

SZACOWANIE EFEKTÓW BEZWŁADNOŚCIOWYCH PODCZAS SZYBKIEJ
OSIOWEJ DEFORMACJI PRÓBEK WALCOWYCH

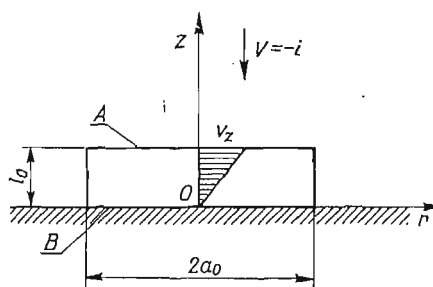
MAREK MALATYŃSKI, JANUSZ KLEPACZKO (WARSZAWA)

1. Uwagi wstępne

Spośród kilku metod doświadczalnych pomiaru charakterystyk umocnienia metali przy dużych prędkościach odkształcenia, istotne miejsce zajmują: zaproponowana przez KOLSKY'EGO [12] technika zmodyfikowanego pręta Hopkinsona oraz technika walec-pręt, której autorem jest HAUSER [7]. W obydwu wymienionych metodach doświadczalnych procesowi osiowego ściskania z dużymi prędkościami poddaje się krótkie próbki walcowe. Analiza falowa układu dwóch prętów, pomiędzy którymi znajduje się próbka, obciążonych gwałtownie w kierunku osiowym, umożliwia na podstawie kształtu fal zarejestrowanych przy pomocy odpowiednich czujników, znalezienie dynamicznej krzywej umocnienia $\sigma(\epsilon)$ badanego materiału. Dokładny opis tej metody znajduje się np. w pracy KLEPACZKO [11].

Ponieważ proces ściskania próbki odbywa się z dużą prędkością w próbce występują efekty bezwładnościowe w kierunku osiowym i promieniowym. Obydwa te czynniki mogą w pewnych warunkach zakłócić prawidłowy pomiar dynamicznej krzywej umocnienia i zniekształcić interpretację wyników doświadczalnych.

Należy ponadto zaznaczyć że w zależności od wyboru powierzchni czołowej próbki na której określona jest doświadczalnie wartość naprężenia osiowego, przy założonym w obydwu przypadkach jednakowym polu prędkości, naprężenie to może być różne. Jest to typowe zjawisko dla procesów dynamicznych z uwzględnieniem bezwładności. Rysunek 1



Rys. 1. Pole prędkości dla ściskanego walca

przedstawia pole prędkości zakładane najczęściej w pracach teoretycznych. Możliwy jest zatem pomiar kształtu fal w prętach pomiarowych, z których obliczamy wartość naprężenia osiowego, na czole A próbki (czoło czynne) lub na czole B (czoło bierne). Możliwe jest

również określenie wartości średnicy naprężenia. Ponieważ wartości naprężeń osiowych oblicza się bezpośrednio z pomiaru oscylogramów, nazwano je dalej naprężeniami mierzo-nymi. W dalszej części pracy przyjęto następujące oznaczenia odpowiednio odniesionych naprężeń osiowych, tj. wzdłuż osi z :

- a) naprężenie na czole A – σ_M^A
- b) naprężenie na czole B – σ_M^B
- c) naprężenie średnie – $\sigma_M = \frac{1}{2} [\sigma_M^A + \sigma_M^B]$

Zagadnienie to jest istotne, gdyż różni autorzy w analizie efektów bezwładności odnoszą otrzymane zależności opisujące naprężenie po korekcji do różnych powierzchni czołowych próbki, co znacznie utrudnia dyskusję i porównania. Dlatego konieczne staje się systematyczne przeanalizowanie czynników wpływających na wielkość efektów inercyjnych podczas ściskania próbek walcowych, ze szczególnym uwzględnieniem charakterystycznych warunków doświadczenia, które wynikają z przebiegu procesu falowego w prętach.

Głównym celem pracy jest analiza efektów bezwładnościowych, podanie zależności na poprawki bezwładnościowe oraz wyjaśnienie, w jakich warunkach doświadczalnych należy je stosować.

Rozwiązania zadania wolnego, a także szybkiego ściskania krótkiego walca umieszczonego między równoległymi, sztywnymi płaszczyznami podawane były przez różnych autorów. Analiza statyczna problemu ściskania walca, którego rozwiązanie przedstawili SIEBEL [16] oraz HILL [8] jest słuszna jedynie dla względnie krótkich próbek dla których deformacja wzdłuż długości próbki może być założona jako jednorodna, a jej przebieg jako izotermiczny. Przybliżone rozwiązanie zadania ściskania lepkosprężystego walca pomiędzy szorstkimi płytami podał CARLSON [2].

Założenie przyjmowane w opisie procesu powolnego ściskania nie są spełnione przy dużych prędkościach odkształcenia. Analizę szybkiego ściskania z uwzględnieniem efektów bezwładnościowych przeprowadza się zazwyczaj na gruncie teorii plastyczności lub też przy wykorzystaniu rozważań energetycznych. Sposobem pierwszym posłużył się LIPPMANN [15], który rozwiązał problem brzegowy szybkiego ściskania walca przy założeniu płaskiego, a następnie osiowosymetrycznego stanu odkształcenia z kinematyką ruchu materiału uwzględniającą wpływ promieniowy. HADDOW [6] rozwinął to zagadnienie i podał rozwiązanie dla szybkiego ściskania walca z modelem materiału Bingham'a wraz z uwzględnieniem tarcia na powierzchniach styku czoł walca ze stemplami. Przybliżoną analizę zachowania się krótkiego walca ściskanego dynamicznie podał w swej monografii JOHNSON [9]. Zakładając płaski stan odkształcenia i proces osiowosymetryczny określił on składową promieniową naprężenia, a później wartość naprężeń osiowych z dodatkową składową wynikającą z bezwładności. Podobne rozwiązanie podali w swych pracach KLEPACZKO [10] oraz DHARAN i HAUSER [4].

Bilans energetyczny próbki ściskanej dynamicznie wykorzystali KOLSKY [12], DAVIES i HUNTER [3] oraz SAMANTA [17]. Pierwszy z autorów pominął z założenia składową bezwładności osiowej, Davies i Hunter uwzględnili natomiast równoczesny wpływ bezwładności promieniowej i osiowej, Samanta wziął również pod uwagę składową konwekcyjną energii kinetycznej, związanej z kwadratem prędkości odkształcenia.

2. Stosowane poprawki bezwładnościowe w ściskanym walcu

KOLSKY [12] podał wyrażenie poprawkowe, w którym uwzględniono wpływ bezwładności promieniowej na wielkość mierzonych naprężeń osiowych w cienkiej ściskanej próbce. Wyrażenie to uzyskano z bilansu energii zakładając, że energia kinetyczna ruchu promieniowego materiału próbki powoduje nadwyżkę naprężenia w porównaniu z naprężeniem, jakie wystąpiłoby w stanie jednoosiowym przy równoczesnym zachowaniu jednakowego skrócenia próbki. Zależność Kolsky'ego przedstawia się w postaci:

$$(2.1) \quad \sigma_M - \sigma_S = \frac{1}{2} \nu_s a^2 \varrho_s \ddot{\epsilon},$$

gdzie: σ_M — jest średnim naprężeniem osiowym, σ_S jest naprężeniem osiowym potrzebnym do uzyskania takiego samego odkształcenia, jednak w warunkach jednowymiarowego stanu naprężenia, ν_s — jest współczynnikiem Poissona, ϱ_s jest gęstością materiału próbki, a oznacza promień próbki, $\ddot{\epsilon}$ jest przyspieszeniem odkształcenia.

Stosowanie tej poprawki dawało w doświadczeniach z użyciem zmodyfikowanego pręta Hopkinsona wyniki różniące się zaledwie o kilka procent w stosunku do mierzonych wartości naprężenia plastycznego płynięcia i według autora było istotne wtedy, gdy podczas procesu deformacji próbki występował gwałtowny wzrost prędkości odkształcenia. Kolsky używał w swych badaniach próbek bardzo cienkich, zapewniających równowagę naprężeń na obydwu czołach. Próbki te miały smukłość początkową $s_0 = 0,05$, gdzie $s_0 = \frac{l_0}{d_0}$, l_0 i d_0 są odpowiednio początkową długością i początkową średnicą próbki.

DAVIES i HUNTER [3] podali rozwiniętą postać poprawki bezwładnościowej. Wymienieni autorzy przeprowadzili bilans energetyczny próbki ściskanej dynamicznie przez porównanie energii kinetycznej ruchu materiału próbki i energii deformacji z pracą sił zewnętrznych na przemieszczeniach w kierunku promieniowym i osiowym otrzymując następujące wyrażenie poprawkowe:

$$(2.2) \quad \sigma_M^B - \sigma_S = - \varrho_s \left(\frac{l^2}{6} - \frac{\nu_s^2 a^2}{2} \right) \ddot{\epsilon},$$

Pierwszy składnik ze wzoru (2.2) określa wartość bezwładności osiowej, drugi — bezwładności promieniowej. Zerowanie się wyrażenia w nawiasie daje warunek optymalnej geometrii próbki:

$$(2.3) \quad l = \sqrt{3} \nu_s a, \quad s_0 = \frac{\sqrt{3}}{2} \nu_s,$$

dla którego bezwładność promieniowa i osiową się znoszą. Davies i Hunter używali w swych badaniach próbek o smukłości $s_0 = 0,5$, co odpowiadało wyznaczonej smukłości optymalnej i według kryterium minimalizacji tarcia było korzystniejsze niż użycie próbek bardzo cienkich, np. wykorzystywanych przez Kolsky'ego.

KLEPACZKO [10] oraz DHARAN i HAUSER [4] przeprowadzili na gruncie teorii plastyczności analizę dynamicznego zachowania się próbki z uwzględnieniem bezwładności promieniowej. Z równania ruchu w kierunku promieniowym dla materiału nieściśliwego

otrzymano wartości składowej promieniowej naprężenia, a po wykorzystaniu warunku plastyczności Hubera-Misesa i hipotezy Haara-Kármána wyrażenie poprawkowe przyjmuje postać

$$(2.4) \quad \sigma_M - \sigma_S = \varrho_s a_0^2 \left[\frac{1}{4(1-\varepsilon_z)} \ddot{\varepsilon} - \frac{3}{8(1-\varepsilon_z)^2} \dot{\varepsilon}^2 \right],$$

Podany przez wymienionych autorów wzór uwzględniał zmianę geometrii próbki podczas procesu odkształcenia.

SAMANTA [17] zwrócił uwagę, że analiza Daviesa-Huntera pomija część konwekcyjną pochodnej materialnej energii kinetycznej. Zakładając nieściśliwość materiału i prowadząc rozważania energetyczne analogicznie jak Davies i Hunter, Samanta otrzymał wzór poprawkowy, w którym jedno wyrażenie jest funkcją $\ddot{\varepsilon}$, drugie natomiast jest funkcją $\dot{\varepsilon}^2$. Wyrażenie związane z przyspieszeniem jest identyczne jak u Daviesa i Huntera, wyrażenie konwekcyjne (związane z $\dot{\varepsilon}^2$) odgrywa mniejszą rolę, dając wyniki stanowiące kilka procent wartości pierwszego wyrażenia. Zależność Samanty ma postać

$$(2.5) \quad \sigma_M - \sigma_S = \varrho_s \left(\frac{l^2}{12} + \frac{d^2}{32} \right) \ddot{\varepsilon} - \varrho_s \left(\frac{d^2}{64} - \frac{l^2}{12} \right) \dot{\varepsilon}^2,$$

BERTHOLF i KARNES [1] przeprowadzili dwuwymiarową analizę falową zmodyfikowanego pręta Hopkinsona wykorzystując program numeryczny TOODY i maszynę cyfrową CDC 6600. Program numeryczny umożliwił znalezienie wszystkich składowych tensorów: naprężenia σ_{ij} , odkształcenia ε_{ij} i prędkości odkształcenia $\dot{\varepsilon}_{ij}$ we wszystkich punktach prętów i próbki dla zadanego czasu. Dla zbadania wpływu tarcia oraz efektów inercyjnych w próbce na mierzoną krzywą umocnienia, przeprowadzono szczegółowe obliczenia numeryczne dla próbki o różnej smukłości, zakładając dodatkowo rozmaite warunki tarcia na czołach próbki i prętów. Stwierdzono m.in., że dla próbek o smukłości $s_0 < < \nu_s \sqrt{3/4}$ przeważa bezwładność promieniowa, natomiast dla większych wartości s_0 poważniejszą rolę odgrywa bezwładność osiowa. Ogólny wpływ bezwładności rośnie wraz ze wzrostem prędkości odkształcenia $\dot{\varepsilon}$; bezwładność wywołuje dodatkowo powstawanie oscylacji na znalezionej dynamicznej krzywej umocnienia. Bertholf i Karnes wykorzystali do porównań w swych obliczeniach poprawkę Daviesa-Huntera i jako wynik podali wykres, na którym rezultaty ich obliczeń numerycznych, przy założeniu prostokątnego impulsu wymuszenia w pręcie Hopkinsona, nałożone zostały na liniowe rozkłady względnej nadwyżki bezwładnościowej naprężenia w funkcji $\ddot{\varepsilon}_{\max}$ dla różnych s_0 , otrzymane z przekształconego wzoru Daviesa Huntera

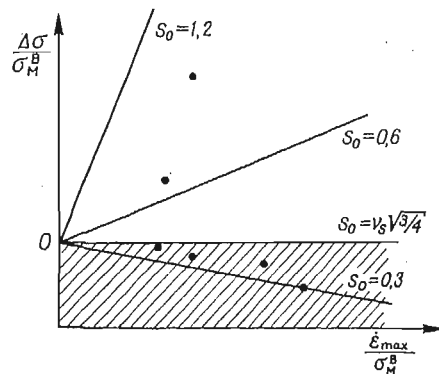
$$(2.6) \quad \frac{\sigma_S - \sigma_M^B}{\sigma_M^B} = \frac{\ddot{\varepsilon}_{\max}}{\sigma_M^B} \frac{\varrho_s d^2}{6} \left[\left(\frac{l}{d} \right)^2 - \frac{3}{4} \nu_s^2 \right],$$

przy czym przyjęto tutaj warunek nieściśliwości $\nu_s = \frac{1}{2}$.

Wyniki Bertholfa i Karnesa pokazane są na rys. 2. Dodatnia (górną) część rysunku odpowiada obszarowi, na którym dominuje inercja osiowa, na ujemnej, tj. zakreskowanej części rysunku, przeważa inercja promieniowa. Dwuwymiarowa analiza Bertholfa i Karne-

sa wymaga stosowania bardzo szybkiej maszyny cyfrowej o dużej pamięci, jak np. CDC 6600, przy czym czas trwania jednego cyklu obliczeniowego wynosi około dwóch godzin.

Ze względu na konieczność użycia, dla przeprowadzenia takiej analizy falowej, komputera wysokiej generacji, oraz z uwagi na długi czas obliczeń dla jednej geometrii próbek i warunków tarcia, rozwiązanie zadania jest bardzo kosztowne i pracochłonne. Tym bardziej stało się istotne opracowanie metody oraz wskazówek dla prostego oszacowania efektów inercyjnych, które pozwolą obliczyć przybliżone, ale poprawione wartości na-



Rys. 2. Udział bezwładności promieniowej i osiowej dla ściskanych dynamicznie próbek walcowych o różnej smukłości s_0 , wg [1].

prężen, tj. sprowadzone do jednoosiowego stanu naprężenia. Pomimo iż opracowano już kilka sposobów szacowań poprawek bezwładnościowych i różni autorzy posługują się przy opracowywaniu wyników badań doświadczalnych różnymi poprawkami, nie wyjaśniono dotychczas, kiedy i w jakich warunkach każda z poprawek może być stosowana. Wielu autorów posługujących się zmodyfikowaną prętą Hopkinsona zaniebdywało efekty bezwładnościowe, inni wykorzystywali wymienione wyżej poprawki. Poprawkę Daviesa-Huntera, którą będziemy oznaczać indeksem **DH**, stosowali LINDHOLM [13], LINDHOLM i YEAKLEY [14], poprawką SAMANTY S posługiwał się jej autor [17], oszacowanie Klepaczko-Dharana-Hausera **KDH** wykorzystane było przez DHARANA i HAUSERA [4, 5], natomiast oszacowanie KOLSKY'EGO **K** przez jego autora [12].

3. Naprężenia inercyjne w wałcu ściskanym

Rozważmy próbkę cylindryczną poddaną szybkiemu ściskaniu między dwiema sztywnymi, równoległymi płytami. Warunki kinematyczne podane są na rys. 1; materiał założono jako nieściśliwy.

Powierzchnia czołowa $z = 0$ jest nieruchoma, natomiast powierzchnia czołowa $z = l$ porusza się z prędkością $V = -\dot{l}$. Jeżeli $a_0/l_0 > 1$ i płyty są idealnie gładkie, pole prędkości jest w przybliżeniu takie, jak dla quasi-statycznego problemu jednorodnego ściskania:

$$(3.1) \quad v_r = \frac{r}{2l} V,$$

$$(3.1) \quad v_\theta = 0,$$

[cd.]

$$v_z = -\frac{z}{l} V,$$

skąd

$$(3.2) \quad v_r = -\frac{1}{2} \frac{r}{z} v_z.$$

Promieniowa składowa przyspieszenia we współrzędnych walcowych ma postać:

$$(3.3) \quad \frac{dv_r}{dt} = \frac{\partial v_r}{\partial t} + \frac{\partial v_r}{\partial r} v_r + \frac{v_\theta}{r} \frac{\partial v_r}{\partial \theta} - \frac{v_\theta^2}{r} + v_z \frac{\partial v_r}{\partial z},$$

co przy wykorzystaniu (2.1) daje:

$$\begin{aligned} \frac{dv_r}{dt} &= -\frac{1}{2} \frac{r}{z} \frac{dv_z}{dt} - \frac{1}{2} \frac{r}{z} v_z \left(-\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{z} \cdot v_z \right) + v_z \left(\frac{1}{2} \frac{r}{z^2} v_z \right), \\ \frac{dv_r}{dt} &= \frac{r}{2z} \left(\frac{3}{2} \frac{v_z^2}{z} - \frac{dv_z}{dt} \right), \end{aligned}$$

natomiast dla $z = l$, tj. dla powierzchni A próbki

$$(3.4) \quad \frac{dv_r}{dt} = \frac{r}{2l} \left(\frac{3}{2} \frac{v_z^2}{l} - \frac{dv_z}{dt} \right).$$

Ponieważ proces deformacji traktujemy jako quasi-statyczny i bez tarcia, naprężenie σ_r nie zależy od z i równanie zachowania pędu w kierunku promieniowym r przyjmuje postać:

$$(3.5) \quad \frac{d\sigma_r}{dr} = \rho \frac{dv_r}{dt},$$

$$(3.6) \quad \sigma_r|_{r=a} - \sigma_r|_{r=r} = \rho \int_r^a \frac{dv_r}{dt} dr,$$

po podstawieniu (3.4) do (3.6) z warunkiem $\sigma_r = 0$ dla $r = a$ otrzymuje się

$$(3.7) \quad -\sigma_r = \rho \int_r^a \left(\frac{3v_z^2}{2l} - \frac{dv_z}{dt} \right) \frac{r}{2l} dr.$$

Ostatecznie po scałkowaniu w granicach r, a :

$$(3.8) \quad \sigma_r = \frac{\rho}{4l} \left(\frac{3v_z^2}{2l} - \frac{dv_z}{dt} \right) (r^2 - a^2)$$

Otrzymany wzór podaje wartość naprężeń promieniowych w funkcji odległości od środka próbki walcowej. Maksymalna wartość σ_r występuje w środku próbki, tj. dla $r = 0$. Jak wspomniano poprzednio, podobne wyprowadzenie podali w swych pracach KLEPACZKO [10] oraz DHARAN i HAUSER [4]. Wspomniani autorzy celem uproszczenia przyjęli, że σ_r jest niezależne od r i w całej próbce równa się $\sigma_r|_{r=0}$, stąd

$$(3.9) \quad \sigma_r = (\sigma_r)_{\max} = \frac{\rho a^2}{4l} \left(\frac{dv_z}{dt} - \frac{3v_z^2}{2l} \right).$$

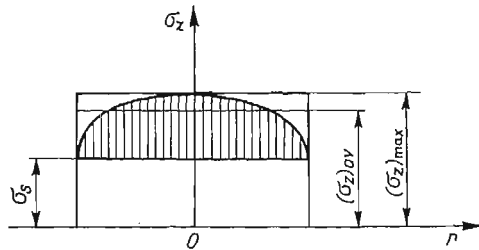
Korzystając z warunku plastyczności

$$\sigma_s = \sigma_z - \sigma_r$$

otrzymano wzór na wartość naprężeń σ_s przy idealnym ściskaniu, czyli wartość naprężeń mierzonych σ_z zmniejszonych o wartość naprężeń promieniowych stąd

$$(3.10) \quad \sigma_s = \sigma_z - \frac{\rho a^2}{4l} \left(\frac{dv_z}{dt} - \frac{3v_z^2}{2l} \right)$$

Rysunek 3 przedstawia rozkłady naprężeń osiowych wzdłuż promienia próbki, przy czym zakreskowana parabola odpowiada rozkładowi naprężeń promieniowych według zależności (3.8), natomiast przybliżenie prostą $(\sigma_z)_{\max}$, co zachodzi dla $\sigma_r = (\sigma_r)_{\max}$ (3.9) przedstawia



Rys. 3. Rozkład naprężeń osiowych na promieniu próbki w procesie dynamicznego ściskania

stały rozkład naprężeń promieniowych według aproksymacji **KDH**. Jeśli przyjąć stały wzdłuż promienia rozkład naprężeń σ_r , w którym $\sigma_r = (\sigma_r)_{\max}$ zastąpimy średnią całkową $(\sigma_r)_{av}$ z rozkładu naprężeń po promieniu próbki, otrzymamy wówczas

$$(3.11) \quad (\sigma_r)_{av} \cdot 2a = 2 \cdot \int_0^a c(r^2 - a^2) dr,$$

$$\text{gdzie } c = \frac{\rho}{4l} \left(\frac{3v_z^2}{2l} - \frac{dv_z}{dt} \right),$$

$$(\sigma_r)_{av} = \frac{\rho a^2}{6l} \left(\frac{dv_z}{dt} - \frac{3v_z^2}{2l} \right).$$

Wzór na wartość naprężeń poosiowych przy idealnym ściskaniu przybiera wówczas postać

$$(3.12) \quad \sigma_s = \sigma_z - \frac{\rho a^2}{6l} \left(\frac{dv_z}{dt} - \frac{3v_z^2}{2l} \right).$$

Jeżeli uwzględnimy zmianę geometrii próbki podczas procesu deformacji i wprowadzimy geometrię aktualną

$$l = l_0(1 - \varepsilon_z), \quad a = \frac{a_0}{\sqrt{1 - \varepsilon_z^2}},$$

poprawka **KDH** opisana jest wzorem, gdy $\sigma_z \equiv \sigma_M$:

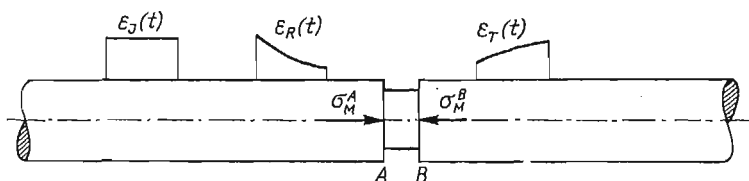
$$(3.13) \quad \sigma_s = \sigma_M - \frac{1}{6} \frac{a_0^2}{l_0^3} \frac{1}{(1 - \varepsilon_z)^2} \rho_s \frac{dv_z}{dt} + \frac{1}{4} \left(\frac{a_0}{l_0} \right)^2 \frac{1}{(1 - \varepsilon_z)^3} \rho_s v_z^2.$$

Omawiając poprawki bezwładnościowe zaproponowane przez różnych autorów należy podkreślić, że w zależności od wyboru zarejestrowanych sygnałów stanowiących dane do obliczeń, zmianie ulega wykorzystywana w obliczeniach postać wzoru poprawkowego. Analiza matematyczna zjawiska propagacji fali sprężystej w zmodyfikowanym pręcie Hopkinsona prowadzi do podstawowych zależności:

$$(3.14) \quad \sigma_M = \frac{1}{2} E \left(\frac{F_b}{F_s} \right) [\varepsilon_J(t) + \varepsilon_R(t) + \varepsilon_T(t)],$$

gdzie $\varepsilon_J(t)$, $\varepsilon_R(t)$ i $\varepsilon_T(t)$ są sygnałami wynikającymi z przejścia fali wzdłużnej w prętach, które są mierzone tensometrami elektrooporowymi odpowiednio dla fali wymuszającej, odbitej od czoła A pręta i próbki oraz transmitowanej przez próbkę i pręt odbierający (przechodzącej przez czoło B), F_b , F_s są polami powierzchni przekroju prętów i próbki.

Na rys. 4 przedstawiono próbkę wraz z prętami, zaznaczając symbolicznie przebiegi fal w obydwu prętach.



Rys. 4. Schemat przebiegów falowych w zmodyfikowanym pręcie Hopkinsona. Powierzchnie A i B stanowią powierzchnie kontaktu pręta z próbką

Przy założeniu równowagi naprężenia na obydwu czołach próbki, co prowadzi do zależności

$$\varepsilon_J(t) + \varepsilon_R(t) = \varepsilon_T(t)$$

naprężenie w próbce σ_M jest proporcjonalne do $\varepsilon_T(t)$.

$$(3.15) \quad \sigma_M = E \left(\frac{F_b}{F_s} \right) \varepsilon_T(t).$$

Stosowany zazwyczaj układ elektroniczny zmodyfikowanego pręta Hopkinsona pozwala na oddzielną rejestrację wszystkich trzech sygnałów w funkcji czasu, natomiast używane programy obliczeniowe dla maszyny matematycznej wykorzystywać mogą jedną z dwóch podanych wyżej zależności. Program tzw. ścisły oparty jest na zależności (3.14), natomiast w programie uproszczonym wykorzystano zależność (3.15).

W przypadku pierwszym znajomość wartości wszystkich trzech fal pozwala obliczyć naprężenie ze wzoru:

$$(3.16) \quad \sigma_M = \frac{1}{2} [\sigma_M^A(t) + \sigma_M^B(t)],$$

gdzie σ_M^A i σ_M^B oznaczają naprężenia działające na czołach A i B prętów. Stąd naprężenie σ_M jest naprężeniem średnim w próbce. W przypadku drugim, gdy wykorzystujemy jedynie zarejestrowaną falę w pręcie odbierającym, obliczamy naprężenie działające na czole B pręta i próbki

$$(3.17) \quad \sigma_M = \sigma_M^B(t).$$

Problem wyboru procedury obliczeniowej przestaje mieć znaczenie dla bardzo cienkich próbek, gdyż wówczas zachodzi praktycznie równowaga sił na czołach A i B

$$(3.18) \quad \sigma_M^A(t) \approx \sigma_M^B(t),$$

skąd

$$\sigma_M = \frac{1}{2} [\sigma_M^A(t) + \sigma_M^B(t)] \cong \sigma_M^B(t).$$

Urządzenie typu wałec-pręt, a także zmodyfikowany pręt Hopkinsona z czujnikiem pojemnościowym na pręcie odbierającym dostarcza informacji jedynie o wielkości impulsu po jego przejściu przez próbkę, czyli na czole B pręta odbierającego i próbki. Spośród obydwu sposobów określania naprężeń w próbce powszechniejszą wydaje się metoda obliczania ich wartości na czole B pręta i próbki.

Wzory poprawkowe **K** i **KDH**, które uwzględniają jedynie bezwładność promieniową, ważne są w zasadzie tylko dla cienkich próbek i mogą być stosowane w obydwu systemach pomiaru naprężeń, a mianowicie na dwóch prętach, bądź też tylko na pręcie odbierającym.

Wzory poprawkowe **DH** i **S**, uwzględniając bezwładność promieniową i osiową próbki, zmieniają nieco swą postać w zależności od tego, czy naprężenie mierzone było na powierzchni kontaktu pręt odbierający-próbka (czoło B), czy też odniesione jest do środka próbki. Jeżeli σ_M^B jest średnim naprężeniem mierzonym w próbce, to:

$$(3.19) \quad \text{DH} \quad \sigma_s = \sigma_M - \rho_s \left(\frac{l^2}{12} + \frac{a^2}{8} \right) \ddot{\epsilon},$$

$$(3.20) \quad \text{S} \quad \sigma_s = \sigma_M - \rho_s \left(\frac{l^2}{12} + \frac{a^2}{8} \right) \ddot{\epsilon} - \rho_s \left(\frac{l^2}{12} - \frac{a^2}{16} \right) \dot{\epsilon}^2.$$

Jeżeli natomiast σ_M^B jest naprężeniem mierzonym na powierzchni styku pręt odbierający próbka (czoło B), to wówczas:

$$(3.21) \quad \text{DH} \quad \sigma_s = \sigma_M^B + \rho_s \left(\frac{l^2}{6} - \frac{a^2}{8} \right) \ddot{\epsilon},$$

$$(3.22) \quad \text{S} \quad \sigma_s = \sigma_M^B + \rho_s \left(\frac{l^2}{6} - \frac{a^2}{8} \right) \ddot{\epsilon} + \rho_s \left(\frac{l^2}{6} - \frac{a^2}{16} \right) \dot{\epsilon}^2$$

Wzory poprawkowe **K** i **KDH** zachowują taką samą postać przy obu rozważanych wyżej zasadach pomiaru naprężenia. Program numeryczny dla maszyny cyfrowej ODRA 1204, którym częściej posługiwano się przy obliczaniu wartości naprężeń $\sigma_M(t)$ w próbce, oparty był na założeniu, że:

$$\sigma_M \sim \epsilon_x(t) \quad \text{czyli} \quad \sigma_M \cong \sigma_B^M(t).$$

Dlatego podana Tablica 1 poprawek bezwładnościowych wykorzystanych w dalszej części pracy, zawiera wzory dla przypadku, gdy naprężenie σ_M^B mierzone jest na powierzchni kontaktu B pręt odbierający-próbka. We wzorach podanych w Tablicy 1 ujednotwiono oznaczenia i wprowadzono geometrię aktualną próbki.

Tablica 1. Zestawienie poprawek bezwładnościowych z argumentem v_z na powierzchni B

L.p.	Nazwa poprawki			Składowa przyspiesz. $\times \varrho_s \frac{dv_z}{dt}$	Składowa konwekcyjna $\times \varrho_s v_z^2$	
1	Kolsky (1949) K	$\sigma_s =$	σ_M^n	$-\frac{1}{8} \frac{a_0^2}{l_0} \frac{1}{(1-\varepsilon_z)^2}$	—	—
2	Davies-Hunter (1963) DH	$\sigma_s =$	σ_M^B	$-\frac{1}{8} \frac{a_0^2}{l_0} \frac{1}{(1-\varepsilon_z)^2}$	$+l_0 \frac{1-\varepsilon_z}{6}$	—
3	Klepaczko- -Dharan- -Hauser (1969) KDH	$\sigma_s =$	σ_M^B	$-\frac{1}{4} \frac{a_0^2}{l_0} \frac{1}{(1-\varepsilon_z)^2}$	—	$-\frac{3}{8} \left(\frac{a_0}{l_0}\right)^2 \frac{1}{(1-\varepsilon_z)^3}$
4	KDH (1978)	$\sigma_s =$	σ_M^B	$-\frac{1}{6} \frac{a_0^2}{l_0} \frac{1}{(1-\varepsilon_z)^2}$	—	$+\frac{1}{4} \left(\frac{a_0}{l_0}\right)^2 \frac{1}{(1-\varepsilon_z)^3}$
5	Samanta S (1971)	$\sigma_s =$	σ_M^B	$-\frac{1}{8} \frac{a_0^2}{l_0} \frac{1}{(1-\varepsilon_z)^2}$	$+l_0 \frac{1-\varepsilon_z}{6}$	$+\frac{1}{16} \left(\frac{a_0}{l_0}\right)^2 \frac{1}{(1-\varepsilon_z)^3} + \frac{1}{6}$

Tablica 2. Zestawienie poprawek bezwładnościowych z argumentami $\dot{\varepsilon}$ i $\ddot{\varepsilon}$ na powierzchni B

L.p.	Nazwa poprawki			Składowa przyspiesz. $\times \varrho_s \ddot{\varepsilon}$	Składowa konwekcyjna $\times \varrho_s \dot{\varepsilon}^2$	
1	Kolsky (1949) K	$\sigma_s =$	σ_M^B	$-\frac{1}{8} a_0^2 \frac{1}{1-\varepsilon_z}$	—	—
2	Davies-Hunter (1963)DH	$\sigma_s =$	σ_M^B	$-\frac{1}{8} a_0^2 \frac{1}{1-\varepsilon_z}$	$+\frac{1}{6} l_0^2 (1-\varepsilon_z)^2$	—
3	Klepaczko (1969) Dharan-Hauser (1970) KDH	$\sigma_s =$	σ_M^B	$-\frac{1}{4} a_0^2 \frac{1}{1-\varepsilon_z}$	—	$-\frac{3}{8} a_0^2 \frac{1}{1-\varepsilon_z}$
4	KDH (1978)	$\sigma_s =$	σ_M^B	$-\frac{1}{6} a_0^2 \frac{1}{1-\varepsilon_z}$	—	$+\frac{1}{4} a_0^2 \frac{1}{1-\varepsilon_z}$
5	Samanta (1971) S	$\sigma_s =$	σ_M^B	$-\frac{1}{8} a_0^2 \frac{1}{1-\varepsilon_z}$	$+\frac{1}{6} l_0^2 (1-\varepsilon_z)^2$	$+\frac{1}{16} a_0^2 \frac{1}{1-\varepsilon_z} + \frac{1}{6} l_0^2 (1-\varepsilon_z)^2$

Jako danych dla zbadania wielkości i zachowania się poprawek bezwładnościowych zawartych w Tablicy 1 użyto stabelaryzowanych wyników badań technicznie czystego aluminium (99,9% Al) dokonanych na zmodyfikowanym pręcie Hopkinsona i urządzeniu walec-pręt. Badania na zmodyfikowanym pręcie Hopkinsona wykonane zostały w Zakładzie Mechaniki Ośrodków Ciągłych IPPT PAN, natomiast badania na urządzeniu walec-pręt zostały przeprowadzone przez jednego z autorów w Division of Inorganic Materials Uniwersytetu Kalifornijskiego w Berkeley.

Z uwagi na to, że wykorzystywane dalej wyniki podane są w funkcji prędkości odkształcenia $\dot{\epsilon}$, a nie w funkcji prędkości uderzenia v_z , zestawienie stosowanych poprawek bezwładnościowych w funkcji $\dot{\epsilon}$ i $\ddot{\epsilon}$ podano w Tablicy 2.

4. Analiza poprawek bezwładnościowych dla próbek Al badanych na zmodyfikowanym pręcie Hopkinsona (SHPB) i urządzeniu walec-pręt (BHB)

Celem analizy było znalezienie wartości bezwzględnych poprawek naprężenia dla rzeczywistych warunków doświadczenia, a także wartości względnych poprawek odniesionych do naprężeń mierzonych σ_M^B . Poprawki podano w funkcji $\dot{\epsilon}$ i $\ddot{\epsilon}$ dla wszystkich rozważanych procedur obliczeniowych. Dodatkowym wynikiem takiego podejścia jest możliwość pokazania wpływu poszczególnych składowych prędkości (składowej przyspieszeniowej i składowej konwekcyjnej) w zależności od zakresu prędkości odkształcenia $\dot{\epsilon}$, jak również wpływu poszczególnych członów we wzorach na wielkość poprawki.

Do przeprowadzenia analizy wybrano wyniki z trzech serii badań, wykonanych za pomocą BHB, próby 23 w serii 4, 53/2 w serii 10-A i 57/1 w serii 12 (w dalszej części pracy próbki oznaczać będziemy tylko numerem serii). Próby dobrane zostały w ten sposób, by każda z nich różniła się znacząco przebiegami $\sigma(\epsilon)$ i $\dot{\epsilon}(\epsilon)$. Pierwsza z prób charakteryzuje się małą prędkością uderzenia v_z i stąd niskim poziomem uzyskanych naprężeń, druga większą prędkością uderzenia i wyższym poziomem naprężeń, w ostatniej z nich proces deformacji plastycznej zachodzi w czasie narastania impulsu wymuszającego. Dla porównania analizowano również wyniki badania dla próbki 17/5 przeprowadzonego na SHPB. Wykresy $\sigma_M^B(\epsilon)$ i $\dot{\epsilon}(\epsilon)$ dla analizowanych prób podane zostały na rysunkach od rys. 5a do rys. 5d.

W Tablicy 3 podano geometryczne dane badanych próbek oraz zakresy prędkości odkształcenia $\dot{\epsilon}$ i maksymalne przekształcenie ϵ_{\max} .

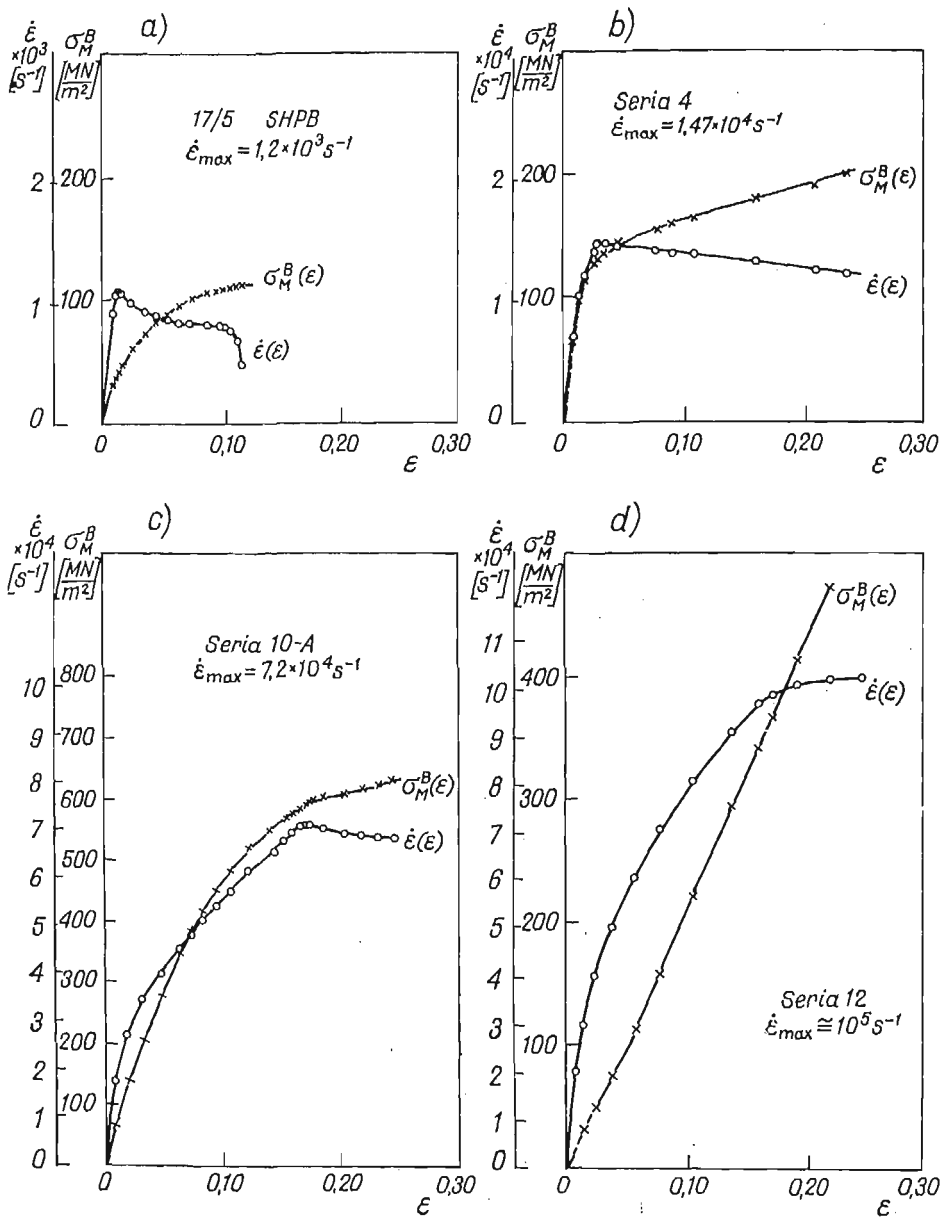
Wykorzystując zależność

$$\ddot{\epsilon} = \frac{d\dot{\epsilon}}{dt} = \frac{d\dot{\epsilon}}{d\epsilon} \dot{\epsilon}$$

przeprowadzono różniczkowanie graficzne doświadczalnie otrzymanych funkcji $\dot{\epsilon}(\epsilon)$ i znaleziono wartości $\ddot{\epsilon}$ dla wybranych wartości ϵ . Dla wszystkich badanych przebiegów obliczono wartości poprawek **K**, **KDH**, **DH** i **S** podstawiając je do ogólnej zależności:

$$\sigma_s(\epsilon) = \sigma_M^B(\epsilon) - \Delta\sigma(\epsilon)$$

gdzie: $\sigma_M^B(\epsilon)$ jest naprężeniem osiowym mierzonym w doświadczeniu na powierzchni B, $\Delta\sigma(\epsilon)$ jest wartością odpowiedniej poprawki obliczoną według wybranej procedury, $\sigma_s(\epsilon)$ jest naprężeniem poprawionym po uwzględnieniu danej procedury korekcyjnej.

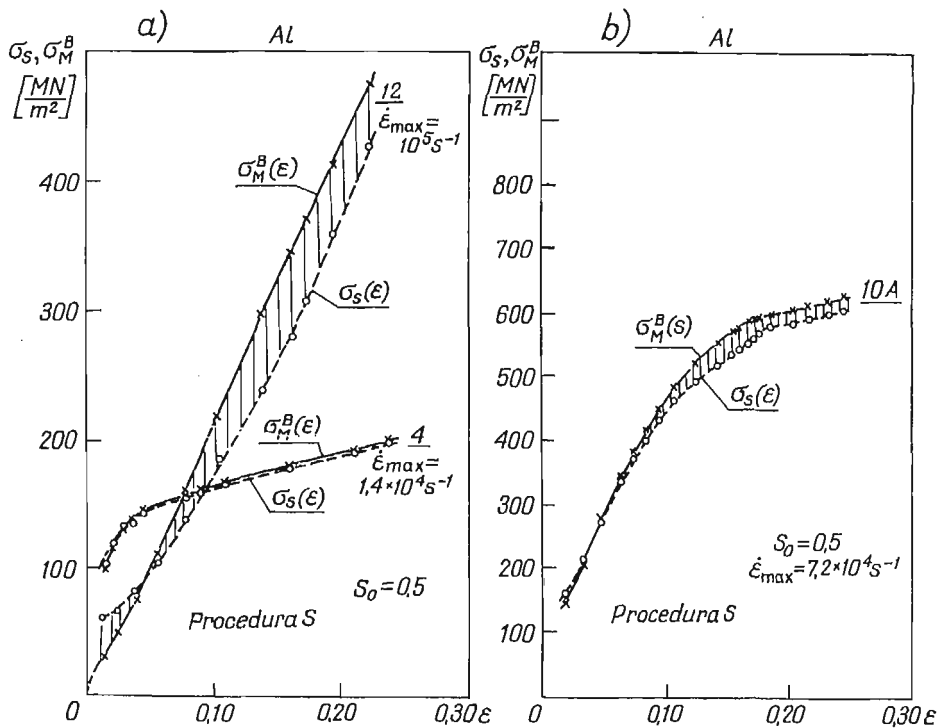


Rys. 5. Krzywe $\sigma_M(\epsilon)$ i $\dot{\epsilon}(\epsilon)$ dla badanych próbek: a — dane z SHPB; b — dane z BHB, seria 4; c — dane z BHB, seria 10-A; d — dane z BHB dla maksymalnych $\dot{\epsilon}$, seria 12

W ten sposób uzyskano poprawione dynamiczne krzywe umocnienia $\sigma_S(\epsilon)$; rysunki 6a i 6b przedstawiają jedynie krzywe poprawione wg procedury S. Wartości naprężeń dla krzywych umocnienia otrzymanych za pomocą BHB zostały skorygowane o kilkanaście procent w stosunku do wartości naprężenia mierzonego σ_M^B , natomiast poprawki dla wyników z SHPB nie przekraczają jednego procenta wartości tego naprężenia. Krzywa

Tablica 3. Dane początkowe dla analizowanych przebiegów

L.p.	Oznaczenie próbki	Długość l_0 mm	Średnica d_0 mm	Smukłość $s_0 = l_0/d_0$	Zakres $\dot{\epsilon}$ s ⁻¹	Zakres ϵ
1	seria 4 23	3.145	6.286	0.5	$1.4 \cdot 10^4$	0.25
2	seria 10-A 53/2	3.145	6.286	0.5	$7.2 \cdot 10^4$	0.25
3	seria 12 57/1	3.145	6.286	0.5	10^5	0.25
4	SHPB 17/5	6.00	12.05	0.5	$1.2 \cdot 10^3$	0.12



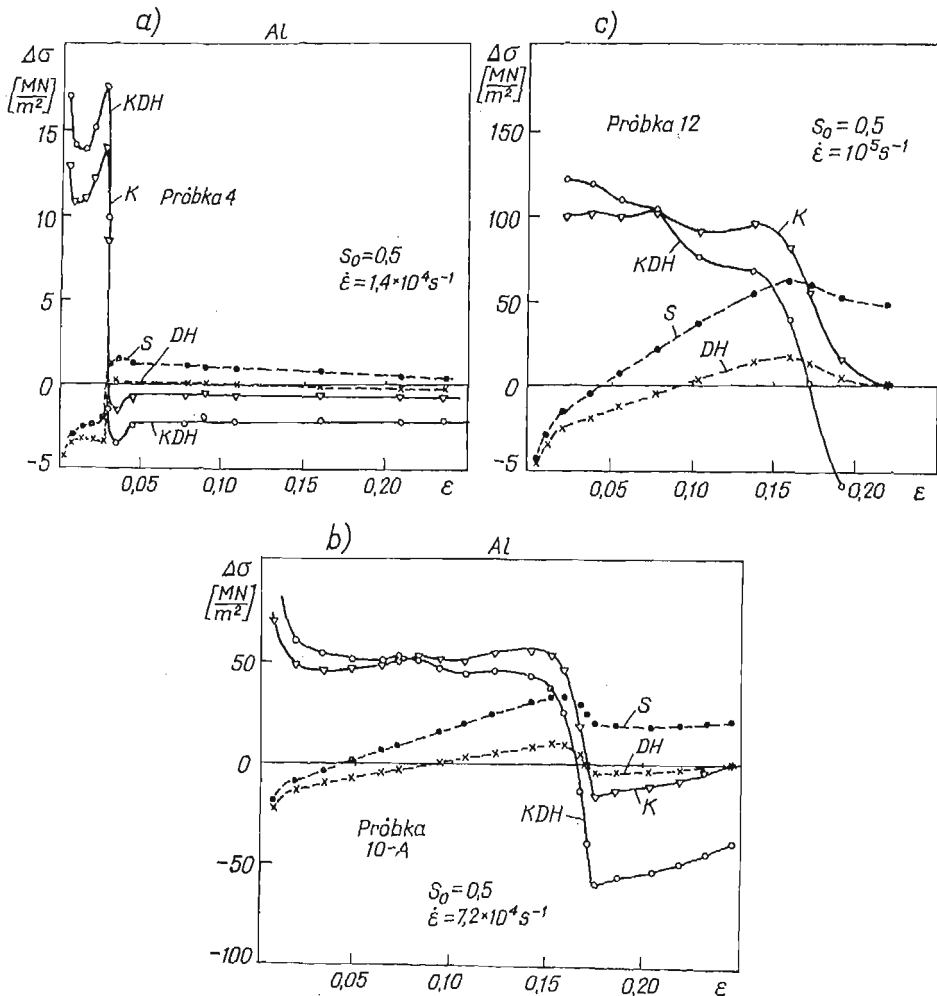
Rys. 6. Dynamiczne krzywe umocnienia $\sigma(\epsilon)$ dla próbek Al badanych na urządzeniach walec-pręt (BHB), przed i po korekcji na bezwładność według procedury S; a — seria 4 i 12, b — seria 10-A

umocnienia dla aluminium otrzymana przy pomocy SHPB, mimo przeprowadzenia procedury korekcyjnej, nie jest więc w sposób znaczący zmieniona.

Wartości poprawek są funkcją smukłości próbek, prędkości odkształcenia $\dot{\epsilon}$ oraz przyspieszenia odkształcenia $\ddot{\epsilon}$, przy czym z przeprowadzonych obliczeń wynika, że wyrażenie związane z przyspieszeniem (będące funkcją $\dot{\epsilon}$) odgrywa dużo poważniejszą rolę niż wyrażenie konwekcyjne (zależne od $\dot{\epsilon}^2$). Wartość wyrażenia konwekcyjnego nie przekracza kilku procent wartości części przyspieszeniowej.

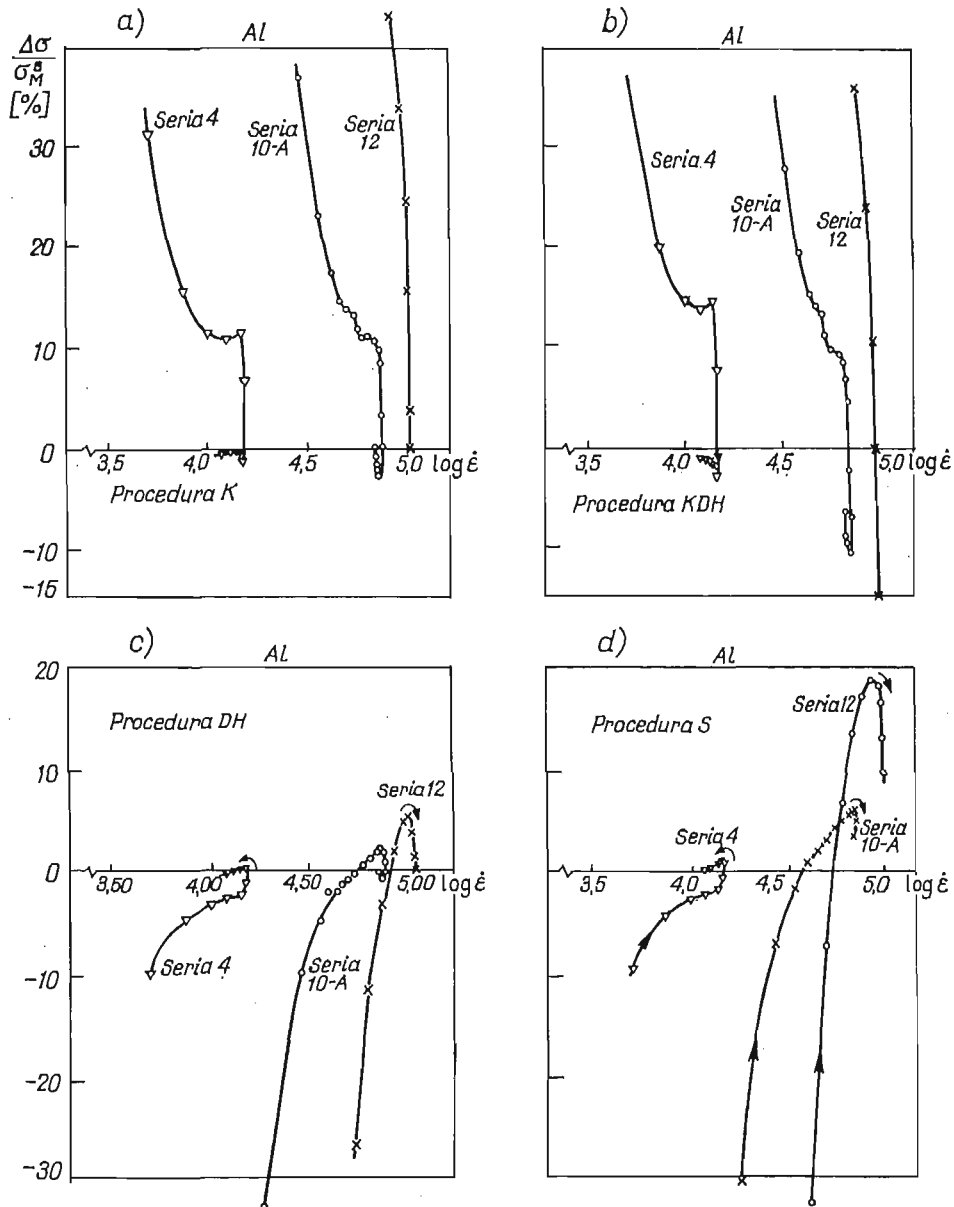
Wartości poprawek dla początkowej części przebiegu 12 obliczone przy pomocy każdej z procedur są nierealistycznie wysokie i przekraczają znaczenie wartości naprężeń σ_M^B .

Wywołane jest to bardzo wysokimi początkowymi wartościami $\dot{\epsilon}$, które wynikać mogą z błędów rejestracji odkształcenia lub małej dokładności różniczkowania graficznego stromego odcinka krzywej $\dot{\epsilon}(\epsilon)$. Dla wszystkich badanych tutaj przebiegów należy odrzucić



Rys. 7. Zmienność bezwzględnych wartości poprawek naprężenia w funkcji odkształcenia; a — seria 4; b — seria 10-A; c — seria 12.

jako niepewne wyniki w przedziale $0 < \varepsilon < 0,03$ z uwagi na zaburzenia procesu deformacji zachodzące w początkowej fazie odkształcenia próbki wywołane zjawiskami falowymi, a także wspomniane niedokładności określenia $\dot{\varepsilon}$. Z przebiegu krzywych $\sigma_s(\varepsilon)$ otrzymanych po korekcji można zaobserwować, że stosowanie różnych procedur korekcyjnych daje w pewnych przypadkach różne wyniki, przy czym krzywe korekcyjne $\sigma_s(\varepsilon)$ znalezione przy użyciu poprawek **K** i **KDH** oraz **DH** i **S** mają parami zbliżony charakter i leżą na-



Rys. 8. Zmienność względnych wartości poprawek naprężenia w funkcji odkształcenia; a — wg procedury K; b — wg procedury KDH; c — wg procedury DH; d — wg procedury S

wzajem niedaleko siebie. Dowodzi to, że składowa przyspieszenia osiowego w wyrażeniu korekcyjnym, pomijana w poprawkach **KDH** i **K**, odgrywa znaczną rolę dla próbek o smukłości $s_0 = 0,5$.

Parami podobny charakter poprawek uwidacznia się znacznie bardziej na wykresach ich bezwzględnych wartości $\Delta\sigma(\varepsilon)$. Wyniki tego rodzaju obliczeń podano na rys. 7a, 7b oraz 7c. Zwraca uwagę fakt, że w dużym przedziale odkształceń poprawki **KDH** i **K** oraz **DH** i **S** mają parami przeciwne znaki. Nieznajomość zakresu stosowalności poszczególnych poprawek prowadzi więc do sytuacji, w której tylko od wyboru procedury poprawkowej zależy przebieg skorygowanej krzywej umocnienia $\sigma_s(\varepsilon)$, tzn. ewentualne obniżenie lub podwyższenie poziomu naprężenia plastycznego płynięcia na tej krzywej.

Zmiana znaku poprawek **DH** i **K** związana jest ze zmianą znaku $\ddot{\varepsilon}$, ponadto dla poprawek **DH** i w przybliżeniu **S** zmiana znaku następuje wówczas gdy składowa przyspieszeniowa związana z przyspieszeniem promieniowym zaczyna przeważać nad składową przyspieszeniową związaną z przyspieszeniem osiowym.

Zmienność względnej wielkości poprawki dla próbek o jednakowej smukłości $s_0 = 0,5$ pokazana została na wykresach $\frac{\Delta\sigma}{\sigma_M}(\log \dot{\varepsilon})$ przedstawionych na rys. 8a, 8b, 8c oraz 8d.

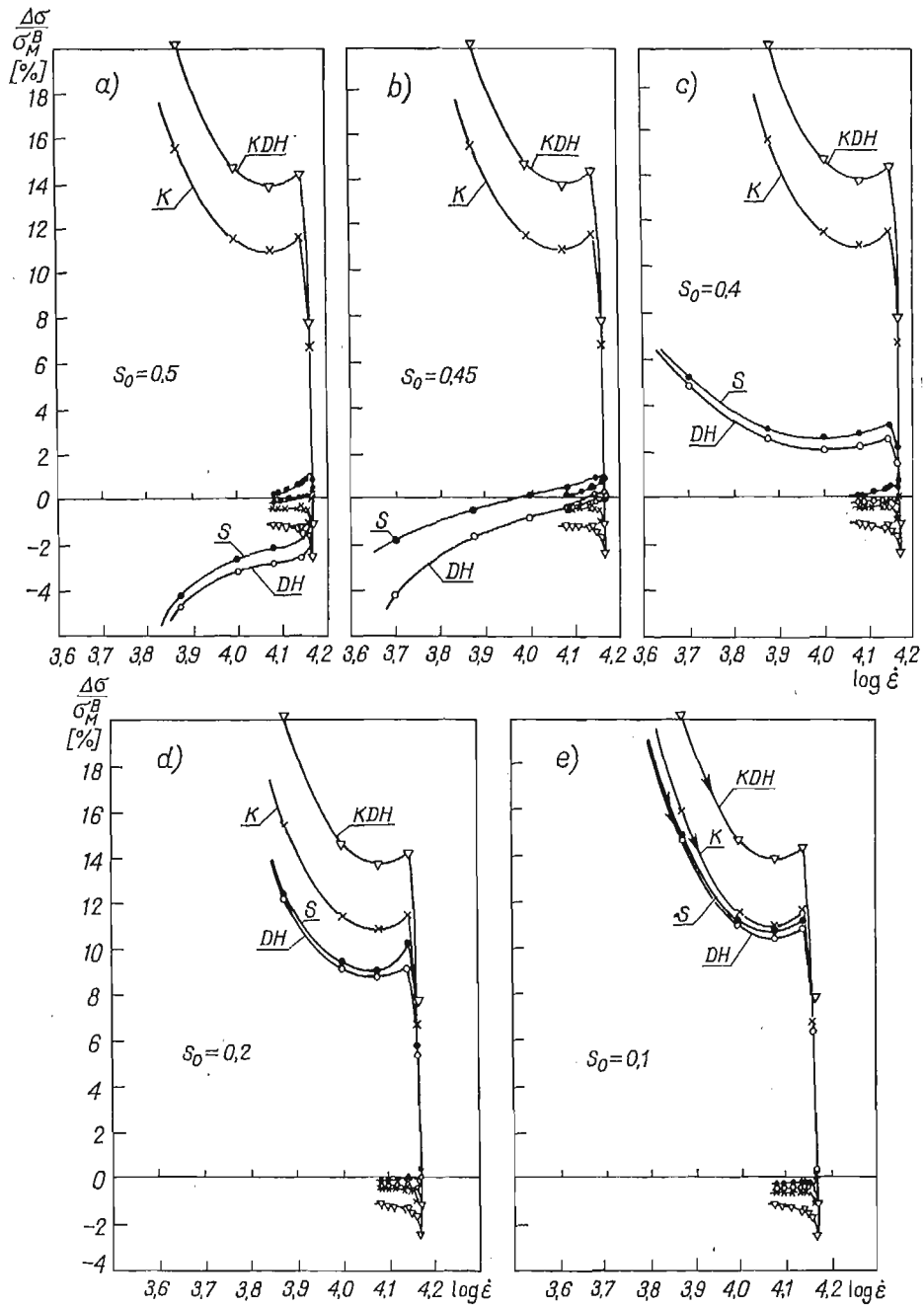
Poprawki **KDH** i **K** mają w tych współrzędnych charakter gwałtownie malejący (rys. 8a i b), natomiast **DH** i **S** — gwałtownie rosnący (rys. 8c i d), z wyjątkiem obszaru, w którym następuje opóźnienie prędkości odkształcenia (zmiana znaku $\dot{\varepsilon}$), a poprawki zaczynają odpowiednio rosnąć lub maleć. Dla poprawki **DH** wartości $\frac{\Delta\sigma}{\sigma_M}$ w punkcie zmiany znaku $\dot{\varepsilon}$ są nieco niższe, w punkcie tym składowe bezwładności osiowej i promieniowej stają się sobie równe. Wyniki otrzymane na SHPB potwierdzają jakościowo charakter zjawiska.

Zasadniczą przyczyną rozbieżności między wynikami obliczeń poprawek **KDH** i **K** z jednej strony, a **DH** i **S** z drugiej jest fakt, iż tylko dwie ostatnie poprawki uwzględniają obok promieniowej również bezwładność osiową, ważną dla próbek smukłych, tj. względnie długich. Natomiast składowa konwekcyjna, występująca w poprawkach **DH** i **S**, daje nieznaczące różnice, co dobrze uwidacznia się na rysunkach.

5. Analiza wpływu geometrii próbki na wielkość efektów inercyjnych

Dla określenia przyczyn rozbieżności między wynikami obliczeń poprawek według różnych procedur, przeliczono ponownie wartości poprawek dla symulowanego procesu dynamicznego odkształcenia próbki z serii 4. Symulacja procesu zakładała zmianę smukłości próbki, przy zachowaniu bez zmian parametrów wymuszenia takich jak dla próbki 4, czyli przy niezmienionej historii prędkości odkształcenia $\dot{\varepsilon}(\varepsilon)$, równocześnie zachowując niezmienioną dynamiczną krzywą umocnienia $\sigma_M^D(\varepsilon)$. Założenie to jest właściwe, gdyż w praktyce doświadczalnej można dla każdej smukłości próbki uzyskać podobne przebiegi $\dot{\varepsilon}(\varepsilon)$ jak podczas procesu deformacji analizowanego dla próbki 4.

Obliczenia numeryczne przeprowadzono dla poprawek **DH** i **S** przyjmując smukłość próbki zmienianą w granicach $0,1 \leq s_0 \leq 0,5$. Uzyskane wyniki, pokazane na rys. 9a, b, c, d oraz e, w postaci wykresów $\frac{\Delta\sigma}{\sigma_M}(\log \dot{\varepsilon})$ potwierdziły, że już dla próbek o smukłości

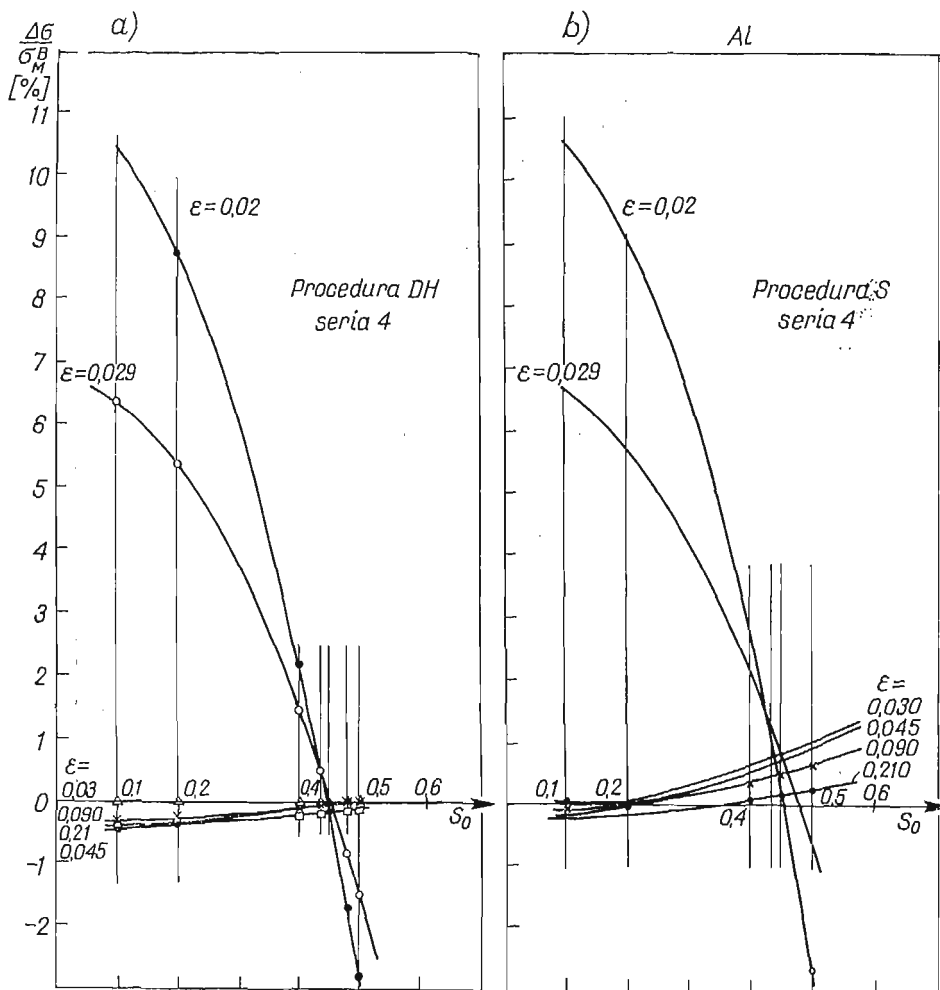


Rys. 9. Względne wartości poprawek naprężenia w funkcji odkształcenia dla próbek o różnej smukłości;
 a — $s_0 = 0,5$; b — $s_0 = 0,45$; c — $s_0 = 0,4$; d — $s_0 = 0,2$; e — $s_0 = 0,1$

$s_0 = 0,4$ charakter poprawek **S** i **DH** staje się podobny do charakteru poprawek **KDH** i **K**, natomiast dla $s_0 = 0,1$ naprężenia dla poprawek **DH** i **S** pokrywają się prawie z wartościami naprężeń dla poprawek **K**, nieznacznie tylko odbiegając od wartości naprężeń znalezionych według poprawki **KDH**. Różnice między wartościami naprężeń dla poprawek **DH** i **S** są niewielkie i maleją wraz z obniżaniem się smukłości próbki.

Przedstawione wyniki potwierdzają, że dla cienkich próbek o smukłości bliskiej 0.1 stosowanie procedury poprawkowej **K** jest dopuszczalne i nie prowadzi do znaczących błędów.

Poprawkę **KDH** możemy uważać za ograniczenie od góry wartości poprawek. Poważniejsze rozbieżności wyników otrzymanych przy pomocy różnych procedur zachodzą dla próbek długich tj. o dużej smukłości, gdyż poprawki **K** i **KDH** nie uwzględniają efektu bezwładności osiowej i w tym zakresie smukłości uznać je należy za nieprawidłowe.



Rys. 10. Zmienność względnych wartości poprawek DH i S w funkcji smukłości; a — seria 4, procedura DH; b — seria 4, procedura S

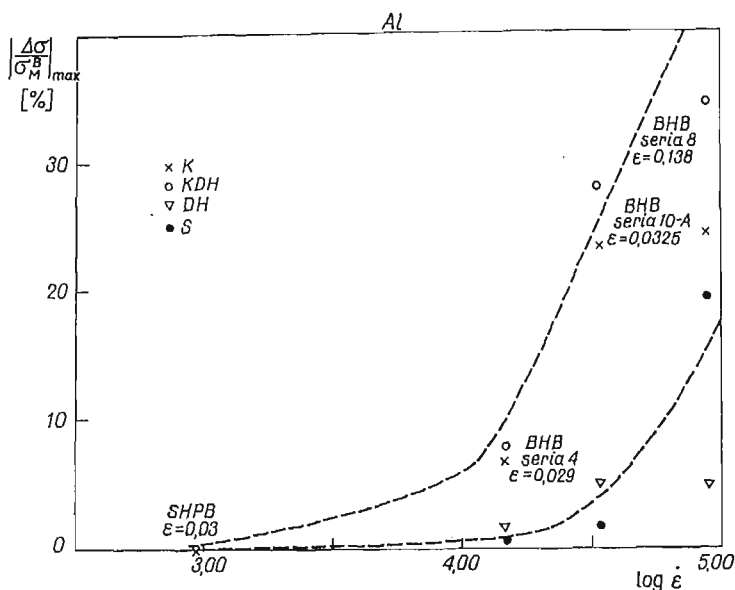
Zależność wielkości względnych poprawek bezwładnościowych w funkcji smukłości próbek przedstawiono na wykresie $\frac{\Delta\sigma}{\sigma_M^B}(s_0)$ dla $\varepsilon = \text{const}$. Poprawkę względną obliczono dla próbki 4 według procedury **DH** i **S**. Wyniki obliczeń, pokazane na rys. 10a oraz 10b różnią się od rezultatów badań doświadczalnych podanych przez Lindholma [12]. Rezultatem wspomnianych badań był wykres $\sigma_s(s_0)$ dla $\varepsilon = \text{const}$, z którego wynika, że wartość rzeczywistych naprężeń w próbce po korekcji według procedury Daviesa-Huntera praktycznie nie zależy od smukłości próbki. Z rys. 10 wynika, że dla odkształceń $\varepsilon < 0,03$ wartość poprawki względnej maleje wraz ze wzrostem smukłości s_0 , natomiast dla $\varepsilon \geq 0,03$ wartość tej poprawki rośnie.

Charakter wykresu pozostaje taki sam, zarówno dla procedury **DH**, jak i **S**, z tym, że składowa konwekcyjna wprowadzona przez Samantę daje pewne podwyższenie wartości poprawki. Wartość odkształcenia $\vartheta = 0,03$ dla próbki 4 odpowiada maksimum na wykresie $\dot{\varepsilon}(\varepsilon)$, w którym pochodna $\frac{d\dot{\varepsilon}}{d\varepsilon}$, a także przyspieszenie odkształceń $\ddot{\varepsilon}$ zmieniają znak. Rodzina krzywych malejących $\frac{\Delta\sigma}{\sigma_M^B}(s_0)$ staje się, począwszy od wartości $\varepsilon \geq 0,03$ rodziną krzywych rosnących. Według procedury **DH** wartość poprawki dla próbki 4 w punkcie $\varepsilon = 0,03$ wynosi zero, dla każdej wartości s_0 ($\ddot{\varepsilon} = 0$): według procedury **S** niezerową pozostaje tylko składowa konwekcyjna poprawki. Duże wartości poprawek dla odkształceń bliskich zeru spowodowane są dużymi wartościami $\ddot{\varepsilon}$, co wspomniano poprzednio i należy traktować je jako niepewne.

6. Dyskusja i wnioski

Przedstawiona zarówno jakościowa jak i ilościowa analiza wielkości i charakteru zmian poprawek bezwładnościowych podczas dynamicznego ściskania próbek walcowych wykazała złożoność analizowanego zjawiska oraz istnienie wielu możliwych przybliżeń w jego rozwiązaniu. Wzory poprawkowe omówione w pracy są jedynie pewnymi oszacowaniami, którymi należy odpowiednio się posługiwać, stąd wynikiem analizy są wnioski dotyczące właściwego zastosowania poprawek w przypadku rzeczywistych warunków doświadczalnych.

Zgodnie z oczekiwaniami stwierdzono, że efekty bezwładnościowe wzrastają w miarę zwiększania prędkości procesu ściskania, a więc przy zadanej geometrii próbki wraz ze wzrostem średniej prędkości odkształcenia. Zakres prędkości odkształcenia, w którym efekty bezwładności zaczynają w widoczny sposób wpływać na pomiar naprężenia plastycznego płynięcia pokazany został na rys. 11. Na wykresie tym sporządzonym w oparciu o dane dla aluminium z rys. 8a do 8d, przedstawiono maksymalne względne wartości poprawek naprężenia $\left| \frac{\Delta\sigma}{\sigma_M^B} \right|_{\max}$ w funkcji $\log \dot{\varepsilon}$, przy czym wykresy odnoszą się do procedur poprawkowych obydwu rodzajów **K** i **KDH** oraz **DH** i **S**. Na podstawie rys. 11 można stwierdzić, że dla aluminium efekty bezwładnościowe zaczynają stanowić poważniejszy problem w określaniu dynamicznej krzywej umocnienia, tzn. $\left| \frac{\Delta\sigma}{\sigma_M^B} \right|_{\max} \geq 5\%$, dla prędkości



Rys. 11. Wielkości względnych poprawek bezwładnościowych w funkcji prędkości odkształcenia, otrzymanych przy zastosowaniu poszczególnych procedur

odkształcenia większych od 10^4 s^{-1} . Dla metali o większej gęstości efekty bezwładnościowe są bardziej zauważalne przy mniejszych wartościach prędkości odkształcenia.

Jako ważniejsze wnioski należy wymienić:

1. Wartość poprawek bezwładnościowych jest funkcją geometrii próbki oraz przyspieszenia odkształcenia $\dot{\epsilon}$, natomiast dla poprawek **KDH** i **S** jest ponadto funkcją kwadratu prędkości odkształcenia $\dot{\epsilon}^2$.

2. Wartość poprawek bezwładnościowych naprężenia rośnie znacząco wraz ze wzrostem średniej prędkości odkształcenia.

3. Wyrażenie związane z przyspieszeniem tj. składowa poprawki naprężenia będąca funkcją $\dot{\epsilon}$, odgrywa dużo poważniejszą rolę niż wyrażenie konwekcyjne tj. składowa poprawki będąca funkcją $\dot{\epsilon}^2$.

4. Składowa przyspieszenia osiowego, pomijana w poprawkach **K** i **KDH** wpływa w decydujący sposób na znak naprężenia poprawkowego.

5. Korekcja początkowego odcinka krzywej umocnienia $\epsilon < 0,03$ nie daje prawidłowych wyników dla wszystkich analizowanych poprawek, prawdopodobnie wskutek falowych zaburzeń procesu odkształcenia w początkowym okresie.

6. Dla próbek o smukłości $s_0 \leq 0,2$ udział bezwładności osiowej w całkowitym wyrażeniu bezwładnościowym staje się znikomy i korekcja naprężenia prowadzona przy wykorzystaniu różnych procedur daje zgodne wyniki.

7. Dla próbek o smukłości $s_0 > 0,2$ najdokładniejszą procedurą spośród stosowanych jest procedura poprawkowa Samanty. Procedura Daviesa-Huntera, która jest prostsza w przypadku obliczeń prowadzi jednak do wyników dostatecznie dokładnych.

Literatura cytowana w tekście

1. L. D. BERTHOLF, C. H. KARNES, *Two-dimensional analysis of the split Hopkinson pressure bar system*, J. Mech. Phys. Solids, **23**, (1975) 1.
2. R. L. CARLSON, *Compression of a viscoplastic disk*. Trans. ASME Series D (J. Basic Engng), **86**, (1964). 700.
3. E. D. H. DAVIES, S. C. HUNTER, *The dynamic compression testing of solids by the method of the split Hopkinson bar*, J. Mech. Phys. Solids, **11** (1963) 155.
4. C. K. H. DHARAN, F. E. HAUSER, *Determination of stress-strain characteristics at very high strain rates*, Exp. Mech., **10** (1970) 370.
5. C. K. H. DHARAN, F. E. HAUSER, *High velocity dislocation damping in aluminium*, J. Appl. Phys., **44** (1973) 1468.
6. J. B. HADDOW, *On the compression of a thin disc.*, Int. J. Mech. Sci., **7** (1965) 657.
7. F. E. HAUSER, J. A. SIMMONS, J. E. DORN, *Strain rate effects in plastic wave propagation*, „Response of metals to high velocity deformation” ed. by P. G. Shewmon and V. F. Zackay, New York-London 1961.
8. R. HILL, *Mathematical theory of plasticity*, Oxford 1950.
9. W. JOHNSON, *Impact strength of materials*, London 1972.
10. J. KLEPACZKO, *Lateral inertia effects in the compression impact experiments*, IFTR Reports, **17** (1969).
11. J. KLEPACZKO, *Zmodyfikowany pręt Hopkinsona*, Mech. Teor. i Stos. **4** (1971) 479.
12. H. KOLSKY, *The propagation of stress pulses in viscoelastic solids*, Phil. Mag., **1** (1956) 693.
13. U. S. LINDHOLM, *Some experiments with the split Hopkinson pressure bar*, J. Mech. Phys. Solids, **12** (1964) 317.
14. U. S. LINDHOLM, L. M. YEAKLEY, *Dynamic deformation of single and polycrystalline aluminium*, J. Mech. Phys. Solids, **13** (1965) 41.
15. H. LIPPMANN, *Zur Dynamik des Schmiedens*, Arch. Eisenhüttenweis, **35** (1964) 507.
16. E. SIEBEL, *Grundlagen zur Berechnung des Kraft und Arbeitbedarf bei Schmieden und Walzen*, Stahl. u. Eisen, **43** (1923) 1295.
17. S. K. SAMANTA, *Dynamic deformation of aluminium and copper at elevated temperatures*, J. Mech. Solids, **19** (1971) 117.

Praca wykonana w problemie węzłowym 05.12 w ramach grupy tematycznej 06 pn. „Rozwijanie specjalnych metod badania własności wytrzymałościowych materiałów konstrukcyjnych”.

Резюме

ОЦЕНКА ИНЕРЦИАЛЬНЫХ ЭФФЕКТОВ ПРИ ВЫСТРОЙ ДЕФОРМАЦИИ
ЦИЛИНДРИЧЕСКОГО ОБРАЗЦА

В работе приведены результаты и сравнения разных решений проблемы скоростного сжатия диска с учётом инерционных эффектов. Проблема эта важна с точки зрения экспериментальных исследований материалов в случае больших скоростей деформации, особенно при использовании метода модификационного стержня Гопкинсона и метода цилиндр-сержень. Систематически описано существующие оценки для осевой инерции, а также радиальной. Приведено анализ в которых случаях доминируют отдельные компоненты инерциального эффекта.

Для оценки количественной проведено вычисления отдельных оценок для реальных, полученных из экспериментов, скоростей деформации и ускорения деформации. Численный анализ представлен на примере поликристаллического алюминия. Показано, что в приближении инерциальные эффекты играют более серьёзную роль в измерении деформаций пластического течения при скоростях ряда 10^4s^{-1} или больших.

S u m m a r y

ESTIMATION OF INERTIAL EFFECTS DURING THE FAST AXIAL DEFORMATION OF
CYLINDRICAL SAMPLES

The results and comparisons of different solutions for the problem of the fast compression of a thin disc are given with emphasis on the inertial effects. The problem is very important in the experimental investigations of the materials under high strain-rate, especially for the case of SHPB experiment and also block-bar test.

Systematic evaluation of the radial inertia and the axial inertia stress is performed. The conditions have been discussed under which the various components of the inertial effects dominate.

For quantitative estimation of the inertial effects the numerical calculation are given for various solutions in the case of real changes of strain rate and acceleration of strain obtained from experiment. Numerical analysis has been presented for polycrystalline aluminium. Results lead to the conclusion that the inertial effects are more important at the region of strain rates higher than 10^4s^{-1} .

IPPT
PAN

Praca została złożona w Redakcji dnia 9 czerwca 1978 roku
