MECHANIKA
TEORETYCZNA
I STOSOWANA
1, 17 (1979)

STATECZNOŚĆ DYNAMICZNA OBIEKTU LATAJĄCEGO ODWIJAJĄCEGO Z POKŁADU LINĘ

TADEUSZ KUŹMICEWICZ, JERZY MARYNIAK (WARSZAWA)

1. Wstęp

Rozciąganie lin, przewodów łączności itp. poprzez wystrzeliwanie ich w pojemnikach latających obiektów i następnie odwijanie podczas lotu obiektu, znajduje obecnie coraz szersze zastosowanie. Tę metodę wykorzystuje się m.in. przy przerzucaniu przewodów łączności, lin ratowniczych przez przeszkody terenowe uniemożliwiające lub utrudniające ciągnięcie. Powyższy sposób wykorzystuje się również do rozciągania lin za pośrednictwem których steruje się rakietami.

Odwijanie liny ze szpuli znajdującej się na lecącym obiekcie charakteryzuje się szeregiem ciekawych efektów dynamicznych. W dostępnej literaturze istnieje szereg prac dotyczących stateczności obiektów holujących i holowanych za pośrednictwem liny [11, 12, 13, 19]. W pracach tych w badaniu stateczności obiektu wpływ liny holowniczej (holowanej) uwzględniano wprowadzając jako dodatkowe siły i momenty w punkcie zamocowania liny do obiektu.

W przypadku rozciągania liny z lecącego obiektu lina nie ma jednego punktu przymocowania do obiektu (jak w przypadku liny holowniczej) lecz opuszcza obiekt przez obwodową szczelinę. Lina po wyjściu z obiektu ma przestrzenną konfigurację a jej obwiednia przyjmuje kształt gruszki. Rozmiary gruszki zależą od parametrów geometrycznych i kinematycznych lecącego obiektu. Aby uniknąć zahaczania się liny o elementy konstrukcyjne obiektu wyjścia liny stosuje się zawsze w jego tylnej części.

Przyłożenie naciągu liny do obiektu jest więc w znacznej odległości od środka masy obiektu i ma charakter zmienny. Badania dynamiki liny odwijającej się z ruchomego obiektu latającego w zależności od prędkości obiektu i promienia szpuli, na której jest ona nawinięta przedstawiono w pracy [8, 10].

W niniejszej pracy rozpatrzono wpływ odwijanej liny oraz szeregu parametrów charakteryzujących wyjście liny i parametrów geometrycznych i kinematycznych obiektu na jego stateczność dynamiczną. Do badania stateczności dynamicznej obiektu odwijającego ze swego pokładu linę zastosowano metody rozwinięte w dynamice lotu [1, 2, 14] i stosowane z dobrymi wynikami w pracach dotyczących stateczności szybowców holowanych, samolotów holujących oraz całego zespołu holowniczego [11, 12, 13, 19].

Równania ruchu obiektu zapisano we współrzędnych układu związanego z obiektem [7]. Następnie układ ten zlinearyzowano. Zmiany sił i momentów aerodynamicznych względem małych zmian prędkości kątowej i liniowej obiektu od stanu równowagi opisano przy użyciu pochodnych aerodynamicznych [2, 3, 10, 14, 17]. Natomiast do opisu zmian sił i momentów wynikających z oddziaływania odwijanej liny wprowadzono pochodne linowe [9, 10].

Rozwiązanie układu równań różniczkowych liniowych sprowadzono do zagadnienia znajdowania wartości własnych i wektorów własnych macierzy niesymetrycznej [10, 14, 15, 19].

Znajomość wartości własnych pozwoliła na określenie oscylacji i tłumienia ruchów obiektu. Określono stateczność obiektu w locie z odwijaną liną oraz w locie bez liny w funkcji niektórych parametrów kinematycznych obiektu.

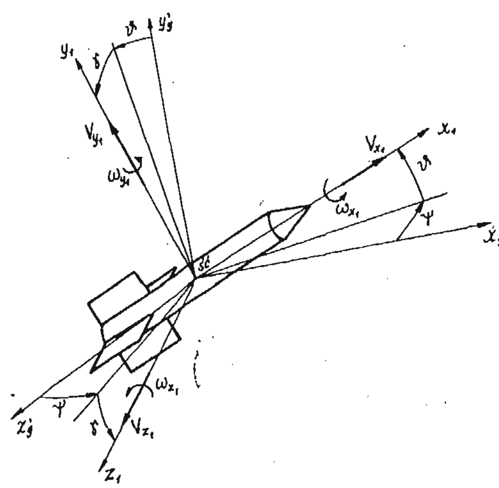
Obliczenia wpływu odwijania liny z lecącego obiektu na stateczność obiektu przeprowadzono dla zmodyfikowanego pocisku klasy Bölkow-Cobra i przewodu kierowania o typowych charakterystykach wymiarowych i ciężarowych. Wszystkie obliczenia przedstawiono na wykresach.

2. Równania ruchu obiektu odwijającego z pokładu linę

W literaturze omawiającej dynamikę obiektów takich jak samoloty, rakiety równania ruchu zapisywane są najczęściej w kilku układach współrzędnych. Zastosowanie różnych układów współrzędnych daje prostszą formę zapisu różniczkowych równań ruchu.

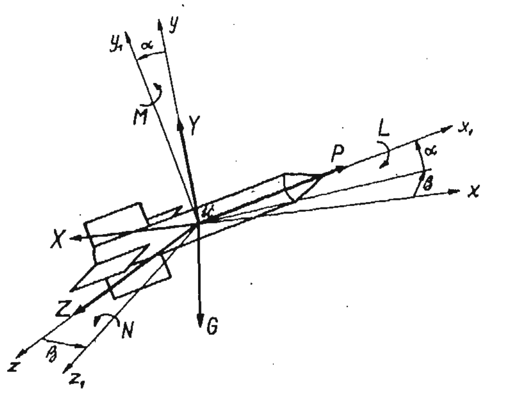
Do opisu dynamiki obiektu ruchomego niezbędne są cztery układy odniesienia [14]:
— nieruchomy układ grawitacyjny związany z ziemią $0x_g y_g z_g$,
— układ grawitacyjny $0x_g' y_g' z_g'$ związany z poruszającym się obiektem równoległy do układu nieruchomego $0x_g y_g z_g$ znajdujący się w ustalonym ruchu postępowym rys. 1,
— układ prędkościowy $0xyz$ związany z kierunkiem przepływu ośrodka omawiającego obiekt rys. 2,
— układ $0x_l y_l z_l$ związany sztywno z poruszającym się obiektem rys. 1.

Ruch środka masy opisywany jest zwykle we współrzędnych układu związanego z wektorem prędkości a ruch wokół środka masy — we współrzędnych układu związanego



Rys. 1. Przyjęty układ odniesienia związany z obiektem oraz wprowadzone prędkości liniowe i kątowe

z obiektem. Układ równań ruchu zamykają równania opisujące ruch środka masy i ruch wokół środka masy we współrzędnych układu związanego z ziemią oraz zależności między kątami stosowanych układów współrzędnych. Przy badaniu stateczności wygodniej jest zapisać ruch obiektu w jednym układzie współrzędnych tj. w układzie związanym z obiektem wówczas zbędne są równania opisujące ruch obiektu względem ziemi.



Rys. 2. Przyjęty układ prędkościowy związany z przepływem

Różniczkowe równania ruchu obiektu zapisano we współrzędnych układu związanego z obiektem (Rys. 1) mają następującą postać:

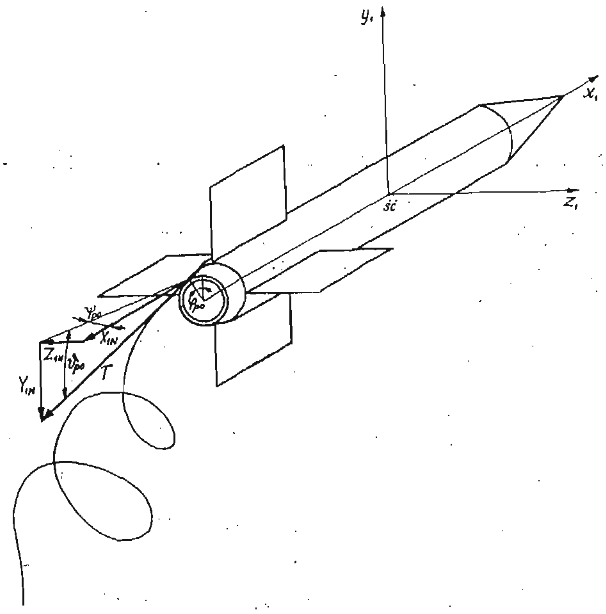
$$
\begin{aligned}
& m\left(\frac{dV_{x_1}}{dt}+V_{z_1}\omega_{y_1}-V_{y_1}\omega_{z_1}\right) = X_1+X_{1N} \\
& m\left(\frac{dV_{y_1}}{dt}+V_{x_1}\omega_{z_1}-V_{z_1}\omega_{x_1}\right) = Y_1+Y_{1N} \\
& m\left(\frac{dV_{z_1}}{dt}+V_{y_1}\omega_{x_1}-V_{x_1}\omega_{y_1}\right) = Z_1+Z_{1N} \\
& J_{x_1}\frac{d\omega_{x_1}}{dt}+(J_{z_1}-J_{y_1})\omega_{y_1}\omega_{z_1} = L+L_N \\
& J_{y_1}\frac{d\omega_{y_1}}{dt}+(J_{x_1}-J_{z_1})\omega_{x_1}\omega_{z_1} = M+M_N \\
(1)\qquad & J_{z_1}\frac{d\omega_{z_1}}{dt}+(J_{y_1}-J_{x_1})\omega_{x_1}\omega_{y_1} = N+N_N \\
& \frac{d\gamma}{dt} = \omega_{x_1}-(\omega_{y_1}\cos\gamma-\omega_{z_1}\sin\gamma)\operatorname{tg}\vartheta \\
& \frac{d\vartheta}{dt} = \omega_{y_1}\sin\gamma+\omega_{z_1}\cos\gamma \\
& \frac{d\psi}{dt} = (\omega_{y_1}\cos\gamma-\omega_{z_1}\sin\gamma)\frac{1}{\cos\vartheta}
\end{aligned}
$$

$$\operatorname{tg}\alpha = -\frac{V_{y_1}}{V_{x_1}}$$

$$\sin\beta = \frac{V_{z_1}}{\sqrt{V_{x_1}^2+V_{y_1}^2+V_{z_1}^2}}$$

gdzie

$$X_1 = P+Y\sin\alpha-X\cos\alpha\cos\beta-G\sin\vartheta-Z\cos\alpha\sin\beta$$
$$Y_1 = Y\cos\alpha-X\sin\alpha\cos\beta-G\cos\vartheta\cos\gamma+Z\sin\alpha\sin\beta$$
$$Z_1 = Z\cos\alpha-G\cos\vartheta\sin\gamma-X\sin\beta$$
$$X_{1N} = -T\cos\vartheta_{p0}\cos\psi_{p0}$$
$$Y_{1N} = -T\sin\vartheta_{p0}$$
$$Z_{1N} = -T\cos\vartheta_{p0}\sin\psi_{p0}$$



Rys. 3. Kierunek działania naciągu liny na wyjściu z obiektu

Szczegółowe badania naciągu liny [10] wykazały jego zależność od niektórych parametrów kinematycznych obiektu oraz kątowego położenia liny na wyjściu z obiektu względem jego korpusu (Rys. 3). W związku z tym przyjęto, że naciąg liny można zapisać jako:

$$T(V_0, \vartheta, \dot{\gamma}, \vartheta_{p0}, \psi_{p0}) = T_0(V_0, \vartheta_{p0}, \psi_{p0})+T^{\vartheta}(V_0)\cdot\vartheta+T^{\dot{\gamma}}(V_0)\cdot\dot{\gamma} \tag{2}$$

Składowa naciągu liny T_0 jest zależna od prędkości lotu ustalonego obiektu oraz stałych warunków rozwijania charakterystycznych dla danego obiektu. Początkowe kątowe położenie liny na wyjściu z obiektu opisano kątami ϑ_{p0} i ψ_{p0} leżącymi odpowiednio w płaszczyznach symetrii obiektu $Ox_l z_l$ i $Ox_l y_l$. Wielkość tych kątów jest zależna od stałych wartości ϑ_r i ψ_r oraz kąta obiegu liny w szczelinie — φ_{p0}.

$$\vartheta_{p0} = -\vartheta_r \cos\varphi_{p0} - \psi_r \sin\varphi_{p0}$$

$$\psi_{p0} = \vartheta_r \sin\varphi_{p0} - \psi_r \cos\varphi_{p0}$$

Stałe wartości kątów ϑ_r i ψ_r uwarunkowane są prędkością odwijania, wartością siły niezbędnej do odklejania liny ze szpuli oraz kształtem tylnej części kadłuba obiektu.

3. Linearyzacja równań ruchu obiektu

Przy rozpatrywaniu stateczności dynamicznej obiektu przyjęto, że obiekt znajduje się w poziomym prostoliniowym locie ustalonym i ma stałe następujące parametry lotu:

$$\omega_{y_10} = \omega_{z_10} = V_{z_10} = \gamma_0 = 0$$

$$\vartheta_0 = \omega_{x_10} = V_{x_10} = V_{y_10} = \alpha_0 = \mathrm{const} \neq 0$$

Zakłócenia lotu ustalonego tzn. zmiany prędkości liniowej i kątowej oraz położenia kątowego rakiety wywołują zmiany siły aerodynamicznej, momentu aerodynamicznego oraz zmianę naciągu liny. Małe zmiany prędkości liniowej, kątowej oraz położenia kątowego obiektu oznaczono następująco:

v_x, v_y, v_z składowe zmian prędkości liniowej obiektu;

γ_1 zmiana kąta przechylenia;

ψ_1 zmiana kąta odchylenia;

ϑ_1 zmiana kąta pochylenia;

$\dot{\gamma}_1$ zmiana prędkości kątowej przechylania;

$\dot{\psi}_1$ zmiana prędkości kątowej odchylania;

$\dot{\vartheta}_1$ zmiana prędkości kątowej pochylania.

Po uwzględnieniu powyższych założeń otrzymano liniowy układ równań ruchu dla małych zakłóceń:

$$m\left(\frac{dv_x}{dt} - V_{y_10}\overline{\omega}_{z_1}\right) = \triangle X_1 + \triangle X_{1N} - \vartheta_1 G\cos\vartheta_0$$

$$m\left(\frac{dv_y}{dt} - V_{x_10}\overline{\omega}_{z_1}\right) = \triangle Y_1 + \triangle Y_{1N} - \vartheta_1 G\sin\vartheta_0$$

$$m\left(\frac{dv_z}{dt} + V_{y_10}\overline{\omega}_{x_1} - V_{x_10}\overline{\omega}_{y_1}\right) = \triangle Z_1 + \triangle Z_{1N} - \gamma_1 G\sin\vartheta_0$$

$$J_{x_1}\frac{d\overline{\omega}_{x_1}}{dt} = \triangle L + \triangle L_N$$

$$J_{y_1}\frac{d\overline{\omega}_{y_1}}{dt} + (J_{x_1} - J_{z_1})\omega_{x_10}\overline{\omega}_{z_1} = \triangle M + \triangle M_N \tag{3}$$

$$J_{z_1}\frac{d\overline{\omega}_{z_1}}{dt} + (J_{y_1} - J_{x_1})\omega_{x_10}\overline{\omega}_{y_1} = \triangle N + \triangle N_N$$

$$\overline{\omega}_{x_1} = \frac{d\gamma_1}{dt} + \frac{d\psi_1}{dt}\sin\vartheta_0$$

$$\bar{\omega}_{y_1} = \frac{d\psi_1}{dt}\cos\vartheta_0$$

$$\bar{\omega}_{z_1} = \frac{d\vartheta_1}{dt}\quad .$$

gdzie $\Delta X_1, \Delta Y_1, \Delta Z_1, \Delta L, \Delta M, \Delta N$ — składowe zmiany siły aerodynamicznej i momentu aerodynamicznego wynikłe z małych zmian parametrów obiektu;

$\Delta X_{1N}, \Delta Y_{1N}, \Delta Z_{1N}, \Delta L_N, \Delta M_N, \Delta N_N$ — składowe zmiany naciągu i momentu naciągu liny wynikłe z małych zmian parametrów obiektu.

Oddziaływanie liny na obiekt uwzględniono przez wprowadzenie do prawych stron równań (3) składowych siły i momentu siły naciągu liny wyrażonych jako iloczyny pochodnych liniowych i odpowiednich zmian parametrów lotu obiektu. Pochodne linowe przedstawiono w pracy [9, 10]. Składowe zmiany siły aerodynamicznej i momentu aerodynamicznego opisano przy użyciu pochodnych aerodynamicznych wyprowadzonych w pracy [3].

Po uwzględnieniu pochodnych linowych i aerodynamicznych i przekształceniach układ równań (3) zapisany macierzowo przyjmuje postać:

$$\mathcal{P}\dot{\mathcal{U}} + \mathcal{Q}\mathcal{U} = 0 \tag{4}$$

gdzie $\mathcal{U}$ macierz kolumnowa zakłóceń

$$\mathcal{U} = \mathrm{col}[\dot{\gamma}_1, \dot{\vartheta}_1, \dot{\psi}_1, v_x, v_y, v_z, \gamma_1, \vartheta_1, \psi_1]$$

$$\mathcal{P} = [p_{ij}] \qquad \begin{array}{l} i = 1, 2, \ldots, 9 \\ j = 1, 2, \ldots, 9 \end{array}$$

$$\mathcal{Q} = [q_{ij}] \qquad \begin{array}{l} i = 1, 2, \ldots, 9 \\ j = 1, 2, \ldots, 9 \end{array}$$

4. Rozwiązanie równań ruchu

Po przekształceniu i pomnożeniu lewostronnie (4) przez macierz odwrotną $\mathcal{P}^{-1}$ otrzymujemy

$$\dot{\mathcal{U}} = \mathcal{R}\mathcal{U} \tag{5}$$

gdzie macierz stanu $\mathcal{R}$ ma postać

$$\mathcal{R} = \mathcal{P}^{-1}(-\mathcal{Q}) \tag{6}$$

Rozwiązanie ogólne układu (5) jest liniową kombinacją wszystkich rozwiązań szczególnych i przy różnych wartościach własnych ma postać:

$$\mathcal{U} = \sum_{j=1}^{9} C_j \mathcal{U}_{wj} \exp \lambda_j t$$

gdzie:

$\mathcal{U}_{wj}$ wektor własny odpowiadający j-ej wartości własnej,

C_j stałe wyznaczone z warunków początkowych będących wartościami zakłóceń od ruchu ustalonego dla chwili $t = 0$,

$\lambda_{j,j+1} = \xi_{j,j+1} \pm i\eta_{j,j+1}$ wartości własne macierzy stanu

ξ_j współczynnik tłumienia,

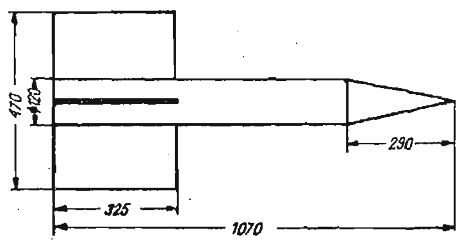
jeżeli $\xi_j < 0$ wahania są tłumione tzn. ruch obiektu jest stateczny, czas stłumienia amplitudy do połowy $T_{1/2} \approx \frac{\ln 2}{\xi_j}$

η_j częstość oscylacji o okresie $T_j \approx \frac{2\pi}{\eta_j}$.

Rozwiązanie zagadnienia sprowadza się więc do wyznaczenia wartości własnych i wektorów własnych macierzy stanu $\mathcal{R}$. Wyznaczenie wektorów własnych, odpowiadających wartościom własnych pozwala na identyfikację ruchów obiektu. Macierz stanu $\mathcal{R}$ jest macierzą kwadratową stopnia 9-go. Ze względu na występowanie sił aerodynamicznych macierz $\mathcal{R}$ jest macierzą niesymetryczną.

5. Przykład liczbowy i wnioski

Badania stateczności dynamicznej obiektu odwijającego z pokładu linę przeprowadzono na przykładzie rakiety kierowanej przewodowo klasy Bölkow-Cobra (rys. 4).



Rys. 4. Rakieta klasy Bőlkow-Cobra

Do obliczeń przyjęto następujące charakterystyki geometryczne i masowe rakiety:

$$L = 1{,}07\ \text{m} \qquad G = 9{,}5\ \text{kG}$$

$$D = 0{,}120\ \text{m} \qquad I_{x_1} = 0{,}0025\ \text{kGs}^2\text{m}$$

$$Ls = 0{,}290\ \text{m} \qquad I_{y_1} = I_{z_1} = 0{,}025\ \text{kGs}^2\text{m}$$

$$B = 0{,}470\ \text{m}$$

charakterystyki aerodynamiczne rakiety w zakresie poddźwiękowym przedstawiono na rys. 5.

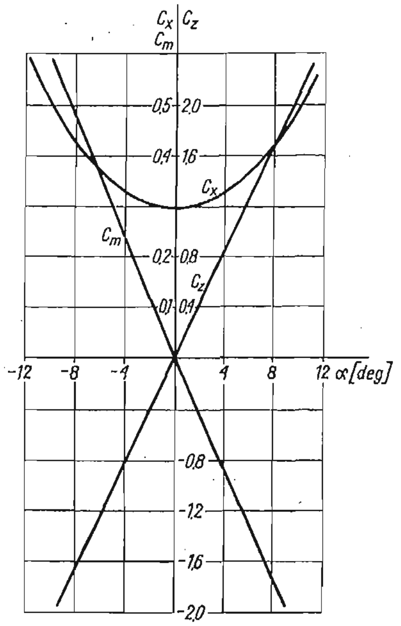
Obliczenia stateczności dynamicznej rakiety z uwzględnieniem oddziaływania przewodu kierowania i bez przewodu prowadzono dla prędkości lotu ustalonego w zakresie 60-140 m/s. Wyniki obliczeń przedstawiono na rys. 6 i rys. 7. Na wykresach liniami ciągłymi naniesiono współczynniki tłumienia — ξ^p i częstości oscylacji — η^p ruchów rakiety w locie z przewodem kierowania, natomiast liniami przerywanymi — tłumienia i oscylacje w locie swobodnym rakiety.

Na podstawie wektorów własnych dokonano identyfikacji ruchów rakiety. Odpowiednim wartościom własnym odpowiadają następujące ruchy rakiety:

$\lambda_{1,2} = \xi_{1,2} \pm i\eta_{1,2}$ oscylacje prędkości v_y sprzężone z oscylacjami prędkości kątowej pochylania $\dot{\vartheta}_1$,

λ_3 aperiodyczne zmiany prędkości v_z sprzężone ze zmianami prędkości kątowej odchylania $\dot{\psi}_1$,

λ_4 aperiodyczne zmiany prędkości v_z sprzężone z prędkością v_y i prędkością kątową pochylania $\dot{\vartheta}_1$,



Rys. 5. Charakterystyki aerodynamiczne rakiety klasy Bölkow-Cobra

λ_5 aperiodyczne zmiany prędkości kątowej przechylania $\dot{\gamma}_1$ sprzężone z prędkością v_z i prędkością kątową odchylania $\dot{\psi}_1$,

λ_6 aperiodyczne zmiany kąta odchylenia ψ_1 sprzężone ze zmianami kąta przechylenia γ_1,

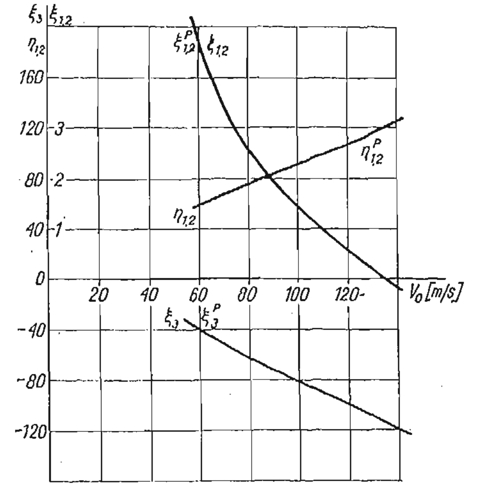
λ_7 aperiodyczne zmiany prędkości v_x sprzężone z prędkością v_y, prędkością kątową $\dot{\psi}_1$ oraz kątem przechylania γ_1,

λ_8 aperiodyczne zmiany prędkości v_x sprzężone z kątami przechylenia γ_1 i odchylenia ψ_1.

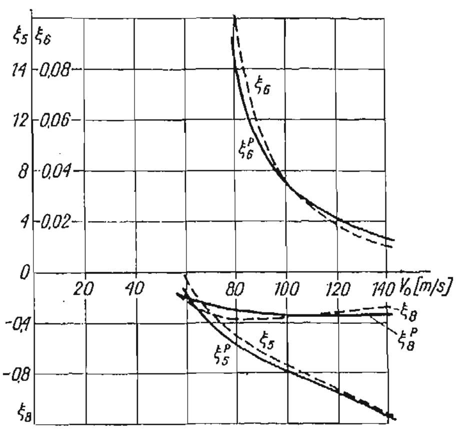
Na rys. 6 przedstawiono zmianę współczynników tłumienia poprzecznych prędkości rakiety i częstości oscylacji w funkcji prędkości lotu.

Bardzo szybkie oscylacje prędkości v_y sprzężone z prędkością kątową pochylania $\dot{\vartheta}_1$ wraz ze wzrostem prędkości lotu rakiety przechodzą z nietłumionych w tłumione (przy $V_0 = 135$ m/s). Częstość oscylacji v_y narasta.

Aperiodyczne zmiany prędkości v_z sprzężone z prędkością odchylania $\dot{\psi}_1$ i prędkością v_y są tłumone (ξ_3^r) w całym zakresie prędkości lotu. Ze wzrostem prędkości lotu tłumienie wzrasta. Przewód kierowania nie wpływa istotnie na poprzeczne prędkości środka masy rakiety. Współczynnik tłumienia $\xi_{1,2}^r$ jest większy o 3,7% od $\xi_{1,2}$ a ξ_3^r — o 0,2%.



Rys. 6. Zmiana współczynników tłumienia prędkości poprzecznych rakiety w funkcji prędkości lotu ustalonego



Rys. 7. Zmiana współczynników tłumienia ruchów kątowych oraz prędkości podłużnej rakiety w funkcji prędkości lotu ustalonego.

Zmianę współczynników tłumienia ruchów kątowych w funkcji prędkości lotu ustalonego przedstawiono na rys. 7. Ruchy kątowe ψ_1 sprzężone z γ_1 są aperiodycznie nietłumione (ξ_6^p). Tłumienie wzrasta ze wzrostem prędkości lotu. Przewód kierowania przy prędkościach lotu $V_0 < 100$ m/s powoduje zwiększenie współczynnika tłumienia ξ_6^p o 15% w stosunku do współczynnika tłumienia w locie swobodnym. Powyżej prędkości $V_0 = 100$ m/s przewód kierowania zmniejsza współczynnik tłumienia o 20%.

Zmiany prędkości kątowej przechylania $\dot{\gamma}_1$ sprzężone z prędkością poprzeczną v_z środka masy są aperiodycznie tłumione (ξ_5^p, rys. 7). Tłumienie narasta w funkcji prędkości lotu ustalonego. Przewód kierowania zwiększa współczynnik tłumienia ξ_5^p w całym zakresie prędkości: o 127% przy prędkości $V_0 = 60$ m/s i o około 1% przy prędkości $V_0 = 140$ m/s.

Przewód kierowania powoduje zmniejszenie tłumienia zmian prędkości podłużnej sprzężonej z kątami przechylenia γ_1 i odchylenia ψ_1 w zakresie prędkości lotu ustalonego $V_0 = 60-110$ m/s oraz zwiększenie tłumienia przy prędkościach $V_0 > 110$ m/s (ξ_8^p rys. 7).

Przyjęty do obliczeń liczbowych model rakiety wykazuje niestateczność dynamiczną: Obliczenia wykazały, że:

1) przewód kierowania ustatecznia ruchy kątowe rakiety (ξ_5^p, ξ_6^p, rys. 7) w zakresie prędkości lotu ustalonego do $V = 100$ m/s. Dla prędkości $V_0 > 100$ m/s oddziaływanie przewodu ma charakter uniestateczniający,
2) przewód kierowania ustatecznia zmiany prędkości podłużnej v_x sprzężone z kątem przechylania γ_1 i prędkością kątową odchylania $\dot{\psi}_1$ (ξ_8^p, rys. 7)
3) przewód kierowania nie wpływa na tłumienie zmian prędkości poprzecznych (w kierunku osi y_l i z_l) środka masy rakiety ($\xi_{1,2}^p$, ξ_3^p, rys. 6).

Obliczenia liczbowe przeprowadzono dla jednego przewodu kierowania w związku z tym powyższych wniosków nie należy uogólniać na przewody o innych charakterystykach. Dla przewodu o odmiennych charakterystykach relacja między siłami aerodynamicznymi i siłami bezwładności zmieni się, co może nadać inny charakter naciągowi przewodu.

Również dla rakiety o innych charakterystykach geometrycznych i masowych przewód kierowania może mieć zupełnie inny wpływ na jej charakterystyki dynamiczne.

Ważniejsze oznaczenia

X, Y, Z [kG]	składowe siły aerodynamicznej w układzie współrzędnych związanym z przepływem,
X_1, Y_1, Z_1 [kG]	składowe siły aerodynamicznej w układzie współrzędnych związanym z obiektem
X_{1N}, Y_{1N}, Z_{1N} [kG]	składowe naciągu liny w układzie współrzędnych związanym z obiektem
L, M, N [kGm]	składowe mometu aerodynamicznego w układzie współrzędnych związanym z obiektem
L_N, M_N, N_N [kGm]	składowe momentu naciągu liny w układzie współrzędnych związanym z obiektem,
T [kG]	naciąg w linie
$\omega_{x_1}, \omega_{y_1}, \omega_{z_1}$ [1/s]	składowe prędkości kątowej obiektu w układzie związanym z obiektem
$\overline{\omega}_{x_1}, \overline{\omega}_{y_1}, \overline{\omega}_{z_1}$ [1/s]	składowe zmiany prędkości kątowej obiektu
γ, ϑ, ψ [rad]	kąt przechylenia, pochylenia i odchylenia obiektu
$\gamma_1, \vartheta_1, \psi_1$ [rad]	małe zmiany kąta przechylenia, pochylenia i odchylenia obiektu
$V_{x_1}, V_{y_1}, V_{z_1}$ [m/s]	składowe prędkości obiektu w ukladzie współrzędnych związanych z obiektem
v_x, v_y, v_z [m/s]	małe zmiany składowych prędkości obiektu
V_0 [m/s]	całkowita prędkość lotu ustalonego obiektu
$\vartheta_{p0}, \psi_{p0}$ [rad]	składowe początkowego kątowego położenia liny na wyjściu z obiektu leżące odpowiednio w płaszczyznach symetrii obiektu $O_{x_1 z_1}$ i $O_{x_1 y_1}$
φ_{p0} [rad]	kąt obiektu liny w szczelinie na wyjściu z obiektu
ϑ_r, ψ_r [rad]	stałe wartości uwarunkowane kształtem tylnej części kadłuba obiektu, siłą odklejania liny oraz prędkością odwijania
$\lambda = \xi \pm i\eta$	wartości własne układu równań różniczkowych
ξ	współczynnik tłumienia
η	częstość oscylacji

Literatura

1. B. ETKIN — *Dynamics of Flight*, New York — London 1959.
2. B. ETKIN — *Dynamics of Atmospheric Flight*, John Wiley, New York 1972.
3. W. FISZDON — *Mechanika lotu*, Cz. I i II, PWN, Warszawa 1961.
4. R. GUTOWSKI — *Równania różniczkowe zwyczajne*, WNT Warszawa 1971.
5. R. GUTOWSKI, R. VOGT — *Opis matematyczny kierowanego ruchu rakiety o zmiennej masie z uwzględnieniem oddziaływania rozwijających się przewodów*, PTUiR 1975 r. Zeszyt 13 Rok V.
6. R. GUTOWSKI — *Mechanika analityczna*, Warszawa 1971 PWN.
7. С. А. ГОРБАТЕНКО, Э. М. МАКАШОВ, Ю. Ф. ПОЛУШКИН, Л. В. ШЕВТЕЛЬ, *Механика полёта*, *Машиностроение*, Москва 1969
8. T. KUŹMICEWICZ — *Dynamika liny odwijającej się z ruchomego obiektu latającego*, Mechanika Teoretyczna i Stosowana 1, **13** (1975).
9. T. KUŹMICEWICZ — *Współczynniki sił przewodu kierowania ppk — pochodne linowe*, PTUiR, Nr **15**, 1976.
10. T. KUŹMICEWICZ — *Wpływ przewodu kierowania na stateczność rakiety*. Praca doktorska, Politechnika Warszawska, 1976 (nie publikowana).
11. J. MARYNIAK — *Uproszczona analiza stateczności podłużnej szybowca w locie holowanym*, Mechanika Teoretyczna i Stosowana, 1, **5** (1967).
12. J. MARYNIAK — *Stateczność dynamiczna podłużna szybowca w zespole holowniczym*, Mechanika Teoretyczna i Stosowana, 3, **5** (1967).
13. J. MARYNIAK — *Uproszczona analiza stateczności bocznej szybowca holowanego na linie*, Mech. Teoretyczna i Stosowana, 1, **7** (1969).
14. J. MARYNIAK — *Dynamiczna teoria obiektów ruchomych*, Prace naukowe Politechniki Warszawskiej — Mechanika nr 32, Warszawa 1975.
15. J. MARYNIAK, K. MICHALEWICZ, Z. WINCZURA — *Badanie teoretyczne własności dynamicznych lotu obiektów zrzucanych z samolotu*, Mechanika Teoretyczna i Stosowana, Tom **15**, zeszyt 1, PWN Warszawa 1977.
16. S. MINOVIČ — *Dinamičke jednačine kretanja upravlivog, rotirajuceg, osno simetričnog projektila*, Naučno-tehnički PREGLED Beograd 1966, br. **4** i **5**.
17. S. MINOVIČ — *Kompleksne aerodinamičke prenosne funkcije ososimetrične letelice koja lagano rotira, svedene na normalizovan oblik*, Naučno-tehnički PREGLED, Beograd 1970 br **5**.
18. K. OGATA — *Metody przestrzeni stanów w teorii sterowania*, WNT, Warszawa 1974.
19. G. PALJARUCI, J. MARYNIAK — *Uticaj brino leta na ryvnotezu i dinamicke karakteristike jedrilice vucene uzertem od strane teskog avjona*, Materiały XIII Jugosłowiańskiego Kongresu Mechaniki, Sarajevo 1976 A 4-5.
20. R. VOGT — *Dynamika naprowadzania rakietowych pocisków przeciwpancernych kierowanych przewodowo*, Praca doktorska, Politechnika Warszawska, 1971.
21. R. VOGT — *Zasady i właściwości modelowania matematycznego procesów sterowania ruchem rakiet*, PTUiR 1974, Rok IV, zeszyt 11.

Резюме

ДИНАМИЧЕСКАЯ УСТОЙЧИВОСТЬ ЛЕТАЮЩЕГО ОБЪЕКТА РАЗВИВАЮЩЕГО ИЗ БОРТА КАНАТ

В работе рассматривается устойчивость летающего объекта развивающего канат управления из борта.

Движение объекта описано нелинейными дифференциальными уравнениями в системе координат жестко связаных с объектом. После этого уравнения движения линеаризировано.

В уравнениях движения объекта учтено воздействие каната путем введения переменной точки действия силы от напряжения каната.

Решение системы линейных дифференциальных уравнений сведено к вопросу вычислений собственных значений и соответствующих им собственных векторов. Исследования влияния каната развивающегося из борта объекта на его динамическую устойчивость иллюстрировано примером вычислений устойчивости ракеты управляемой канатом управления.

Summary

DYNAMICAL STABILITY OF A FLYING OBJECT WITH A CABLE'S UNCOILING SYSTEM

The main purpose of this paper is an analysis of the stability problem of a flying vehicle with a cable's uncoiling system.

The flying vehicle motion is described in set of axes fixed with the vehicle and nonlinear differential equations are developed. Authors give a discription of the linearized mathematical model of this kind of system. The mathematical model is a set of linearized differential equations and involves descrcription of the cables influence on the dynamics of vehicle.

The solution of the linearized differential equations is based on calculating the eigenvalues and eigenvectors.

Authors have given a numerical example of the investigated problem.

1) WOJSKOWY INSTYTUT TECHNICZNY UZBROJENIA
2) POLITECHNIKA WARSZAWSKA

Praca została złożona w Redakcji dnia 25 marca 1978 r.