MECHANIKA
TEORETYCZNA
I STOSOWANA
4, 19, (1981)

PŁASKA FALA SILNEJ NIECIĄGŁOŚCI WE WSTĘPNIE ODKSZTAŁCONYM IZOTROPOWYM MATERIALE SPRĘŻYSTYM

SŁAWOMIR KOSIŃSKI (ŁÓDŹ)

1. Wstęp

Fale silnej nieciągłości oraz fale przyspieszenia były przedmiotem rozważań wielu autorów m.in. D. R. BLANDA [1] i P. J. CHENA [6]. W pracy [3] Z. WESOŁOWSKI podał metodę, która w przypadku przybliżenia adiabatycznego, umożliwia wyznaczenie prędkości propagacji fali, amplitudy oraz skoku entropii w ośrodku wstępnie odkształconym. Rozwiązanie dla prędkości propagacji U_v i amplitudy $\boldsymbol{H}$ bazuje na rozwinięciu U_v i $\boldsymbol{H}$ w szereg potęgowy parametru m, który jest modułem amplitudy fali. Wielkość m traktuje się jako mały parametr — jego wartość należy przyjąć zgodnie z warunkami fizycznymi zadania. Następnie wyznacza się prędkość propagacji U_v oraz amplitudę $\boldsymbol{H}$ i skok entropii w funkcji amplitudy $\boldsymbol{H}$, skok jest rzędu m^3.

W pracy rozwiązano powyższym sposobem zagadnienie propagacji płaskich sprężystych fal silnej nieciągłości w obszarze nieograniczonym, dla materiału II rzędu. Przed frontem fali silnej nieciągłości przyjęto jednorodny stan odkształcenia. Na wykresach przedstawiono wpływ składowych tensora odkształcenia na prędkość propagacji fali akustycznej, która jest zerowym przybliżeniem dla prędkości fali silnej nieciągłości, oraz wpływ wielkości skoku m na prędkość fali. Wykresy wykonano dla stali i aluminium.

2. Związki podstawowe

Podstawowe wzory tego punktu podane zostaną zgodnie z pracami [2], [3], [4].

Ruch ciała opisany jest związkami

$$x^i = x^i(X^\alpha, t), \tag{2.1}$$

gdzie X^α — są współrzędnymi punktu materialnego w konfiguracji odniesienia B_R, x^i — współrzędnymi punktu materialnego w konfiguracji aktualnej, a t — czasem. Przez x^i_α oznaczane są składowe gradientu deformacji $\boldsymbol{F}$.

Związek między lewym tensorem odkształcenia Cauchy-Greena $\boldsymbol{B}$, a tensorem odkształcenia $\boldsymbol{D}$ jest następujący

$$\boldsymbol{D} = \frac{1}{2}(\boldsymbol{B}-\mathbf{1}), \tag{2.2}$$

gdzie przez $\mathbf{1}$ oznaczono tensor metryczny.

Ponieważ w pracy będą rozważane jedynie małe przemieszczenia, przyjmuje się założenie o utożsamieniu tensora $\boldsymbol{D}$ z tensorem małych odkształceń $\boldsymbol{E}$, którego składowe będą oznaczane ε_{ij}.

Zgodnie z pracami [3], [4] przez σ jest oznaczana gęstość energii sprężystej nagromadzonej, odniesionej do jednostki masy w B_R, a przez η entropia. W ciele sprężystym $\sigma = \sigma(x^i_\alpha, \eta)$. Wprowadzimy oznaczenie

$$\sigma^{\alpha\beta\ldots}_{ik\ldots\underbrace{\ }_{M}\underbrace{\ }_{N}} = \left(\frac{\partial^{M+N}\delta}{\underbrace{\partial x^i_\alpha \partial x^k_\beta \ldots}_{M}\,\partial\eta^N}\right)^F, \tag{2.3}$$

F — oznacza, że pochodna dotyczy obszaru przed frontem fali silnej nieciągłości.

Dla materiału izotropowego gęstość energii sprężystej nagromadzonej odniesionej do jednostki masy, można wyrazić jako funkcję niezmienników tensora $\boldsymbol{B}$ i entropii

$$\sigma = \sigma(I_1, I_2, I_3, \eta). \tag{2.4}$$

W dalszych rozważaniach konieczna jest znajomość wyrażeń dla pochodnych $\sigma^{\alpha\beta}_{ik}$, $\sigma^{\alpha\beta\gamma}_{ikm}$, $\alpha, \beta, \gamma = 1, 2, 3$; $i, k, m = 1, 2, 3$ (zgodnie z (2.3)). Wyrażenie dla pochodnej $\sigma^{\alpha\beta}_{ik}$ można znaleźć w [2] (s. 37). Pochodną $\sigma^{\alpha\beta\gamma}_{ikm}$ obliczymy różniczkując (2.4).

Jeśli dany jest moduł skoku gradientu deformacji x^i_α

$$m = |H^i| = (H^i H_i)^{\frac{1}{2}} = ([\![x^i_\alpha]\!][\![x^k_\beta]\!] g^{\alpha\beta} g_{ik})^{\frac{1}{2}}, \tag{2.5}$$

gdzie $g^{\alpha\beta}, g_{ik}$ oznaczają składowe tensora metrycznego w układzie $\{X^\alpha\}$ i $\{x^i\}$ odpowiednio. Wówczas dla określonego kierunku propagacji fali N_α można wyznaczyć z warunku propagacji [3], prędkość propagacji U_v oraz kierunek tego skoku. Warunek propagacji wyprowadzony z dokładnością do m^3 jest następujący

$$\sigma^{\alpha\beta}_{ik} H^k N_\alpha N_\beta + \frac{1}{2}\sigma^{\alpha\beta\gamma}_{ikm} H^k H^m N_\alpha N_\beta N_\gamma + \frac{1}{6}\sigma^{\alpha\beta\gamma\delta}_{ikmn} H^k H^m H^n N_\alpha N_\beta N_\gamma N_\delta + \tag{2.6}$$

$$+\frac{1}{3}\frac{\sigma^\alpha_{in} N_\alpha}{\sigma_\eta}\sigma^{\beta\gamma\delta}_{kmn} H^k H^m H^n N_\beta N_\gamma N_\delta = U_v^2 H_i.$$

Aby wyznaczyć przybliżone wartości U_v i H^i, stosujemy rozwinięcie obu wielkości w szeregi potęgowe parametru m, aproksymację pełnego rozwinięcia potęgowego ograniczymy do dwóch pierwszych wyrazów rozwinięcia.

$$\begin{aligned} H^i/m &= \overset{0}{H}{}^i + m\overset{1}{H}{}^i, \\ U_v(m) &= \overset{0}{U}_v + m\overset{1}{U}_v. \end{aligned} \tag{2.7}$$

Po wstawieniu wyrażeń (2.7) do (2.6) otrzymamy

$$\begin{aligned} &(\sigma^{\alpha\beta}_{ik} N_\alpha N_\beta - \overset{0}{U}{}_v^2 \delta_{ik})\overset{0}{H}{}^k = 0, \\ &(\sigma^{\alpha\beta}_{ik} N_\alpha N_\beta - \overset{0}{U}{}_v^2 \delta_{ik})\overset{1}{H}{}^k - 2\overset{0}{H}_i \overset{0}{U}_v \overset{1}{U}_v + \frac{1}{2}\sigma^{\alpha\beta\gamma}_{ikm}\overset{0}{H}{}^k \overset{0}{H}{}^m N_\alpha N_\beta N_\gamma = 0, \end{aligned} \tag{2.8}$$

oraz

$$\begin{aligned} \overset{0}{H}{}^{i}\overset{0}{H}_{i} &= 1, \\ \overset{1}{H}{}^{i}\overset{0}{H}_{i} &= 0. \end{aligned} \tag{2.9}$$

Ostatnie cztery równania pozwalają wyznaczyć dla danego skoku m, $\overset{0}{U}_{v}$, $\overset{1}{U}_{v}$, oraz $\overset{0}{H}$ i $\overset{1}{H}$.

3. Związki dla materiału II rzędu

Zgodnie z propozycją Murnaghana, dla niezbyt dużych odkształceń, możliwa jest następująca postać energii sprężystej nagromadzonej w jednostce objętości materiału izotropowego [4] (s. 309)

$$\begin{aligned} \varrho_R \sigma = {} & \frac{l+2m}{24}(I_1-3)^3+\frac{\lambda+2\mu+4m}{8}(I_1-3)^2+\frac{8\mu+n}{8}(I_1-3)+ \\ & -\frac{m}{4}(I_1-3)(I_2-3)-\frac{4\mu+n}{8}(I_2-3)+\frac{n}{8}(I_3-1)+T_0\eta\varrho_R+\frac{\omega}{2}\eta^2- \\ & -\frac{\pi+B}{2}(I_1-3)\eta+\frac{A}{4}(I_1-3)^2\eta+\frac{B\eta}{4}(I_2-3)+\frac{c}{2}\eta^2(I_1-3)+D\eta^3. \end{aligned} \tag{3.1}$$

gdzie

μ, λ stałe Lamégo

l, m, n — stałe sprężystości II rzędu

A, B, C, D, π, ω — współczynniki przy członach z entropią

T_0 — temperatura początkowa ośrodka w stanie naturalnym

W wyrażeniu powyższym dodano człony uwzględniające entropię.

Założono, że deformacja wstępna w obszarze przed frontem fali silnej nieciągłości opisana jest wzorami

$$\begin{aligned} x^1 &= \lambda_1 X^1, \\ x^2 &= \lambda_2 X^2, \\ x^3 &= \lambda_3 X^3, \end{aligned} \tag{3.2}$$

gdzie: $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$ — stałe

Układy współrzędnych $\{X^\alpha\}$, $\{x^i\}$ są pokrywającymi się układami kartezjańskimi. Gradient deformacji przy takim opisie ruchu jest niezależny od współrzędnych X^α i czasu t, funkcje $\sigma^{\alpha\beta}_{ik}$; $\sigma^{\alpha\beta\gamma}_{imn}$ dla materiału jednorodnego pozostaną stałe w czasie i przestrzeni. Otrzymujemy

$$\{x^i_\alpha\}^F = \begin{bmatrix} \lambda_1 & 0 & 0 \\ 0 & \lambda_2 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_3 \end{bmatrix}, \tag{3.3}$$

oraz

$$
\begin{aligned}
I_1 &= \lambda_1^2+\lambda_2^2+\lambda_3^2\\
I_2 &= \lambda_1^2\lambda_2^2+\lambda_2^2\lambda_3^2+\lambda_3^2\lambda_1^2,\\
I_3 &= \lambda_1^2\lambda_2^2\lambda_3^2.
\end{aligned}
\tag{3.4}
$$

Zakładamy, że powierzchnia nieciągłości jest płaszczyzną o równaniu

$$
X^1(t) = f(t) \qquad N_\alpha = N^\alpha = (1,0,0).
\tag{3.5}
$$

Biorąc pod uwagę równanie powierzchni nieciągłości, otrzymamy tensor akustyczny postaci

$$
Q_{ik} = \sigma_{ik}^{11} \qquad i,k = 1,2,3.
\tag{3.6}
$$

Dla gradientu deformacji $\{x_\alpha^i\}^F$ oraz tensorów $\{B^{ij}\}^F$ i $\{C^{\alpha\beta}\}^F$ składowe tensora akustycznego Q_{ik} zgodnie z (5.21) w [2] wynoszą

$$
\begin{aligned}
\sigma_{11}^{11} &= \frac{2}{\varrho_R}\{\sigma_1+(\sigma_2+4\sigma_{12}\lambda_1^2)(\lambda_2^2+\lambda_3^2)+\sigma_3\lambda_2^2\lambda_3^2+2\sigma_{11}\lambda_1^2\},\\
\sigma_{12}^{11} &= \frac{2}{\varrho_R}\{\sigma_1+\sigma_2\lambda_3^2\},\\
\sigma_{33}^{11} &= \frac{2}{\varrho_R}\{\sigma_1+\sigma_2\lambda_2^2\},\\
\sigma_{12}^{11} &= \sigma_{23}^{11} = \sigma_{13}^{11} = 0.
\end{aligned}
\tag{3.7}
$$

We wzorach powyższych i dalej wprowadzono oznaczenia

$$
\sigma_K = \frac{\partial\sigma}{\partial I_K}; \qquad \sigma_{KL} = \frac{\partial^2\sigma}{\partial I_K\,\partial I_L}; \qquad \sigma_{KLM} = \frac{\partial^3\sigma}{\partial I_K\,\partial I_L\,\partial I_M} \qquad K,L,M = 1,2,3.
\tag{3.8}
$$

Biorąc pod uwagę pierwsze równania (2.8) i (2.9) otrzymamy

$$
\begin{aligned}
&(\sigma_{ik}^{11}N_1N_1-\overset{0}{U}{}_v^2\delta_{ik})\overset{0}{H}{}^k = 0\\
&\overset{0}{H}{}^i\overset{0}{H}_i = 1;
\end{aligned}
\tag{3.9}
$$

rozwiązania są następujące

$$
\begin{aligned}
&\overset{0}{U}{}_1^2{}_v = \sigma_{11}^{11}, \quad \overset{0}{\boldsymbol{H}} = (\pm1,0,0); \quad \overset{0}{\boldsymbol{H}} \parallel \boldsymbol{N},\\
&\overset{0}{U}{}_2^2{}_v = \sigma_{22}^{11}, \quad \overset{0}{\boldsymbol{H}} = (0,\pm1,0); \quad \overset{0}{\boldsymbol{H}} \perp \boldsymbol{N},\\
&\overset{0}{U}{}_3^2{}_v = \sigma_{33}^{11}, \quad \overset{0}{\boldsymbol{H}} = (0,0,\pm1); \quad \overset{0}{\boldsymbol{H}} \perp \boldsymbol{N}.
\end{aligned}
\tag{3.10}
$$

Zerowe przybliżenia $\overset{0}{U}_v$ i $\overset{0}{\boldsymbol{H}}$ są więc rozwiązaniami równania propagacji fali akustycznej.

Wyrażenie ogólne dla trzeciej pochodnej $\sigma_{ikm}^{\alpha\beta\gamma}$ zajmuje dużo miejsca, oraz ma skomplikowaną budowę, dlatego niżej podane zostaną istotne dla opisywanego tu przypadku, wartości trzeciej pochodnej

$$
\begin{aligned}
\sigma^{111}_{111} &= \frac{4}{\varrho_R}\{2\sigma_{111}\lambda_1^3+3\sigma_{11}\lambda_1+6\sigma_{12}\lambda_1(\lambda_2^2+\lambda_3^2)\},\\
\sigma^{111}_{122} &= \frac{1}{\varrho_R}\{4\sigma_{11}\lambda_1+4\sigma_{12}\lambda_1(\lambda_2^2+2\lambda_3^2)\},\\
\sigma^{111}_{133} &= \frac{1}{\varrho_R}\{4\sigma_{11}\lambda_1+4\sigma_{12}\lambda_1(\lambda_3^2+2\lambda_2^2)\},\\
\sigma^{111}_{222} &= \sigma^{111}_{333} = \sigma^{111}_{112} = \sigma^{111}_{113} = \sigma^{111}_{232} = \sigma^{111}_{123} = \sigma^{111}_{233} = \sigma^{111}_{322} = 0.
\end{aligned}
\tag{3.11}
$$

Z drugiego równania (2.8) i (2.9) możemy obliczyć przyrosty prędkości i składowe amplitudy 1 rzędu dla kierunku podłużnego i obu kierunków poprzecznych. Zakładamy, że trzy zerowe przybliżenia prędkości fali silnej nieciągłości są różne.

Dla fali podłużnej $\overset{0}{U}_v$, $\overset{0}{H}(\pm 1, 0, 0)$ otrzymamy

$$
\overset{1}{U}_v = \frac{1}{4\overset{0}{U}_v}\,\overset{\alpha\beta\gamma}{\sigma}_{ikm}\overset{0}{H}{}^i\overset{0}{H}{}^k\overset{0}{H}{}^m N_\alpha N_\beta N_\gamma = \pm\frac{1}{4\overset{0}{U}_v}\,\sigma^{111}_{111}.
\tag{3.12}
$$

Składowe amplitudy dla tej fali spełniają równania

$$
\begin{aligned}
(\sigma^{11}_{22}-\overset{0}{U}{}_v^2)\overset{1}{H}{}^2+\frac{1}{2}\sigma^{111}_{211} &= 0,\\
(\sigma^{11}_{33}-\overset{0}{U}{}_v^2)\overset{1}{H}{}^3+\frac{1}{2}\sigma^{111}_{311} &= 0,\\
\overset{1}{H}{}^i\overset{0}{H}_i &= 0.
\end{aligned}
\tag{3.13}
$$

Po rozwiązaniu otrzymamy $\overset{1}{H} = (0, 0, 0)$

Dla fali poprzecznej o kierunku X^2, $\overset{0}{U}_v$, $\overset{0}{H} = (0, \pm 1, 0)$ mamy

$$
\begin{aligned}
\overset{1}{U}_v &= \frac{1}{4\overset{0}{U}_v}\,\sigma^{111}_{222} = 0,\\
(\sigma^{11}_{11}-\overset{0}{U}{}_v^2)\overset{1}{H}{}^1+\frac{1}{2}\sigma^{111}_{122} &= 0,\\
(\sigma^{11}_{33}-\overset{0}{U}{}_v^2)\overset{1}{H}{}^3+\frac{1}{2}\sigma^{111}_{322} &= 0,\\
\overset{0}{H}_i\overset{1}{H}{}^i &= 0,
\end{aligned}
\tag{3.14}
$$

co daje ostatecznie

$$
\overset{1}{H} = \left(-\sigma^{111}_{122}/[2(\sigma^{11}_{11}-\overset{0}{U}{}_v^2)],\ 0,\ 0\right).
$$

Analogicznie dla fali poprzecznej o kierunku X^3, $\overset{0}{U}_v$, $\overset{0}{H} = (0, 0, \pm 1)$ mamy

$$\overset{1}{U}_v = \frac{1}{4\overset{0}{U}_v}\sigma^{111}_{333} = 0,$$

$$(\sigma^{11}_{11} - \overset{0}{U}{}^2_v)\overset{1}{H}{}^1 + \frac{1}{2}\sigma^{111}_{133} = 0, \tag{3.15}$$

$$(\sigma^{11}_{22} - \overset{0}{U}{}^2_v)\overset{1}{H}{}^2 + \frac{1}{2}\sigma^{111}_{233} = 0,$$

$$\overset{0}{H}{}^i\overset{1}{H}_i = 0.$$

Ostatecznie otrzymamy

$$\overset{1}{\boldsymbol{H}} = (-\sigma^{111}_{133}/[2(\sigma^{11}_{11} - \overset{0}{U}{}^2_v)],\ 0,\ 0).$$

Jak wynika z przytoczonych powyżej wzorów jedynie prędkość fali podłużnej zwiększa się. Fale w dwóch pozostałych kierunkach poprzecznych, przy przyjętym przybliżeniu, propagują z prędkością równą prędkości fali akustycznej.

Weźmy pod uwagę podłużną falę silnej nieciągłości, wstawiając do $(2.7)_1$, $(3.10)_1$ i rozwiązanie dla (3.13) otrzymamy

$$\boldsymbol{H} = \boldsymbol{H}(\pm m, 0, 0). \tag{3.16}$$

Biorąc pod uwagę warunki zgodności w [3],

$$[\![x^i_\alpha]\!] = H^i N_\alpha \quad \text{dla} \quad \alpha = 1, 2, 3 \quad \text{oraz} \quad i = 1, 2, 3. \tag{3.17}$$

Stwierdzamy, że skoku może doznać tylko jedna składowa gradientu deformacji x^1_1. Chcąc dobrać wielkość skoku m, składowych gradientu deformacji, tak aby składowe tensora odkształcenia $\boldsymbol{D}$, który tu redukuje się do tensora $\boldsymbol{E}$, nie przekroczyły granicy sprężystości materiału zauważymy, że

$$[\![\boldsymbol{D}]\!] = \frac{1}{2}([\![\boldsymbol{F}]\!][\![\boldsymbol{F}^T]\!] + (\boldsymbol{F}^T)^{\boldsymbol{F}}[\![\boldsymbol{F}]\!] + (\boldsymbol{F})^{\boldsymbol{F}}[\![\boldsymbol{F}^T]\!]).$$

Biorąc pod uwagę (3.2), (3.17) oraz fakt iż jedynie $[x^1_1] = m \neq 0$ otrzymamy

$$[\![D^{11}]\!] = \frac{1}{2}[\![x^1_1]\!]^2 + [\![x^1_1]\!]\lambda_1 = \frac{1}{2}m^2 \pm m\lambda_1, \tag{3.18}$$

$$\boldsymbol{D} = \boldsymbol{E}, \quad \lambda_1^2 = 1 + 2\varepsilon^{11}, \quad \lambda_1 = \pm\sqrt{1+2\varepsilon^{11}} \approx \pm(1+\varepsilon^{11}).$$

Przypadek $\lambda_1 < 0$ zgodnie z (3.2) nie jest fizycznie możliwy. Zależność (3.18) jest podstawą dla przeprowadzonej dalej analizy numerycznej. Przy założeniu $\boldsymbol{D} = \boldsymbol{E}$, człony rzędu większego niż m w (3.18) nie mają istotnego znaczenia, wobec tego wyrażenie (3.18) upraszcza się do postaci

$$[\![D^{11}]\!] = [\![x^1_1]\!] \doteq \pm m = [\![\varepsilon^{11}]\!], \tag{3.19}$$

ostateczna modyfikacja możliwa jest dalej w oparciu o równanie (4.5).

Rozpatrując wyłącznie fale sprężyste, można stwierdzić, że maksymalny skok składowej tensora odkształcenia, może być równy podwojonej granicy sprężystości ε_s, ale jedynie w przypadku kiedy przed frontem fali silnej nieciągłości składowa jest równa granicy sprężystości materiału ze znakiem przeciwnym niż skok. W następnym punkcie pracy biorąc pod uwagę przybliżenie izentropowe obliczono prędkości fal, gdy odkształcenia przed frontem fali silnej nieciągłości zmieniają się w granicach $\pm\varepsilon_s$, a moduł skoku odkształcenia $0 \leqslant m \leqslant 2\varepsilon_s$.

4. Przybliżenie izentropowe

Zgodnie z uwagami w § 2.2 w [1] jako pierwsze przybliżenie przyjęto równanie (3.1) z entropią $\eta = 0$. Do obliczeń przyjęto stałe sprężystości wg. tabeli 1 zamieszczonej w pracy [5], stałe ν_1, ν_2, ν_3 podane przez Smitha, Sterna i Stephensa przeliczono na stałe Murnaghana l, m, n. Stałe te wynoszą

Tabela 1

ośrodek	$\mu \cdot 10^{-6}$	$\lambda \cdot 10^{-6}$	$m \cdot 10^{-6}$	$n \cdot 10^{-6}$	$l \cdot 10^{-6}$
Fe	0.821 ± 0.005	1.11 ± 0.01	-6.36 ± 0.56	-7.08 ± 0.32	-4.61 ± 0.85
Al	0.276 ± 0.001	0.57 ± 0.02	-4.01 ± 1.38	-4.08 ± 1.36	-3.11 ± 1.25

Stałe w tabeli wyrażone są w kG/cm^2. Wartości stałych l, m, n wahają się w dość znacznych granicach. Bardzo istotną sprawą dla dalszych obliczeń jest ustalenie odkształcenia odpowiadającego granicy sprężystości dla stali i aluminium ε_s. Obliczenia dla stali przeprowadzono dla odkształceń zmieniających się w granicach $-85 \cdot 10^{-4} \leqslant \varepsilon \leqslant 85 \cdot 10^{-4}$, a dla aluminium $-30 \cdot 10^{-4} \leqslant \varepsilon \leqslant 30 \cdot 10^{-4}$.

Po wstawieniu do (3.7) współczynników (3.8) obliczonych dla $\eta = 0$ (zakładamy, że entropia w stanie naturalnym wynosi zero), oraz po zastąpieniu składowych tensora $\boldsymbol{B}$ składowymi tensora $\boldsymbol{D} = \boldsymbol{E}$ tzn.

$$B^{ij} = 1 + 2 \cdot D^{ij} = 1 + 2 \cdot \varepsilon^{ij},$$
$$\lambda_i^2 = 1 + 2\varepsilon_{ii} \quad \text{(nie sumować)}$$

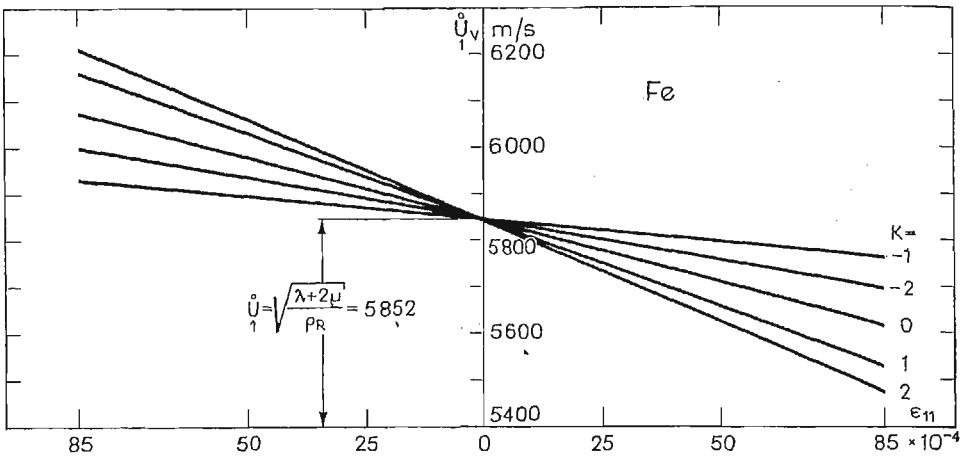
i wstawieniu danych z tabeli 1 otrzymano z (3.7) dla stali następujący wzór

$$\overset{0}{U}{}_{\mathrm{I}}^2 = \frac{2 \cdot 10^7 \cdot 9.81}{7.85} \{1.37 - 13.22\, \varepsilon_{11} - 4.06 \cdot K \cdot \varepsilon_{11}\}, \quad \frac{m^2}{\mathrm{sek}^2}. \tag{4.1}$$

We wzorze powyższym przyjęto $\varrho_R = 7.85$ t/m^3, ponadto przyjęto

$$\varepsilon_{22} = \alpha_2 \varepsilon_{11}, \quad -1 \leqslant \alpha_2 \leqslant 1, \quad k = \alpha_1 + \alpha_2,$$
$$\varepsilon_{33} = \alpha_3 \varepsilon_{11}, \quad -1 \leqslant \alpha_3 \leqslant 1, \quad -2 \leqslant k \leqslant 2.$$

Na rys. 1 sporządzono wykresy dla ε_{11} zmieniającego się w granicach $\pm 85\ 10^{-4}$ i dla $-2 \leqslant K \leqslant 2$.



Rys. 1. Wykres prędkości $\overset{0}{U}_1$ podłużnej fali akustycznej w stali.

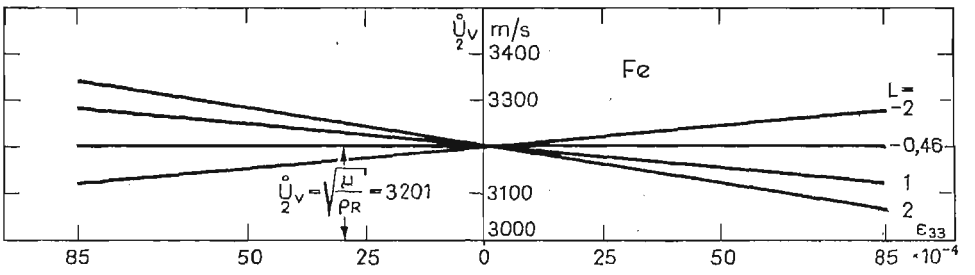
W analogiczny sposób otrzymujemy wyrażenia dla prędkości fal poprzecznych

$$\overset{0}{U}_2^2 = \frac{2\cdot 10^7 \cdot 9.81}{7.85}\{0.41 - 1.8L\varepsilon_{33} - 0.84\varepsilon_{33}\};\ \frac{m^2}{sek^2}, \tag{4.2}$$

przy oznaczeniach

$$\varepsilon_{11} = \beta_1 \varepsilon_{33}, \quad -1 \leqslant \beta_1 \leqslant 1, \quad L = \beta_1 + \beta_2$$
$$\varepsilon_{22} = \beta_2 \varepsilon_{33}, \quad -1 \leqslant \beta_2 \leqslant 1, \quad -2 \leqslant L \leqslant 2$$

Ilustrację graficzną wzoru (4.2) przedstawiono na rys. 2. Wyrażenie dla prędkości



Rys. 2. Wykres prędkości $\overset{0}{U}_2$ poprzecznej fali akustycznej w stali.

$\overset{0}{U}_3$ otrzymamy z (4.2) wstawiając ε_{22} w miejsce ε_{33}. Wykres identyczny jak w przypadku wzoru (4.2).

Gdy obszar przed frontem fali silnej nieciągłości nie jest wstępnie odkształcony z $(2.8)_1$ i (3.10) otrzymamy

$$\overset{0}{U}_1 = [(\lambda+2\mu)/\varrho_R]^{1/2} = 5852 \text{ m/sek}, \quad \overset{0}{U}_2 = (\mu/\varrho_R)^{1/2} = 3201 \text{ m/sek}$$

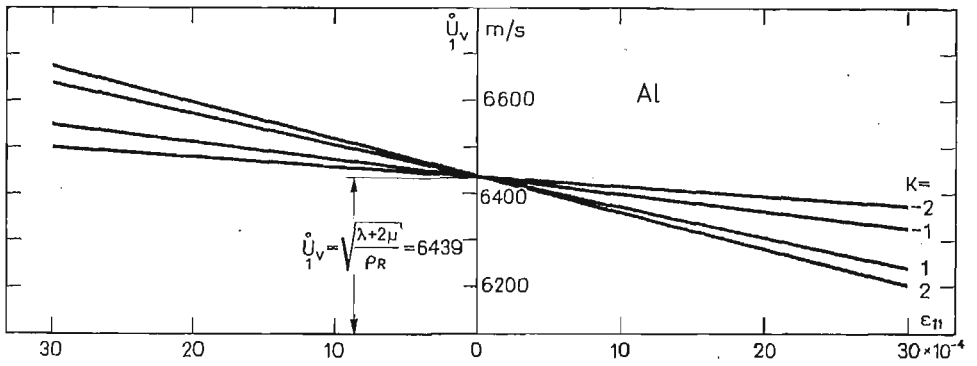
Widzimy, że zerowe przybliżenia prędkości fali silnej nieciągłości w ośrodku nieodkształconym przed frontem fali, są równe prędkości fali podłużnej i poprzecznej w danym ośrodku. Z rys. 1 wynika, że maksymalne różnice w prędkościach wystąpią przy $K = 2$, dla $\varepsilon_{11} = 85 \cdot 10^{-4}$ $\overset{0}{U}_{1v} = 5454$ m/sek, a przy $\varepsilon_{11} = -85 \cdot 10^{-4}$, $\overset{0}{U}_{1v} = 6224$ m/sek. Różnica prędkości wynosi 770 m/sek. Na rys. 2 wystąpi analogiczna sytuacja dla $L = 2$, przy zmianie ε_{33} przed frontem fali z $85 \cdot 10^{-4}$ na $-85\ 10^{-4}$, różnica prędkości wyniesie 313 m/sek.

Analogiczne wyrażenia dla zerowych przybliżeń prędkości fali w aluminium, przy $\varrho_R = 2.65$ t/m^3 są następujące

$$\overset{0}{U}{}_1^2 = \frac{2 \cdot 10^7 \cdot 9.81}{2.65} \{0.56 - 9.47\varepsilon_{11} - 2.85K\varepsilon_{11}\}, \quad \frac{m^2}{sek^2} \tag{4.3}$$

$$\overset{0}{U}{}_2^2 = \frac{2 \cdot 10^7 \cdot 9.81}{2.65} \{0.13 - 0.72\varepsilon_{33} - 1.46L\varepsilon_{33}\}, \quad \frac{m^2}{sek^2} \tag{4.4}$$

Wykresy wzorów (4.3) i (4.4) przedstawiono na rys. 3, 4. Zakres zmienności odkształceń przyjęto $\pm 30 \cdot 10^{-4}$. Dla obszaru nieodkształconego przed frontem fali otrzymamy odpowiednio

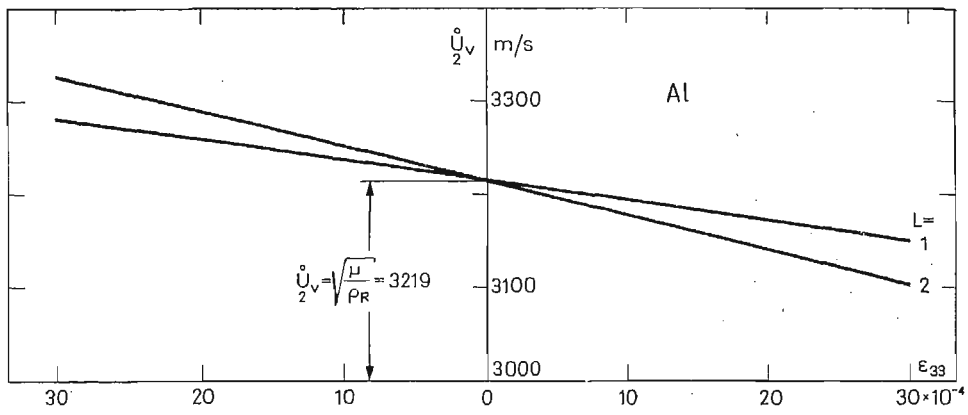


Rys. 3. Wykres prędkości $\overset{0}{U}_{1v}$ podłużnej fali akustycznej w aluminium.

$$\overset{0}{U}_{1v} = [(\lambda+2\mu)/\varrho_R]^{1/2} = 6439 \text{ m/sek}, \qquad \overset{0}{U}_{2v} = (\mu/\varrho_R)^{1/2} = 3219 \text{ m/sek}.$$

Największe różnice prędkości $\overset{0}{U}_{1v}$ wystąpią dla $K = 2$, przy zmianie odkształcenia ε_{11} przed frontem fali z $30 \cdot 10^{-4}$ na $-30\ 10^{-4}$ różnica prędkości wyniesie 461 m/sek. Dla prędkości $\overset{0}{U}_{2v}$ rys. 4, przy takiej samej zmianie odkształcenia różnica prędkości wynosi 230 m/sek.

Wstawiając wartości współczynników (3.8) do pierwszego równania (3.11) oraz bio-



Rys. 4. Wykres prędkości $\overset{0}{U}_{2v}$ poprzecznej fali akustycznej w aluminium.

rąc pod uwagę (3.12), przy stałych sprężystości podanych w tabeli 1, oraz zmianie składowych tensora $\boldsymbol{B}$ na $\boldsymbol{D} = \boldsymbol{E}$, dla stali otrzymamy

$$\overset{1}{U}_v = \frac{\lambda_1}{4\overset{0}{U}_v\varrho_R}\{-26.38-173.24\varepsilon_{11}-27.6(\varepsilon_{22}+\varepsilon_{33})\}\overset{0}{H}{}^1\overset{0}{H}{}^1\overset{0}{H}{}^1N_1N_1N_1,$$

(4.5)

$$\overset{0}{H}{}^1 = \pm 1, \qquad \lambda_1 = \sqrt{1+2\varepsilon_{11}} \approx 1+\varepsilon_{11}, \qquad \varepsilon_{11} \ll 1 \Rightarrow \lambda_1 \approx 1$$

ponieważ $\overset{1}{U}_v > 0$ zgodnie z [4] możliwa jest tylko następująca sytuacja

$$\overset{0}{H}{}^1 = -1, \qquad \lambda_1 > 0$$

przy $H^1 = 1$, $\lambda_1 < 0$, zachodzi również nierówność $\overset{1}{U}_v > 0$, ale warunek aby $\lambda_1 < 0$, zgodnie z (3.2) nie jest fizycznie możliwy.
Skok entropii wynosi [3]

$$[\![\eta]\!] = S = \frac{1}{12}\frac{\sigma^{\alpha\beta\gamma}_{ikm}N_\alpha N_\beta N_\gamma H^i H^k H^m}{\sigma_\eta}. \tag{4.6}$$

Wobec (4.5) i (3.16) licznik tego wyrażenia oraz σ_η jako temperatura bezwzględna, są zawsze większe od zera, wobec czego $[\eta] > 0$. Sprawdzenia tego dokonano zgodnie z uwagą w [1] § 2.2, w myśl której dopuszczalne jest izentropowe przybliżenie w przypadku fali silnej nieciągłości, jedynie wtedy, kiedy zostanie stwierdzony fakt, że mała zmiana η przy propagacji fali okaże się rzeczywiście dodatnia.

Zgodnie z uwagami przy wzorze (4.5) stała $\lambda_1 > 0$ stąd mamy $\overset{0}{H}{}^1 = -1$. Jednocześnie biorąc pod uwagę $(2.7)_1$ otrzymamy

$$H^1/m = \overset{0}{H}{}^1 + m\overset{1}{H}{}^1 \qquad H^1 = m\overset{0}{H}{}^1 = -m.$$

Moduł skoku w składowych gradientu deformacji m (2.5) jest co najwyżej równy ((3.19)) $m = 2 \cdot 85 \cdot 10^{-4}$.

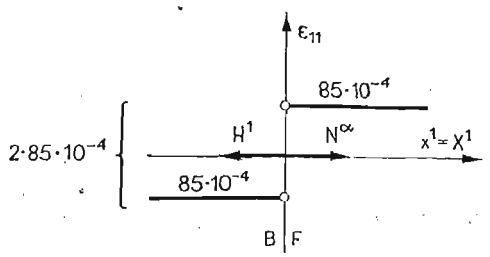
Przy przyjęciu oznaczenia K jak w (4.1), otrzymamy zgodnie z $(2.7)_2$ następujące wyrażenie dla prędkości fali silnej nieciągłości

$$\overset{1}{U}_v = \overset{0}{\underset{1}{U}}_v + \frac{1}{4\overset{0}{\underset{1}{U}}_v \varrho_R}\{26.38+173.24\varepsilon_{11}+27.6K\varepsilon_{11}\}\cdot m, \quad \frac{\text{m}}{\text{sek}} \tag{4.7}$$

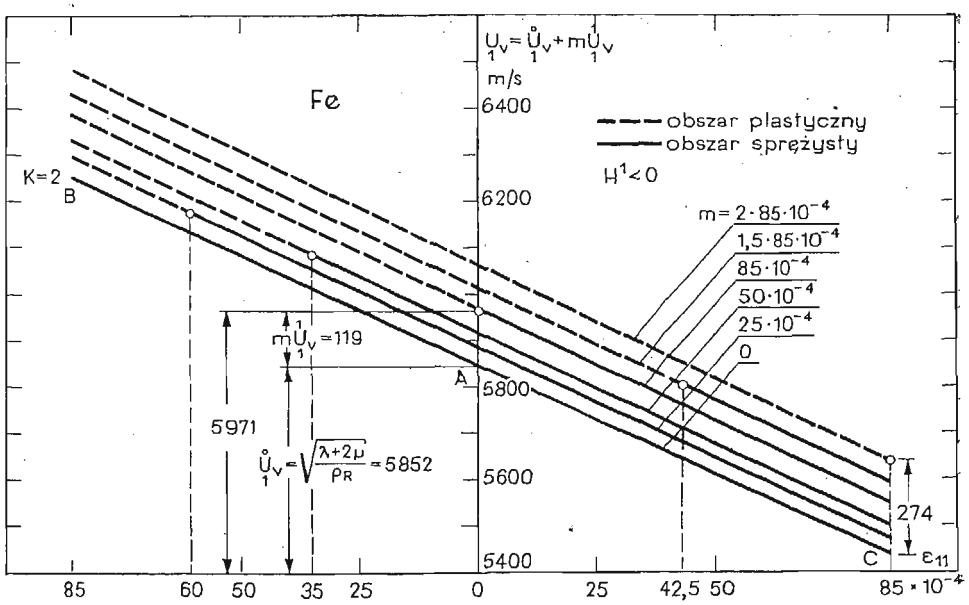
Odkształcenie przed frontem fali waha się w granicach $\pm 85\cdot 10^{-4}$, wartość m w równaniu (4.7) dobieramy tak, aby po skoku, po stronie B powierzchni nieciągłości, składowe stanu odkształcenia nie przekroczyły granicy sprężystości. Łatwo zauważyć, że największa wartość skoku może wynieść $2\cdot 85\cdot 10^{-4}$. Weźmy pod uwagę (3.19), dla $H^1 < 0$ otrzymamy

$$[\![D^{11}]\!] = [\![\varepsilon^{11}]\!] = [\![x_1^1]\!] = (x_1^1)^B - (x_1^1)^F = -2\cdot 85\cdot 10^{-4}.$$

Zakładając $(x_1^1)^F = 85\cdot 10^{-4}$ mamy $(x_1^1)^B = -85\cdot 10^{-4}$, przypadek ten ilustruje rys. 5. Przy wartości skoku $m = 2\cdot 85\cdot 10^{-4}$ granica sprężystości materiału nie została przekroczona. Na rys. 6 przedstawiono wzór (4.8) dla $K = 2$, oraz dla pięciu wartości



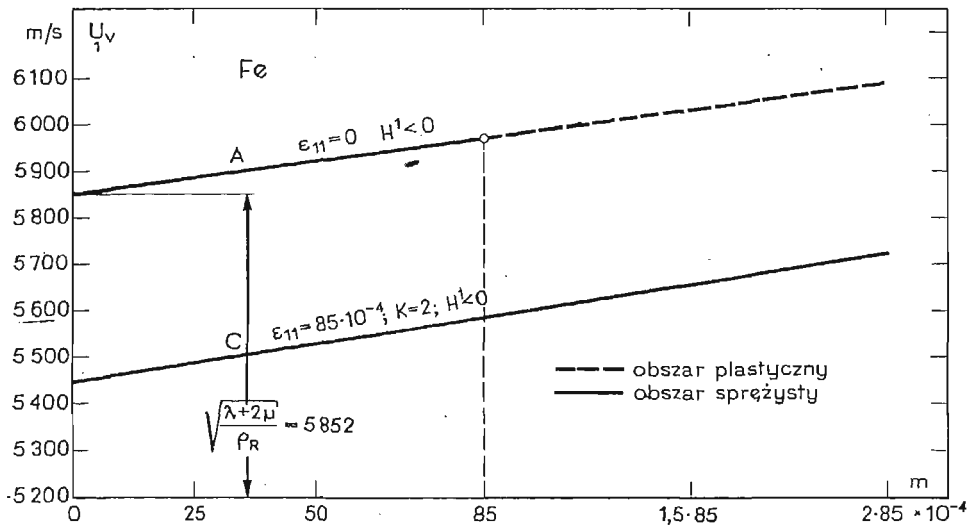
Rys. 5.



Rys. 6. Wykres prędkości $\overset{1}{U}_v$ w funkcji skoku m dla stali.

skoków składowej gradientu deformacji mniejszych niż omówiony wyżej, graniczny $2 \cdot 85 \cdot 10^{-4}$, linia ciągła oznacza obszar sprężysty, przerywana plastyczny. Największy przyrost prędkości $m\overset{1}{U}_v$ uzyskuje się w punkcie C rys. 6. Przyrost prędkości wynosi w tym punkcie 274 m/sek.

Porównując wartość prędkości $\overset{0}{U}_v = [(\lambda+2\mu)/\varrho_R]^{\frac{1}{2}} = 5852 \frac{\text{m}}{\text{sek}}$, (Rys. 6) przy nieodkształconym obszarze przed powierzchnią nieciągłości, z prędkością fali silnej nie-



Rys. 7. Wykres prędkości $\overset{1}{U}_v$ w punktach A, C w zależności od skoku m dla stali.

ciągłości, stwierdzamy wzrost prędkości o 119 m/sek, punkt A rys. 6. Prędkość fali $\overset{1}{U}_v$ wynosi 5971 m/sek.

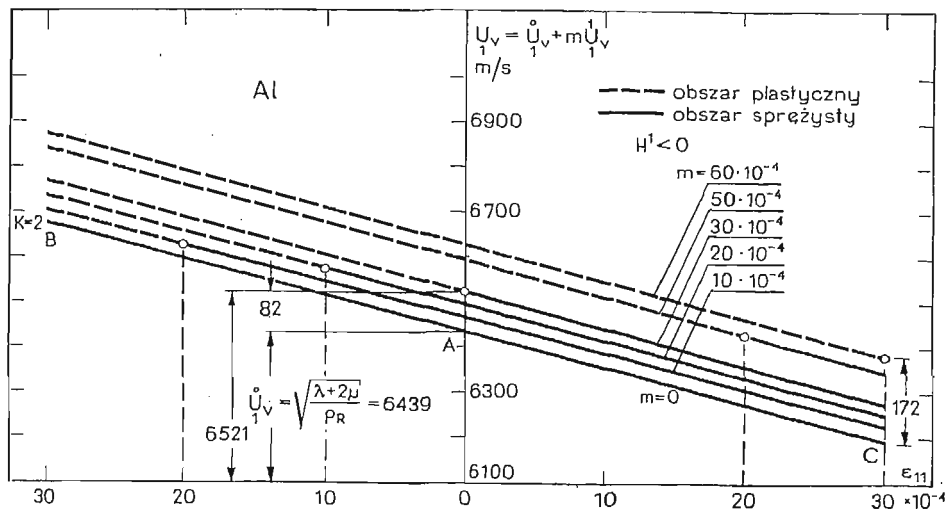
W analogiczny sposób, w oparciu o te same równania otrzymujemy następujące wyrażenie dla prędkości $\overset{1}{U}_v$ fali w aluminium

$$\overset{1}{U}_v = \overset{0}{U}_v + \frac{1}{4\overset{0}{U}_v\varrho_R}\{19.02+112.24\varepsilon_{11}18.72K\varepsilon_{11}\}\cdot m, \quad \frac{\text{m}}{\text{sek}} \tag{4.8}$$

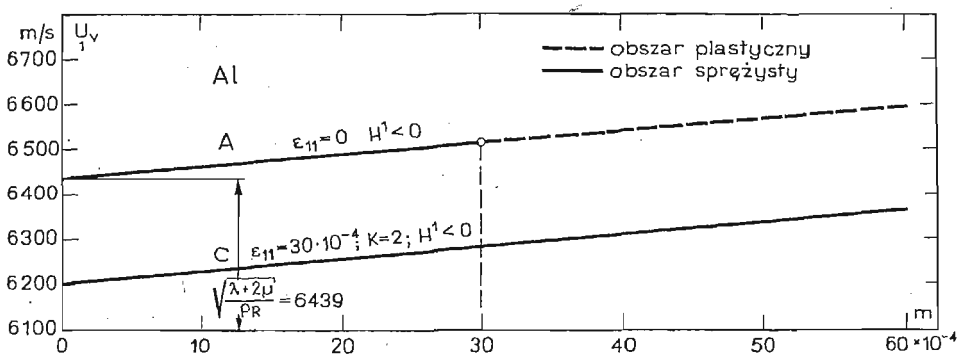
oznaczenie K jak w (4.1)

Skok w składowych gradientu deformacji jest co najwyżej równy (zgodnie z (3.19)) $m = 60 \cdot 10^{-4}$.

Odpowiednie wykresy przedstawiono na rys. 8. Największy przyrost prędkości $m\overset{1}{U}_v$ uzyskuje się w punkcie C rys. 8. Przyrost prędkości w tym punkcie wynosi 172 m/sek. Porównanie wartości prędkości $\overset{0}{U}_v = [(\lambda+2\mu)/\varrho_R]^{\frac{1}{2}} = 6439$ m/sek, przy nieodkształco-



Rys. 8. Wykres prędkości U_v w funkcji skoku m dla aluminium.



Rys. 9. Wykres prędkości U_v w punktach A, C w zależności od skoku m dla aluminium.

nym obszarze przed powierzchnią nieciągłości, wykazuje wzrost prędkości o 82 m/sek w odniesieniu do prędkości fali silnej nieciągłości. Prędkość U_v wynosi 6521 m/sek. (Rys. 8).

5. Przybliżenie adiabatyczne

Rozpatrzmy adiabatyczną falę silnej nieciągłości. W wyrażeniu (3.1) zostanie uwzględniona entropia. W warunkach adiabatycznych przed frontem fali, entropia jest stała. Jeżeli w obszarze tym propaguje fala silnej nieciągłości, stała wartość entropii ulega zmianie. Entropia przyjmuje nową wartość, która nie zmienia się, aż do czasu przejścia przez obszar nowej fali silnej nieciągłości. Poprzednio w punkcie 4 rozpatrywaliśmy przybliżenie izentropowe, założyliśmy, że entropia przed frontem fali wynosi zero. Obliczmy

przyrost entropii jaki wywoła przejście przez obszar adiabatycznej fali silnej nieciągłości. Ponieważ skok entropii jest rzędu m^3 [3], [4], składowe tensora odkształcenia są rzędu m, należy w wyrażeniu (3.1) pominąć wyrazy zawierające η^2 i η^3 oraz iloczyny η i niezmienników tensora $\boldsymbol{B}$. Równanie (3.1) zostało wyprowadzone z dokładnością do trzecich potęg składowych tensora odkształcenia. Otrzymamy

$$(5.1)\qquad \varrho_R \sigma = T_0 \eta \varrho_R + \frac{l+2m}{24}(I_1-3)^3 + \frac{\lambda+2\mu+4m}{8}(I_1-3)^2 + \\ + \frac{8\mu+n}{8}(I_1-3) - \frac{m}{4}(I_1-3)(I_2-3) - \frac{4\mu+n}{8}(I_2-3) + \frac{n}{8}(I_1-3),$$

skok entropii wynosi [3]

$$[\![\eta]\!] = S = \frac{1}{12}\,\frac{\sigma^{\alpha\beta\gamma}_{ikm} N_\alpha N_\beta N_\gamma H^i H^k H^m}{\sigma_\eta}.$$

W naszym przypadku (3.18), (3.6) mamy $\boldsymbol{H} = \boldsymbol{H}(m, 0, 0)$, $N_\alpha = N^\alpha = 1$ więc

$$[\![\eta]\!] = \frac{1}{12}\,\frac{\sigma^{111}_{111} m^3}{\sigma_\eta} > 0; \qquad \sigma_\eta = \frac{\partial \sigma}{\partial \eta} = T,$$

$$\overset{1}{U}_v = \frac{1}{4\overset{0}{U}_v} \cdot \sigma^{111}_{111} \qquad \text{zgodnie z (3.13)}$$

$$(5.2)\qquad [\![\eta]\!] = S = \frac{1}{12}\,\frac{(4\overset{0}{U}_v \overset{1}{U} m) m^2}{\sigma_\eta}.$$

Temperaturę początkową T_0 przyjęto 300°K. Biorąc pod uwagę ostatnią zależność (5.2) obliczono wartości skoku entropii dla różnych wartości skoku m składowych gradientu deformacji.

Wartości skoku entropii w kcal/(kg °K) dla stali podano w tabeli 2, a dla aluminium w tabeli 3.

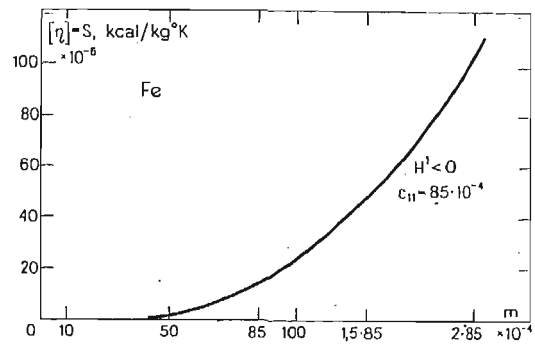
Tabela 2

skok m				
$25 \cdot 10^{-4}$	$50 \cdot 10^{-4}$	$85 \cdot 10^{-4}$	$1.5 \cdot 85 \cdot 10^{-4}$	$2.85 \cdot 10^{-4}$
skok s				
$0.37 \cdot 10^{-6}$	$2.93 \cdot 10^{-6}$	$14.25 \cdot 10^{-6}$	$48.50 \cdot 10^{-6}$	$113.75 \cdot 10^{-6}$
$H^1 < 0$ $\varepsilon_{11} = 85 \cdot 10^{-4}$				

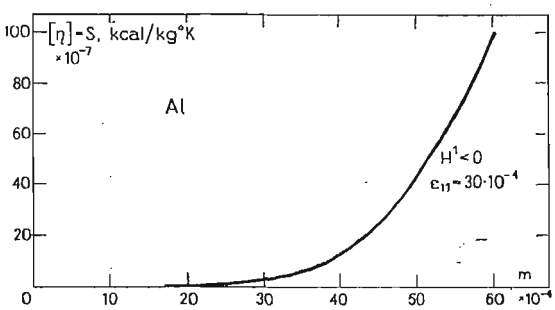
Tabela 3

skok m				
$10 \cdot 10^{-4}$	$20 \cdot 10^{-4}$	$30 \cdot 10^{-4}$	$50 \cdot 10^{-4}$	$60 \cdot 10^{-4}$
skok s				
$0.05 \cdot 10^{-6}$	$0.38 \cdot 10^{-6}$	$1.27 \cdot 10^{-6}$	$4.89 \cdot 10^{-6}$	$10.19 \cdot 10^{-6}$
$H^1 < 0 \quad \varepsilon_{11} = 30 \cdot 10^{-4}$				

Wyniki zawarte w tabelach przedstawiono na rysunkach 10 i 11.



Rys. 10. Zależność skoku entropii $[\eta]$ od wartości skoku m dla stali.



Rys. 11. Zależność skoku entropii $[\eta]$ od wartości skoku m dla aluminium.

W przypadku gdyby rząd skoku entropii $[\![\eta]\!]$, okazał się równy rzędowi skoku m, konieczne jest uwzględnienie entropii zgodnie z (3.1). Otrzymamy wtedy następujące wyrażenie dla prędkości fali akustycznej zgodnie z (3.11)

$$(5.3) \qquad \overset{0}{U}{}_1^2 = \overset{0}{U}{}_1^2|_{\eta=0} + \frac{2}{\varrho_R}\left\{-\frac{\pi+B}{2}\eta + \frac{A}{2}(I_1-3)\eta + \frac{C\eta^2}{2} + \left(\frac{B\eta}{4}\right)(\lambda_2^2+\lambda_3^2) + A\eta\lambda_1^2\right\},$$

$$\overset{0}{U}{}_2^2 = \overset{0}{U}{}_2^2|_{\eta=0} + \frac{2}{\varrho_R}\left\{-\frac{\pi+B}{2}\eta + \frac{A}{2}(I_1-3)\eta + \frac{B\eta}{4}\lambda_3^2\right\}, \tag{5.4}$$

$$\overset{0}{U}{}_3^2 = \overset{0}{U}{}_3^2|_{\eta=0} + \frac{2}{\varrho_R}\left\{-\frac{\pi+B}{2}\eta + \frac{A}{2}(I_1-3)\eta + \frac{B\eta}{4}\lambda_2^2\right\}, \tag{5.5}$$

$$\overset{1}{U}{}_1 = \overset{1}{U}{}_1|_{\eta=0} + \frac{2}{\varrho_R}\{6A\eta\lambda_1\}. \tag{5.6}$$

Wartości współczynników π oraz ω w (3.1) można znaleźć w [7].

$$\pi = \frac{\beta T_0\left(\lambda + \frac{2}{3}\mu\right)}{q},$$

$$\omega = \frac{T_0}{q}\left(1 - \frac{\beta^2 T_0}{q}\left(\lambda + \frac{2}{3}\mu\right)\right).$$

gdzie: β — współczynnik objętościowej rozszerzalności cieplnej
q — ciepło właściwe przy zerowym stanie naprężenia
Dla stali wartości współczynników π i ω przy

$$\beta = 36 \cdot 10^{-6}\frac{1}{°\mathrm{K}}, \quad q = 0.11\frac{\mathrm{kcal}}{\mathrm{kg}\,°\mathrm{K}},$$

wynoszą

$$\pi = 1598851{,}6\ 10^4\frac{\mathrm{kg}^2\,°\mathrm{K}}{\mathrm{m\,kcal\,sek}^2}, \quad \omega = 2678{,}2\frac{\mathrm{kg}\,°\mathrm{K}}{\mathrm{kcal}}.$$

Biorąc pod uwagę największy skok $m = 2 \cdot 85 \cdot 10^{-4}$ z tabeli 2 i odpowiadający mu skok entropii $[\![\eta]\!] = 113.75 \cdot 10^{-6}$ stwierdzamy, że skok entropii jest rzędu m^2. Zachowując w równaniach (5.3), (5.4), (5.5) człony ze współczynnikami π, ω stwierdzamy, że prędkości obliczone z powyższych równań, przy przyjętej dokładności liczenia nie ulegają zmianie.

6. Wnioski i uwagi końcowe

Z przedstawionych wykresów wynika, że prędkość fali silnej nieciągłości zależy w znacznym stopniu od wstępnego odkształcenia ośrodka. Prędkość fali akustycznej $\overset{0}{U}{}_1$ jest większa w strefie gdzie $\varepsilon_{11} < 0$, maleje ze wzrostem odkształcenia ε_{11}, osiągając w stanie nieodkształconym wartość $\overset{0}{U}{}_1 = [(\lambda+2\mu)/\varrho_R]^{1/2}$. Z porównania wykresów 1,2 wynika, że największy wpływ na prędkość $\overset{0}{U}{}_1$ ma odkształcenie ε_{11}, odkształcenia $\varepsilon_{22}, \varepsilon_{33}$ nie są w stanie tak wpłynąć na prędkość, aby w strefie gdzie $\varepsilon_{11} < 0$, przyjęła wartość mniejszą od $\overset{0}{U}{}_1 = [(\lambda+2\mu)/\varrho_R]^{1/2}$. Inaczej jest w przypadku prędkości $\overset{0}{U}{}_2$. Odkształcenie ε_{33} ma mniejszy wpływ na zmiany prędkości, o zmianie decydują odkształcenia $\varepsilon_{22}, \varepsilon_{11}$

w strefie gdzie odkształcenia te są rozciągające np. ($K = -2$), a odkształcenie $\varepsilon_{33} < 0$, prędkość $\overset{0}{U}_{v}$ jest mniejsza od $\overset{0}{U}_{v} = (\mu/\varrho_R)^{1/2}$. W strefie gdzie $\varepsilon_{11} < 0$, $\varepsilon_{22} < 0$, $\varepsilon_{33} > 0$, ($K = -2$), prędkość jest większa od prędkości fali poprzecznej w tym ośrodku.

Największa różnica między prędkością fali akustycznej, propagującą się w ośrodku wstępnie odkształconym, a prędkością fali silnej nieciągłości w tym ośrodku wynosi 274 m/sek, punkt C rys. 6. Prędkość fali akustycznej wynosi w tym punkcie 5454 m/sek. Otrzymamy więc 5% przyrost prędkości.

Skok entropii będący rzędu m^3, dla małych wartości skoku m szybko wzrasta ze skokiem m rys. 10, 11. Dla stali otrzymano większe przyrosty prędkości niż dla aluminium, wiąże się to z mniejszą wartością granicy sprężystości przyjętą dla aluminium, a tym samym mniejszym skokiem m. W opisanym tu przypadku fala silnej nieciągłości jest falą ściskającą. Zachodzi tu analogiczna sytuacja jak w gazie przy zaniedbaniu przewodnictwa cieplnego, nierówność $[\![\eta]\!] > 0$ dopuszcza jedynie ściskające fale silnej nieciągłości, oraz uniemożliwia propagację fal rozrzedzeniowych.

Literatura cytowana w tekście

1. D. R., BLAND, *Nonlinear Dynamic Elasticity*, Waltham, 1969.
2. Z. WESOŁOWSKI, *Zagadnienia dynamiczne nieliniowej teorii sprężystości*, PWN, W-wa 1974.
3. Z. WESOŁOWSKI, *Strong discontinuity wave in initially strained elastic medium*, Arch. Mech. Stos. 3, **30**, 1978.
4. Z. WESOŁOWSKI, *Nieliniowa teoria sprężystości*, w IV tomie „Mechaniki Technicznej" pt. „Sprężystość", red. M. Sokołowski, PWN, W-wa 1978.
5. H. FUKUOKA, H. TODA, *Preliminary experiment on acoustoelasticity for stress analysis*, Arch. Mech. Stos. 5, **29**, 1977.
6. P. J. CHEN, *Growth and decay of waves in solids*, in „Handbuch der Physik", Vol. VI, a/3. Springer — Verlag, Berlin — New York.
7. С. К. Годунов, *Элементы механики сплошной среды*, Изд. Наука, 1978.

Р е з ю м е

ПЛОСКАЯ УДАРНАЯ ВОЛНА В ПРЕДВАРИТЕЛЬНО НАПРЯЖЕНОЙ, УПРУГОЙ ИЗОТРОПНОЙ СРЕДЕ.

Рассмотрено распространение плоских ударных волн в однородной неограниченной среде с упругими постоянными третьего порядка. Предположено, что перед фронтом ударной волны находится однородная предварительная деформация. Рассмотрено адиабатическое и изэнтропическое приближения.

В работе использовано метод доказанный в работе [3]. После разложения скорости распространения и амплитуды в степенные ряды получено решение. Как „нулевое" приближение получено волну ускорения (одну продольную и две поперечные). На рисунках представлено скорость расспространения в зависимости от компонент тензора деформаций перед сингулярной поверхностью. „Первое" приближение даем только одну продольную ударную волну. На рисунках представлено скорость ударной волны в зависимости от скачка градиента деформаций. Рисунки сделано для стали и алюминия.

Summary

STRONG DISCONTINUITY PLANE WAVES IN INITIALLY STRAINED ELASTIC ISOTROPIC MEDIUM.

The subject of the paper is the analysis of propagation of strong discontinuity plane waves in an isotropic unbounded medium. The isotropic material with the second order elasticity coefficients has been assumed. We also assumed that the strains in front of the strong discontinuity wave were homogeneous. The isentropic and adiabatic approximation were taken into consideration. By means of the method described in paper [3] the amplitude vector H^1 and the speed propagation U_v have been expanded into power series of the parameter m. As the „zero" approximation we obtained the acceleration wave (two transversal and one longitudinal). The diagrams for the speed propagation against the strains in front of the singular surface have been presented. The „first" approximation gives only a single longitudinal strong discontinuity wave. On the remeining diagrams we presented the strong discontinuity wave speed against the jump of the deformation gradient. The diagrams were made for steel and aluminium. It has been calculated that the greatest difference between the acoustic speed wave propagated in initially strained medium and the strong discontinuity wave speed in this medium for the steel is 274 m/s.

Praca zostala złożona w Redakcji dnia 8 stycznia 1980 roku