężystych dla dowolnie skomplikowanych obiektów oraz w wielu przypadkach daje podstawę do opisu przebiegu rozpatrywanych zjawisk za pomocą względnie prostych zależności analitycznych.

4.1. **Belka statycznie niewyznaczalna.** Przedmiotem badań były niestacjonarne efekty elastooptyczne w modelu jednoprzęsłowej statycznie niewyznaczalnej belki o przekroju prostokątnym¹⁾. Model (rys. 1) był obciążony wzdłuż górnej krawędzi nagle przyłożonym ujemnym źródłem ciepła powodującym wystąpienie określonego spadku temperatury włókien skrajnych. Podczas badań rejestrowano obrazy izochrom wynikające równocześnie ze zmian temperatury belki wzdłuż jej wysokości oraz wystąpienia reakcji podporowej (rys. 2).



Rys. 1. Schemat badanej belki statycznie niewyznaczalnej

Przy założeniu jednoosiowego stanu naprężenia w belce oraz przyjęciu, że temperatura zmienia się jedynie wzdłuż wysokości przekroju można naprężenia σ_x w belce o jednym końcu utwierdzonym a drugim — swobodnym wyrazić wzorem

$$\sigma_x = -\beta E_A T + \frac{1}{2c} \int_{-c}^c \beta E_A T dy + \frac{3y}{2c^3} \int_{-c}^c \beta E_A T y dy, \quad (17)$$

¹⁾ W badaniach eksperymentalnych brał udział mgr inż. P. Kaidasz.

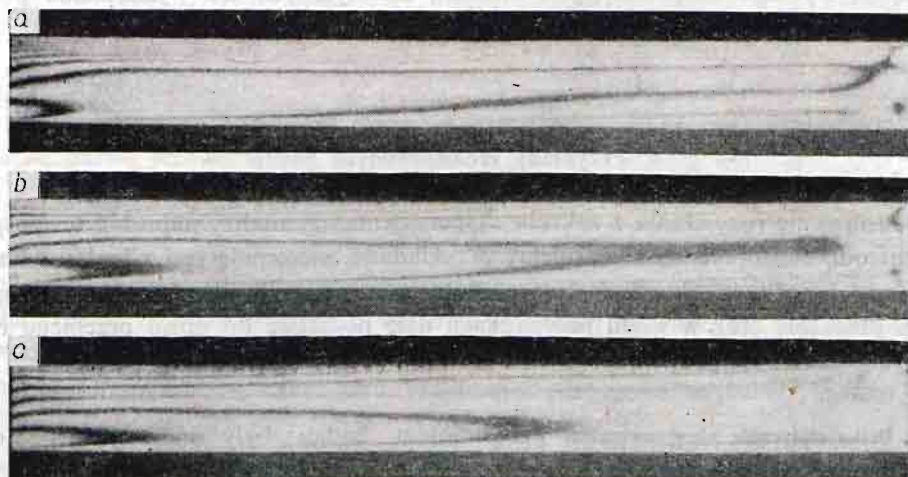
gdzie:

β i E — współczynnik rozszerzalności liniowej materiału modelu oraz moduł sprężystości wzdłużnej

ΔT — przyrost temperatury

y — odległość od osi belki

c — połowa wysokości poprzecznego przekroju belki.



Rys. 2. Obraz izochrom po czasie t od chwili przyłożenia obciążenia cieplnego

a) $t = 75$ s,

b) $t = 152$ s,

c) $t = 280$ s.

W celu przybliżonego określenia rozkładu temperatur założymy, że model jest izolowany cieplnie na ściankach bocznych i dolnej.

Ścisłe rozwiązanie dla rozkładu temperatury wywołanego nagłym oziębieniem warstwy górnej $(\Delta T)_0$, uzyskuje się w postaci szeregu. W przybliżeniu rozkład przyrostów ΔT temperatury w zależności od y można przedstawić za pomocą funkcji drugiego stopnia [20]

$$\Delta T = (\Delta T)_0 \left(1 - \frac{c-y}{q_1} \right)^2 \quad (18)$$

gdzie:

q_1 — odległość od warstwy skrajnej do pierwszej warstwy, w której w danej chwili czasowej t nie wystąpił przyrost temperatury ($\Delta T = 0$)

Wartość q_1 można wyrazić wzorem

$$q_1 = 3.36 \sqrt{at}, \quad (19)$$

gdzie:

a — współczynnik wyrównywania temperatury.

Przyjmując określoną wartość zmiennej czasowej t , liczonej od początku obciążenia cieplnego można po podstawieniu (18) do (17) wyznaczyć naprężenie σ_x w dowolnym punkcie.

Na podstawie wartości rzędów izochrom w skrajnych włóknach dwóch wybranych przekrojów belki można dla danej chwili czasowej wyznaczyć wartość statycznie niewyznaczalnej reakcji podporowej.

W pierwszej kolejności mnożąc zarejestrowane wartości rzędu izochromy dla skrajnych włókien górnych g i dolnych d przekrojów A i B (zredukowanych o wartość wstępnego efektu brzegowego) przez odpowiednią wartość naprężeniowej elastoptycznej stałej modelowej $K_{\sigma m}$ otrzymano wartości sumarycznych naprężeń σ_g^A , σ_d^A , σ_g^B i σ_d^B wywołanych łącznym wpływem temperatury i nadliczbowej reakcji podporowej R . Na wartości tych naprężeń składają się odpowiednie naprężenia od temperatury (T) i od nadliczbowej reakcji (R), czyli dla dowolnego przekroju:

$$\begin{aligned} \sigma_{Tg}^i + \sigma_{Rg}^i &= \sigma_g^i, \\ \sigma_{Td}^i + \sigma_{Rd}^i &= \sigma_d^i, \end{aligned} \quad (i = A, B), \quad (20)$$

oraz

$$\begin{aligned} \sigma_{Rg}^i &= \frac{Rl_i}{W}, \\ \sigma_{Rd}^i &= -\frac{Rl_i}{W}, \end{aligned} \quad (i = A, B), \quad (21)$$

gdzie:

W — wskaźnik wytrzymałości na zginanie przekroju beleczki.

Po podstawieniu (21) do (20) otrzymuje się cztery równania o 3 niewiadomych. Pozwala to na uśrednioną korektę wyników obserwacji elastoptycznych ze względu na konieczność spełnienia warunku

$$\sigma_g^A + \sigma_d^A = \sigma_g^B + \sigma_d^B, \quad (22)$$

przy założeniu jednakowych wartości naprężeń σ_{Tg} i σ_{Td} w rozpatrywanych przekrojach dostatecznie oddalonych od końcowych przekrojów belki.

Ostatecznie uzyskuje się następujące wzory na poszukiwane naprężenia cieplne w belce swobodnie podpartej oraz reakcję podporową R belki statycznie niewyznaczalnej:

$$\begin{aligned} \sigma_{Tg} &= \frac{\sigma_g^A - \sigma_g^B}{b - a}, \\ \sigma_{Td} &= \frac{\sigma_d^A - \sigma_d^B}{b - a}, \end{aligned} \quad (23)$$

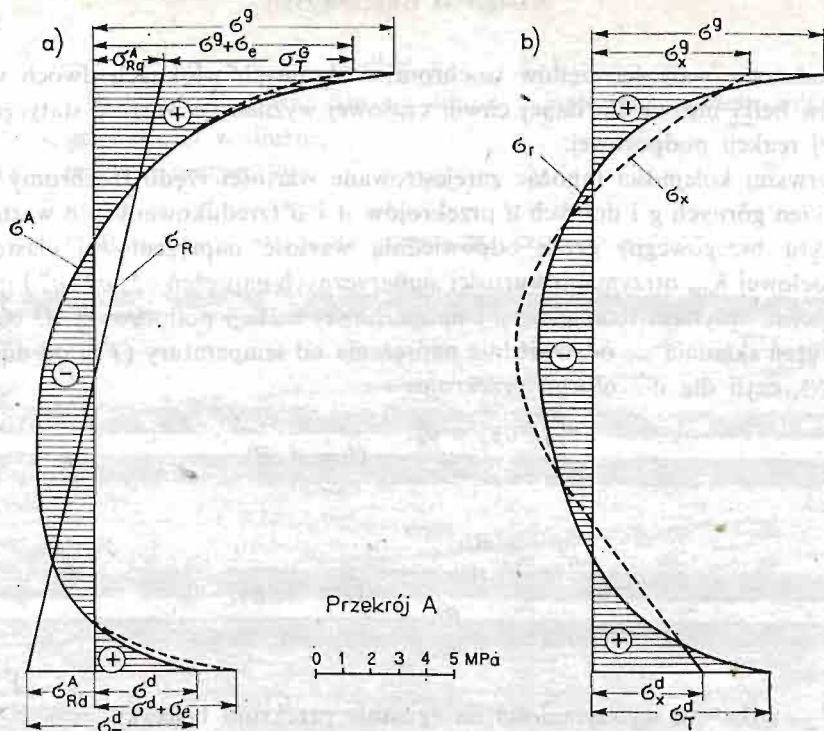
$$R = \frac{W}{a} (\sigma_g^A - \sigma_{Td}) = \frac{W}{a} (-\sigma_d^A + \sigma_{Td}) = \frac{W}{b} (\sigma_g^B - \sigma_{Tg}) = \frac{W}{b} (-\sigma_d^B + \sigma_{Td}), \quad (24)$$

gdzie:

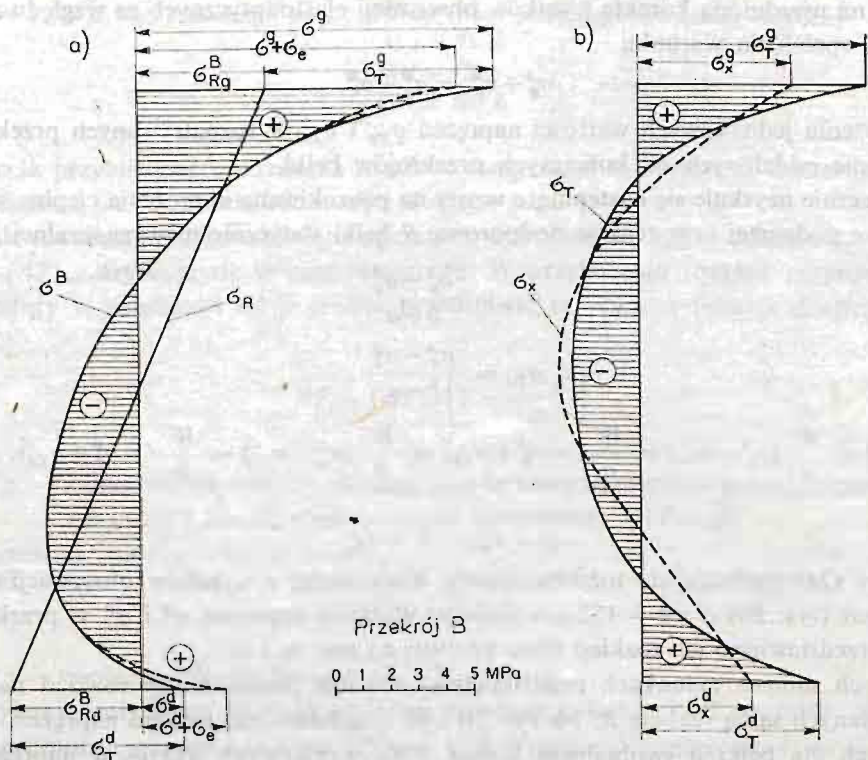
$$a = l_A, \quad b = l_B.$$

Wzory (24) spełniają się tożsamościowo. Korzystając z wyników obserwacji elastoptycznych (rys. 2b) dla $t = 152$ s wyliczono wartości naprężeń σ^A i σ^B w przekrojach A i B i przedstawiono ich rozkład (linie krzywe) na rys. 3a i 4a.

Na tych samych rysunkach przedstawiono również prostoliniowy rozkład naprężeń σ_R wywołanych samą reakcją R . Na rys. 3b i 4b przedstawiono rozkład naprężeń σ_T wyznaczonych dla belki o swobodnym końcu. Pola wynikowych wykresów naprężeń zakresowano.



Rys. 3. Rozkłady naprężeń σ , σ_R , σ_T określonych doświadczalnie, oraz σ_x obliczonych dla przekroju A

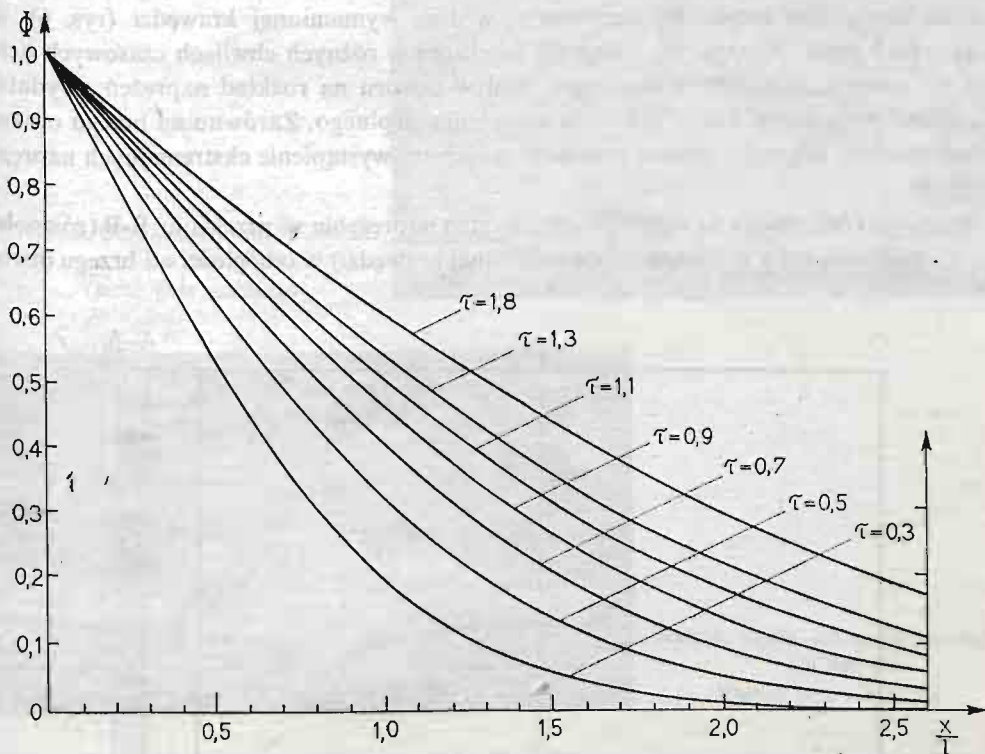


Rys. 4. Rozkłady naprężeń σ , σ_R , σ_T określonych doświadczalnie, oraz σ_x obliczonych dla przekroju B

Na rysunkach 3b i 4b przedstawiono dla $t = 152$ s rozkład naprężeń σ_x , określony teoretycznie wg wzorów (17) ÷ (19), w zestawieniu z rozkładem wyznaczonym doświadczalnie na podstawie badań elastooptycznych. Z rysunków widać, że mimo przyjętych założeń upraszczających wymienione rozkłady są podobne, co potwierdza słuszność podanej prostej metody oceny wartości rozważanych naprężeń termosprężystych.

Widoczne różnice między wartościami naprężeń określonych doświadczalnie σ_T (linia ciągła) i teoretycznych σ_x (linia przerywana) można tłumaczyć uproszczonym przyjęciem niezależności modułu sprężystości i elastooptycznej naprężeniowej stałej materiałowej od temperatury.

4.2. Naprężenia ciepłe w półpłaszczyźnie z otworem. Naprężenia ciepłe w tarczach sprężystych z otworami były przedmiotem badań własnych [5], [6] i innych autorów [13], [17]. W badaniach własnych stosowano oziębianie w celu uniknięcia wystąpienia efektów niesprężystych.



Rys. 5. Przebiegi funkcji $\Phi\left(\frac{x}{l}\right)$ dla półprzestrzeni przy różnych wartościach τ

Weźmy pod uwagę tarczę jednostronnie ograniczoną brzegiem płaskim i obciążoną nagle na tym brzegu źródłem ciepła, wywołującym stałą w czasie temperaturę T_2 . Załóżmy, że ścianki tarczy są izolowane, a jej temperatura początkowa wynosi T_0 . Temperaturę

T punktu tarczy w odległości x od brzegu określa zależność

$$\Phi = \frac{T - T_0}{T_z - T_0} = \operatorname{erfc} \frac{x}{2\sqrt{at}} = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_{x/(2\sqrt{at})}^{\infty} \exp(-u^2) du, \quad (25)$$

gdzie:

a — współczynnik wyrównywania temperatury

t — czas od chwili obciążenia cieplnego

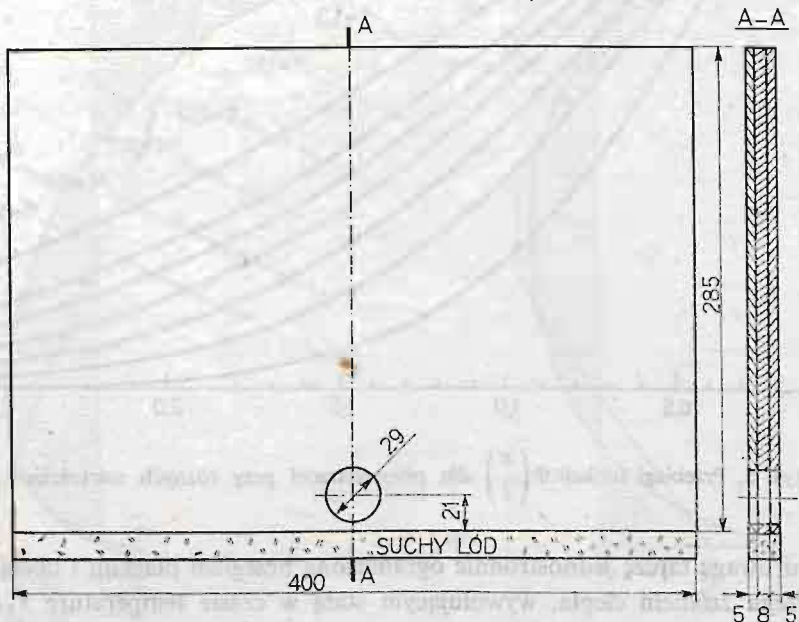
Oznaczając liczbę Fouriera Fo symbolem τ można wyrazić funkcję Φ w zależności od stosunku $\frac{x}{l}$ podstawiając w wyrażeniu (25):

$$\sqrt{at} = l\sqrt{\tau}$$

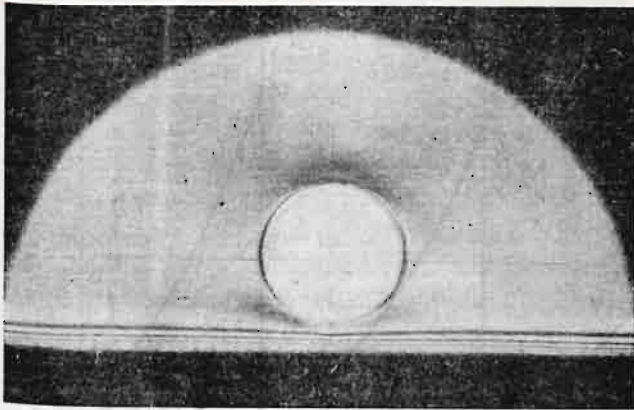
Na rys. 5 przedstawiono wykresy funkcji Φ w zależności od stosunku $\frac{x}{l}$, dla $l = 0,0065$ m i $a = 0,125 \cdot 10^{-6}$ m²/s.

Weźmy obecnie pod uwagę model tarczy z otworem w pobliżu krawędzi, podlegający nagłemu obciążeniu cieplnemu (ozębieniu) wzdłuż wymienionej krawędzi (rys. 6) [6]. Na rys. 7÷9 podano przykłady fotografii izochrom w różnych chwilach czasowych liczonych od początku obciążenia cieplnego. Wpływ otworu na rozkład naprężeń uwydatnia się dopiero po pewnym czasie działania obciążenia cieplnego. Zarówno na brzegu otworu, jak i chłodzonej krawędzi można zauważyć miejscowe wystąpienie ekstremalnych naprężeń cieplnych.

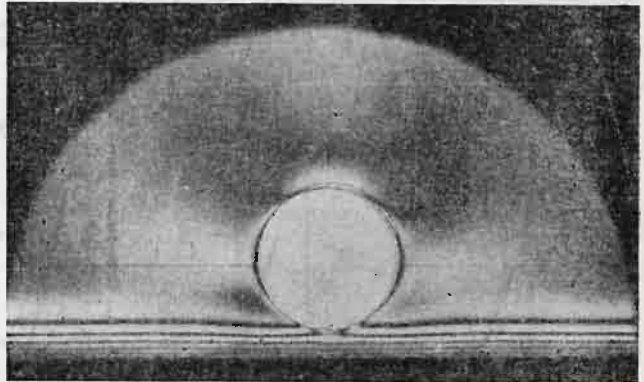
Warto zwrócić uwagę na wpływ otworu na stan naprężenia w przekroju B-B (równoległym do pionowej osi x prostopadłej do ozębianej krawędzi) w odległości od brzegu otworu



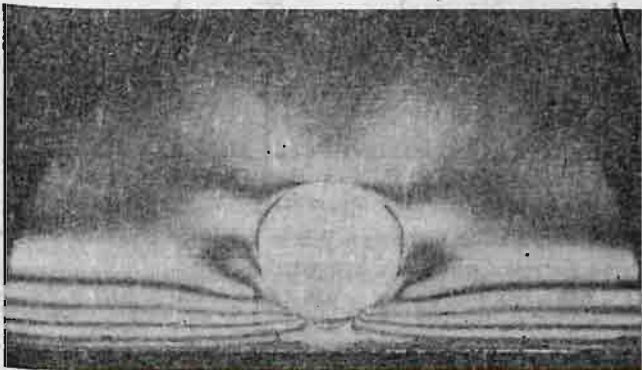
Rys. 6. Model elastoptyczny tarczy z otworem przykrawędziowym.



Rys. 7. Obraz izochrom po czasie
 $t = 180$ s.
(jasne pole widzenia)

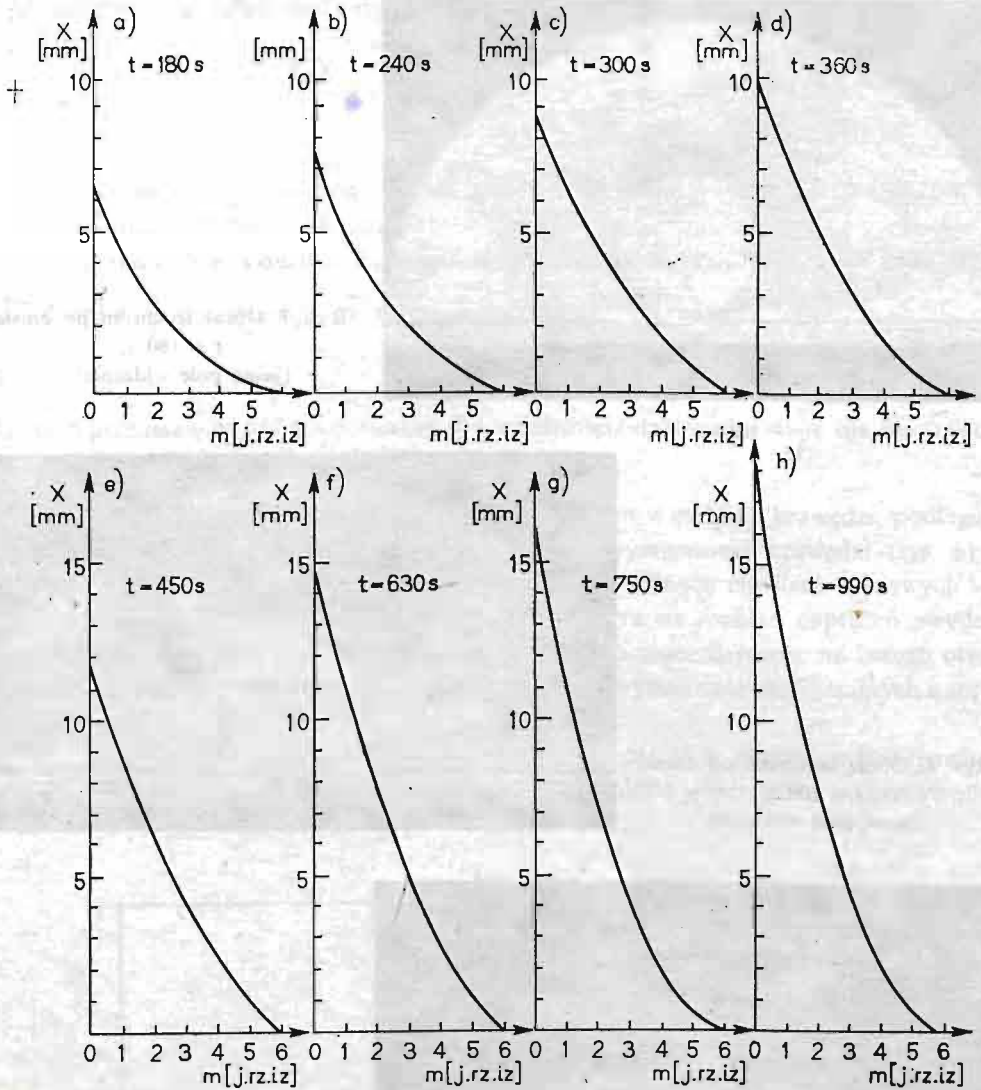


Rys. 8. Obraz izochrom po czasie
 $t = 300$ s
(jasne pole widzenia)



Rys. 9. Obraz izochrom po czasie
 $t = 990$ s
(jasne pole widzenia)

równej jego średnicy. Na rys. 10 przedstawiono rozkłady rzędów izochrom dla różnych chwil czasowych t . Na podstawie tych wykresów określono odległość x_0 , w której $m = 0$ i przedstawiono w zależności od czasu na rys. 11. W celu porównania wyznaczono teoretycznie rozkład naprężeń normalnych w przekroju prostopadłym do krawędzi półpłaszczyzny (bez otworu) dla chwili czasowej $t = 750$ s na podstawie rozkładu temperatur określonego wzorem (25). Wykres tych naprężeń oznaczono na rys. 12 literą N . Na tym

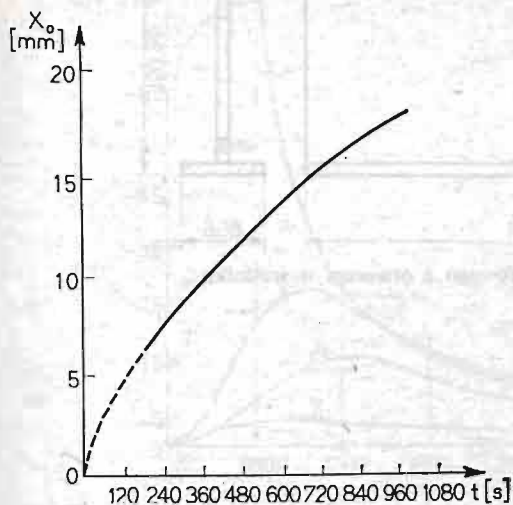


Rys. 10. Rozkłady wartości rzędów izochrom w przekroju pionowym B-B w kolejnych chwilach czasowych liczonych od początku oziębiania krawędzi:

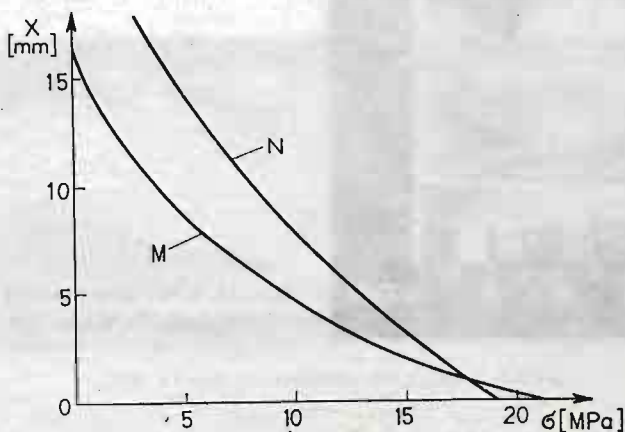
a) $t = 180$ s, b) $t = 240$ s, c) $t = 300$ s, d) $t = 360$ s, e) $t = 450$ s, f) $t = 630$ s, g) $t = 750$ s, h) $t = 990$ s.

samym rysunku podano wykres M naprężeń w omawianym poprzednio przekroju określonych na podstawie badań elastoptycznych.

Mimo podobieństwa wykresów M i N różnice rozkładów i wartości naprężeń są wyraźne. Można je tłumaczyć wpływem sąsiedztwa otworu oraz, co wydaje się mieć zasadnicze znaczenie — skończonymi rozmiarami modelu rzeczywistego w porównaniu z modelem teoretycznym w postaci nieograniczonej półpłaszczyzny. Należy zauważyć, że w modelu teoretycznym nie występuje punkt odpowiadający punktowi o zerowej wartości rzędu



Rys. 11. Odległości x_0 od oziębianej krawędzi punktów w przekroju $B-B$, w których $m = 0$ w funkcji czasu t



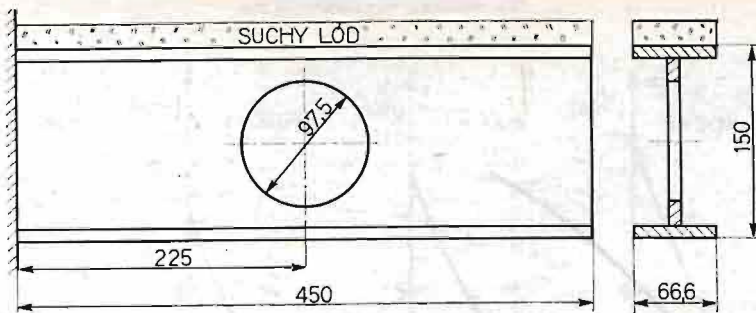
Rys. 12. Przykład rozkładu naprężeń w przekroju $B-B$ w chwili czasowej $t = 750$ s:
linia M — dla modelu
 N — dla nieograniczonej półpłaszczyzny

izochromy w modelu elastoptycznym. We wspomnianych rozważaniach uwzględniano zależność wartości charakterystyk mechanicznych i optycznych od temperatury.

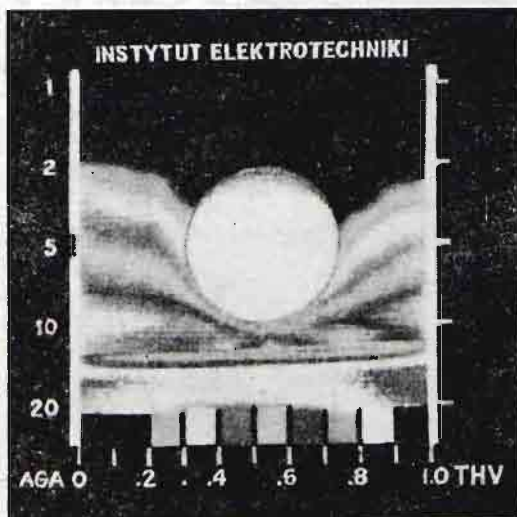
4.3. Blachownica z otworem. Na rys. 13 przedstawiono schemat modelu i obciążenia cieplnego modelu blachownicy z otworem kołowym.

W celu analizy pola temperatury w środniku stosowano badania termowizyjne za pomocą kamery AGA 680 LW²⁾ oraz punktowe pomiary zmian temperatury za pomocą przyklejonych termoelementów.

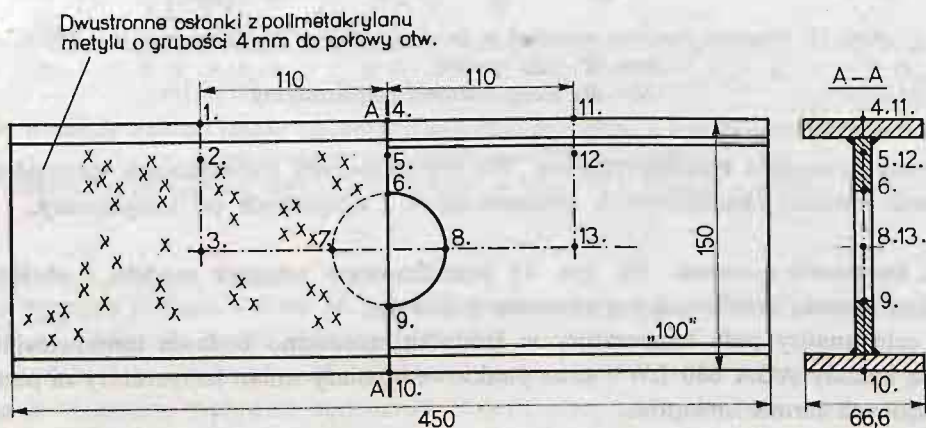
²⁾ W badaniach termowizyjnych współpracowali mgr inż. mgr inż. J. Zawiejski i W. Adamczewski z Instytutu Elektrotechniki. W badaniach elastoptycznych współpracowali: mgr inż. mgr inż. G. Galin, L. Kruska, A. Suchanek.



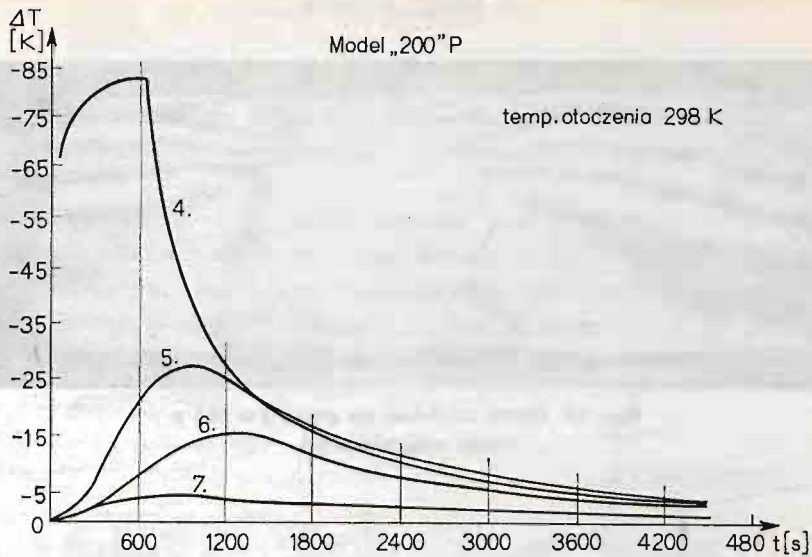
Rys. 13. Model dźwigara dwuteowego z otworem w środku



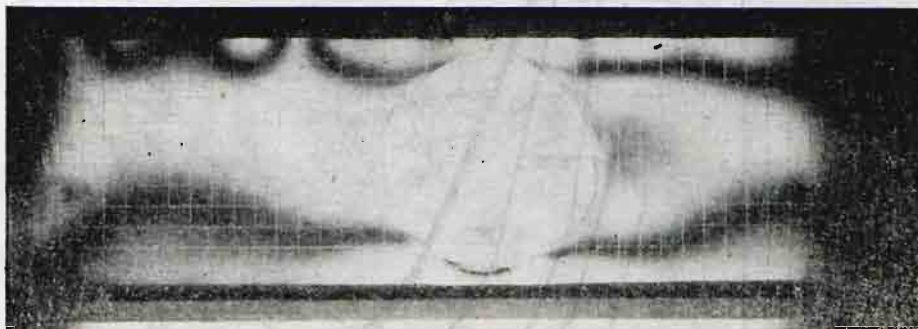
Rys. 14. Izotermi w obszarze przyotworowym środka w chwili $t = 565$ s



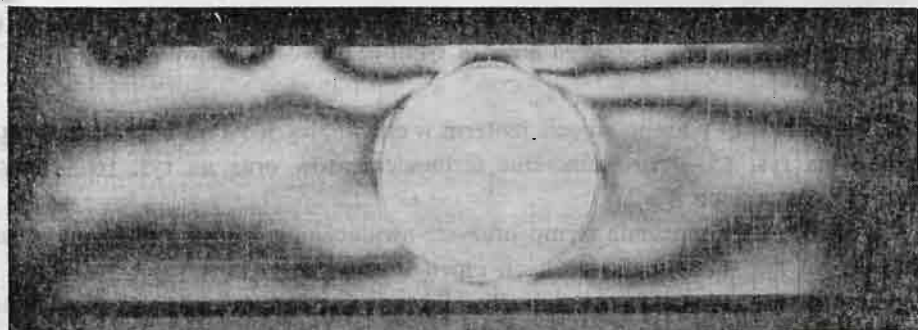
Rys. 15. Rozmieszczenie termocementów w modelu dźwigara dwuteowego z otworem



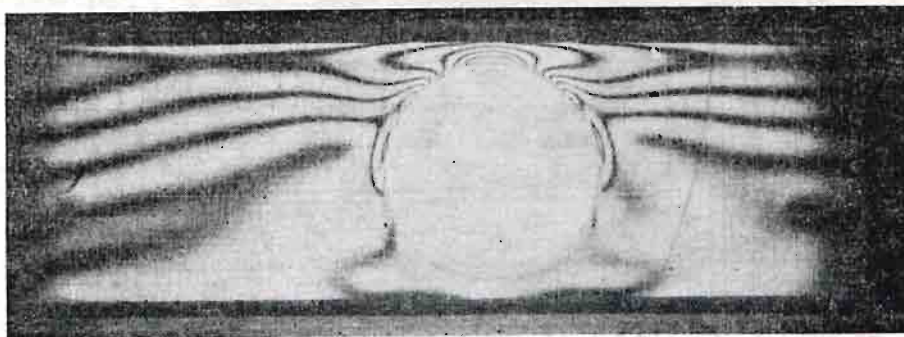
Rys. 16. Przyrosty temperatury w punktach 4÷7 (por. rys. 15)



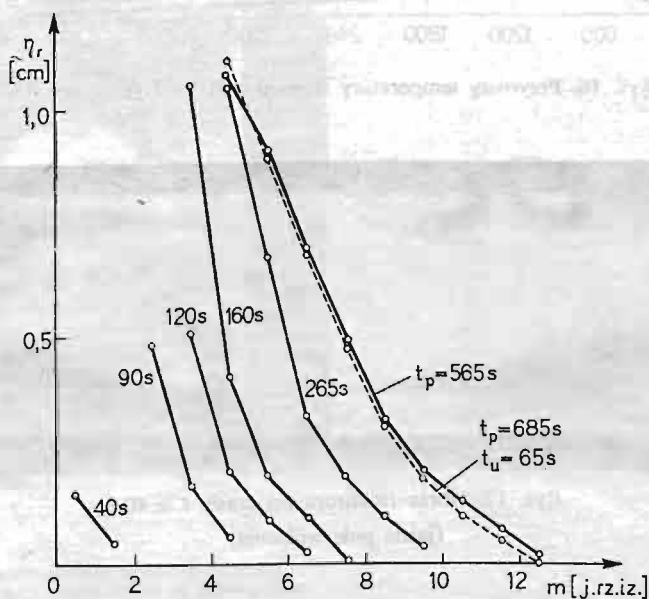
Rys. 17. Obraz izochrom po czasie $t = 40$ s
(jasne pole widzenia)



Rys. 18. Obraz izochrom po czasie $t = 90$ s
(jasne pole widzenia)



Rys. 19. Obraz izochrom po czasie $t = 565$ s
(jasne pole widzenia)



Rys. 20. Rozkłady wartości rzędów izochrom m w zależności od odległości η_r od krawędzi otworu, w górnej części przekroju przechodzącego przez oś symetrii, dla różnych chwil czasowych

Przykładowo na rys. 14 podano zdjęcia izoterm w chwili $t = 565$ s od początku obciążenia cieplnego, a na rys. 15 — rozmieszczenie termoelementów oraz na rys. 16 — przyrosty temperatury w punktach 4÷7.

Wpływ otworu na naprężenia termosprężyste uwidaczniają obrazy izochrom pokazane przykładowo na rys. 17÷19 dla różnych chwil czasowych.

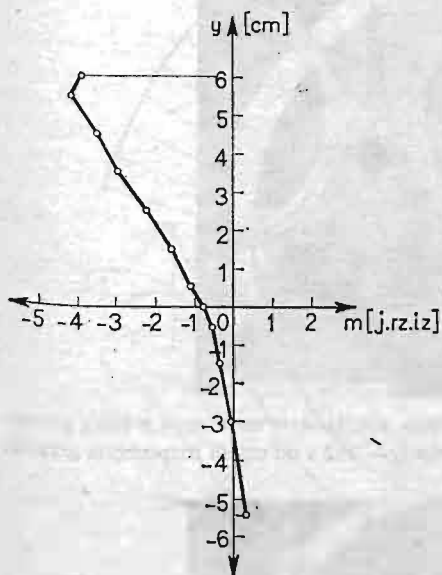
Wymienione układy izochrom umożliwiają między innymi wyznaczenie naprężeń normalnych wzdłuż krawędzi otworu [19] oraz naprężeń normalnych w poprzecznym przekroju obciążonego cieplnie dźwigara.

Obserwując rozkład izochrom w określonych chwilach czasowych od początku obciążenia cieplnego można zauważyć pewne charakterystyczne przekroje pionowe w środ-

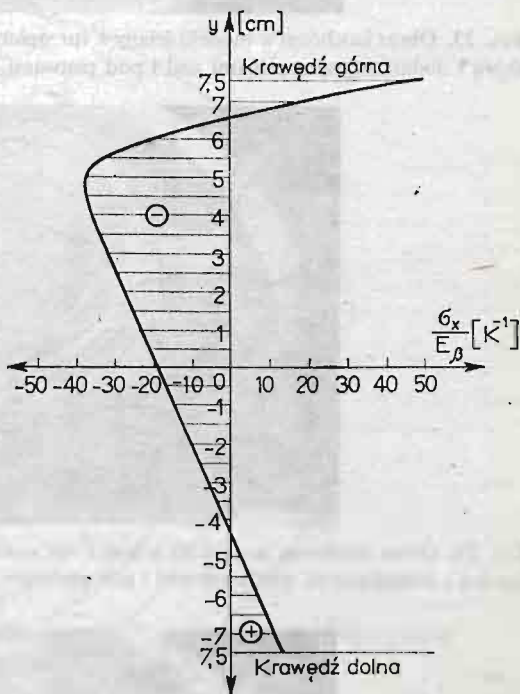
niku. Jeden z nich przechodzi przez oś symetrii otworu. W tym przekroju na brzegu otworu występują maksymalne naprężenia w środku od strony przyłożenia obciążenia cieplnego.

Na rysunku 20 przedstawiono rozkłady wartości rzędów izochrom m w omawianym przekroju, w zależności od odległości η_r od brzegu otworu, wyznaczonych w różnych czasach t_p od przyłożenia oraz — t_u od usunięcia obciążenia cieplnego.

Następne rozpatrzone przekroje znajdują się z dala od otworu — w odległości ± 14 cm od osi otworu, w strefie zanikającego wpływu tegoż.



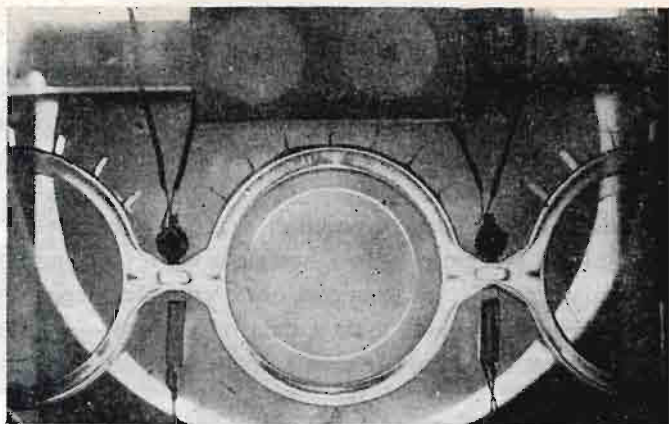
Rys. 21. Wartości rzędu izochromy dla pionowego przekroju odległego o 14 cm od osi otworu po czasie $t_p = 565$ s



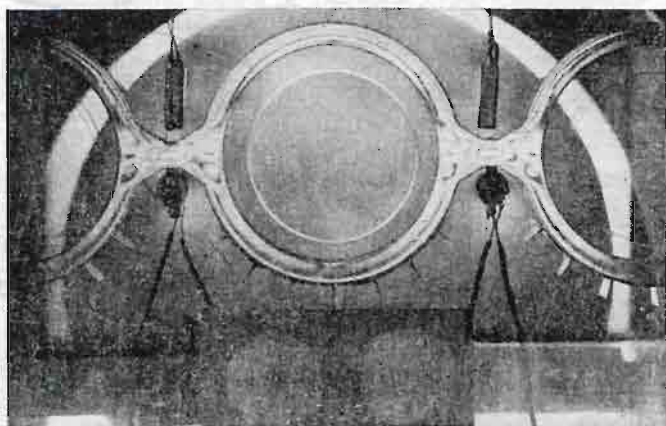
Rys. 22. Teoretyczny rozkład wartości $\sigma/E\beta$ dla przekroju poprzecznego dwuteowego dźwigara bez otworu, odpowiadający czasowi $t_p = 565$ s

Na rysunku 21 przedstawiono wykres wartości rzędów izochrom (w symetrycznie położonych wymienionych przekrojach) w obszarze środkowym dla czasu $t_p = 565$ s. W celach porównawczych określono teoretycznie, metodą zbliżoną do opisanej poprzednio w p. 4.1. rozkład naprężeń normalnych σ_x występujących w przekroju analizowanego dwuteownika lecz bez otworu odpowiadający czasowi $t_p = 565$ s. Wykres ilorazu tych naprężeń σ_x przez iloczyn $E\beta$ pokazany jest na rys. 22, gdzie E — moduł sprężystości podłużnej materiału α β — współczynnik rozszerzalności liniowej.

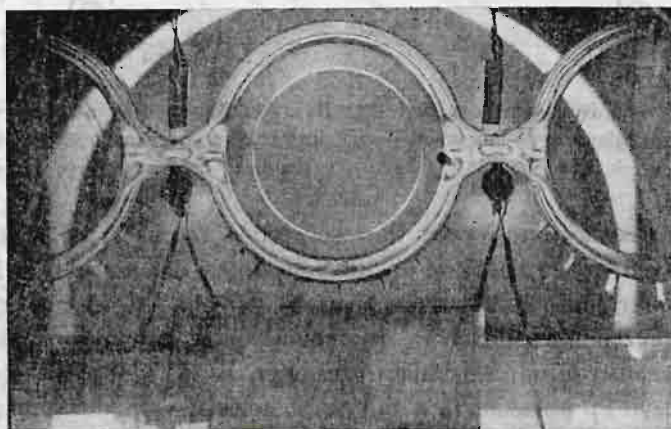
Porównanie rysunków 21 i 22 przy założeniu jednoosiowego stanu naprężenia w środku, pozwala stwierdzić podobieństwo charakteru rozkładu naprężeń w obszarze niezakłóconym otworem, określonego doświadczalnie i teoretycznie.



Rys. 23. Obraz izochrom w modelu ściany z rur opletkowanych, obciążonym termicznie grzałką prostoliniową i dodatkowymi grzałkami nad i pod płetwami, po czasie $t_p = 123$ s od chwili rozpoczęcia grzania.



Rys. 24. Obraz izochrom w modelu ściany z rur opletkowanych, obciążonym termicznie grzałką prostoliniową i dodatkowymi grzałkami nad i pod płetwami, po czasie $t_p = 362$ s od chwili rozpoczęcia grzania.

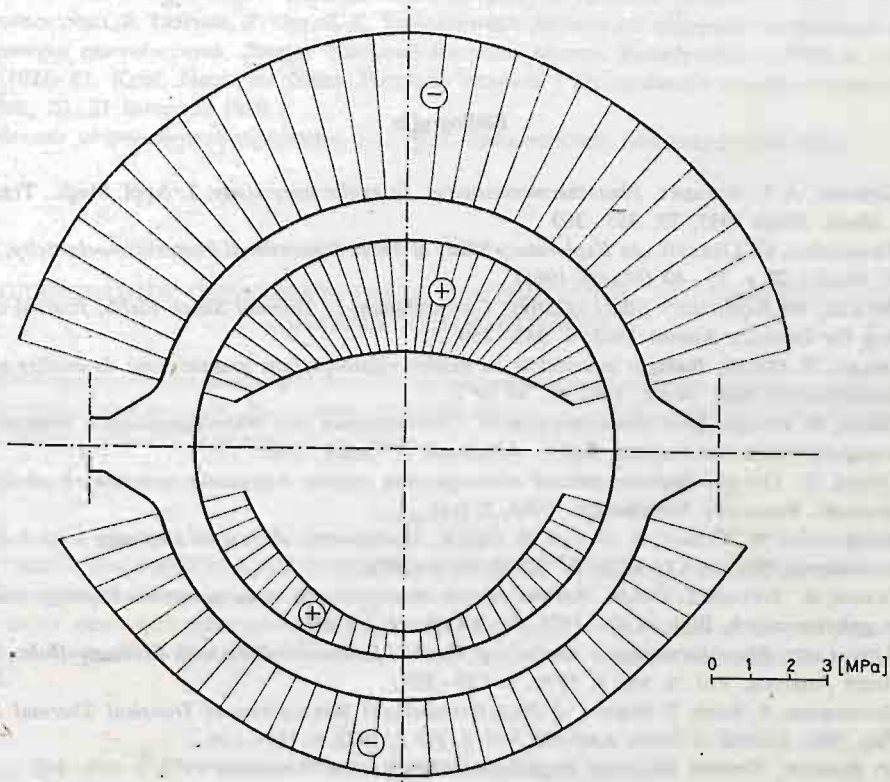


Rys. 25. Obraz izochrom w modelu ściany z rur opletkowanych, obciążonym termicznie grzałką prostoliniową i dodatkowymi grzałkami nad i pod płetwami, po czasie $t_p = 604$ s od chwili rozpoczęcia grzania.

4.4. Ściana kotła z rur opletkowanych. Przykładem zastosowania dodatniego źródła ciepła mogą być badania modelu jednostronnie ogrzewanej ściany kotła energetycznego z rur opletkowanych [7], [8].

Na rysunkach 23 ÷ 25 przedstawiono obrazy izochrom w jednym z modeli fragmentu omawianej ściany dla wybranych chwil czasowych $t_p = 123$ s, 362 s i 604 s.

Zarejestrowane rozkłady izochrom umożliwiły m.in. określenie wartości termicznych naprężeń normalnych dla swobodnych krawędzi badanego modelu. Przykład rozkładu tych naprężeń odpowiadających chwili czasowej $t_p = 4800$ s pokazany jest na rys. 26.



Rys. 26. Rozkład naprężeń krawędziowych w modelu ściany z rur opletkowanych dla $t_p = 4800$ s.

5. Podsumowanie

Omówione metody badań i przedstawione przykłady świadczą o przydatności metody elastooptycznej do analizy naprężeń termosprężystych szczególnie w obiektach o skomplikowanej konfiguracji.

Badania wskazują na istotne znaczenie właściwie określonych i zrealizowanych warunków brzegowych i początkowych obciążenia cieplnego. Przedstawione sposoby badań mogą być stosowane zarówno dla stanów ustalonych jak i niustalonych.

Otrzymane tymi sposobami wyniki badań mogą służyć do weryfikowania teoretycznych

zależności analitycznych oraz wyników obliczeń numerycznych np. metodą elementów skończonych.

Przedstawione elastoptyczne badania modelowe nie wykluczają możliwości zastosowania innych ważnych metod doświadczalnej analizy naprężeń termosprężystych, a mianowicie: metody światła rozproszonego [21], elastoptyki integralnej [14], interferometrii holograficznej [22], [23], tensometrii elektrozystancyjnej [16] oraz stosowanej w badaniach stanów ustalonych metody zamrażania—rozmrężania [25].

Wymienione metody, mimo niekiedy znacznej pracochłonności w ich realizacji, mogą się wzajemnie uzupełniać.

Bibliografia

1. G. GERARD, A. C. GILBERT, *Photothermoelasticity: An exploratory study*, J. Appl. Mech., Trans. Am. Soc. Mech. Engrs 1957, 79, 355 - 360
2. H. TRAMOSCH, G. GERARD, *An Exploratory Study of Three Dimensional Photothermoelasticity*. Journal Appl. Mech., 28 s. 35 - 40 (March 1961).
3. H. BECKER, *An Exploratory Study of Stress Concentrations in Thermal Shock Fields*, Journal of Engineering for Industry August 1962, s. 343 - 350.
4. Z. DYŁĄG, Z. ORŁOŚ, *Badania materiałów na modele elastoptyczne przeznaczone do analizy naprężeń termosprężystych*, Biul. WAT, 1962 R. XI nr 2.
5. Z. ORŁOŚ, Z. DYŁĄG, *Über spannungsoptische Untersuchungen von Wärmespannungen*, Internationales spannungsoptisches Sympozjum. Berlin. Akademie — Verlag 1962.
6. Z. ORŁOŚ, Z. DYŁĄG. *Badania metodą elastoptyczną stanów naprężenia wywołanych obciążeniami termicznymi*, Rozprawy Inżynierskie, 1963, 2 (11).
7. J. BENDKOWSKI, W. CUDNY, Z. DYŁĄG, Z. ORŁOŚ, *Modelowanie obciążenia cieplnego ścian kotła z rur opletkowanych*, Biul. WAT, 1973, R. XXII, nr 3 (247).
8. W. CUDNY, Z. DYŁĄG, Z. ORŁOŚ, *Badanie metodą elastoptyczną stanu naprężenia cieplnego ścian kotła z rur opletkowanych*, Biul. WAT, 1974, R. XXIII, nr 2 (258).
9. A. AJOVALASIT, *Photothermoelastic Analysis of Thermal Stresses in Discs with Eccentric Holes*, Journal of Strain Analysis, Vol. 5, No 3, 1970, s. 223 - 229.
10. E. MATSUMOTO, S. SUMI, T. SEKIYA, *A Photothermoelastic Investigation of Transient Thermal Stresses in Wing Ribs*, Journal of Strain Analysis, Vol. 7, No 2, 1972, s. 117 - 124.
11. CH. P. BURGER, *Thermal Modeling*, Experimental Mechanics, November 1975, s. 430 - 442.
12. CH. P. BURGER, *Photoelastic Modeling of Stresses Caused by Thermal Shock*, Experimental Mechanics, March 1976, s. 95 - 99.
13. M. TSUJI, M. ODA, *Investigation of Photothermoelasticity by means of Heating*, Journal of Thermal Stresses, 2, 1979, s. 215 - 232.
14. F. A. KHAYYAT, P. STANLEY, *An Integrated Retardation Technique for Determination of Thermal Stresses in Rotationally Symmetrical Bodies*, Journal of Strain Analysis, Vol 14, No 3, 1979, s. 89 - 94.
15. F. A. KHAYYAT, P. STANLEY, *The Photoelastic Determination of Thermal Stress Concentrations in Grooved Cylinders with a Radial Temperature Gradient*, Journal of Strain Analysis, Vol. 14, No 3, 1979, s. 95 - 102.
16. Z. ORŁOŚ, K. TOMASZEWSKI, *Badania odkształceń i naprężeń termosprężystych metodą tensometrii elektrozystancyjnej*, Mechanika Teoretyczna i Stosowana, 4, 16, 1978, s. 467 - 481.
17. J. MISKIOGLU, CH. P. BURGER, *Photothermoelastic Analysis of Transient Thermal Stresses*, Experimental Mechanics, March 1982, s. 89 - 95.
18. J. D. HOVENESIAN, H. C. KOWALSKI, *Similarity in Thermoelasticity*, Experimental Mechanics, 7 (2) 1967, s. 82 - 84.

19. Z. DYLAŁ, Z. ORŁOŚ, *Elastoptyczne badania modelowe stanów termospężystych*, Materiały X Sympozjum Doświadczalnych Badań w Mechanice Ciała Stałego, Warszawa 3-4 grudnia 1982 r.
20. B. A. BOLEY, J. H. WEINER, *Theory of Thermal Stresses*, New York, London, John Wiley and Sons. Inc. 1960.
21. J. D. FISHBURN, *Analysis of Thermal Stresses in Complex Models Using Scattered Light Photoelasticity*, Proceedings of the Fifth International Conference on Experimental Stress Analysis, Udine, Italy, 27 th - 31 st May 1974 s. 1.10 - 1.20.
22. Z. ORŁOŚ, M. J. MATCZAK, Z. KRASKA, *Analiza odkształceń i przemieszczeń metodą interferometrii holograficznej*, Przegląd Mechaniczny 16, (1973).
23. A. KICZKO, Z. ORŁOŚ, K. TOMASZEWSKI, *O pewnych zastosowaniach interferometrii holograficznej w mechanice ciał odkształcalnych*, Biuletyn WAT, R. XXV, nr 12 (292), 1976, s. 55 - 61.
24. S. DOBROCIŃSKI, P. LEITNER, Z. ORŁOŚ, K. TOMASZEWSKI, *Badania pól temperatur na modelach elementów maszyn energetycznych*, Zeszyty Naukowe Instytutu Maszyn Przepływowych PAN w Gdańsku 114 (1022) 81. Konf. Nauk. na temat: Problemy rozwoju i projektowanie maszyn energetycznych. Gdańsk, 20 - 21 listopada 1980 r.
25. *Issledovanie temperaturnych naprjaženij*, Red. N. I. PRIGOROWSKIJ, Moskwa, Nauka 1972.

Р е з ю м е

ИССЛЕДОВАНИЯ ТЕМПЕРАТУРНЫХ НАПРЯЖЕНИЙ ПОЛЯРИЗАЦИОННО-ОПТИЧЕСКИМ МЕТОДОМ

В статье представлены некоторые вопросы исследования температурных напряжений поляризационно-оптическим методом. Рассмотрен принцип метода. Изложены методы и примеры исследования нестационарных температурных задач.

S u m m a r y

PHOTOTHERMOELASTIC INVESTIGATIONS OF THERMAL STRESSES

The paper deals with some problems of photothermoelastic investigations of thermal stresses. The principles of the methods and some examples of investigations of transient thermoelastic problems are presented.

Praca została złożona w Redakcji dnia 8 czerwca 1983 roku