

O WYZNACZANIU CHARAKTERYSTYK PROBABILISTYCZNYCH ROZWIĄZAŃ WAHADŁA
PODWÓJNEGO O ZMIENNEJ DŁUGOŚCI PODDANEGO WYMUSZENIOM LOSOWYM

JANUSZ SZOPA i MAREK WOJTYŁAK
(GLIWICE, KATOWICE)

Streszczenie

W pracy podano metodę wyznaczania charakterystyk probabilistycznych rozwiązań równań ruchu wahadła podwójnego o zmiennej długości poddanego wymuszeniom losowym. Oparta jest ona na wykorzystaniu stochastycznego równania całkowego Volterra II-go rodzaju, a nie na wielowymiarowej impulsowej funkcji przejścia trudnej do wyznaczenia w przypadku układu równań różniczkowych o zmiennych w czasie parametrach.

Wprowadzono wzory na funkcję korelacji oraz korelacji wzajemnej rozwiązań. Numerycznie wyznaczono wariancję rozwiązań dla dwóch typów procesów stochastycznych będących wymuszeniami ruchu wahadła.

1. Wstęp

Równania ruchu wahadła podwójnego o zmiennej długości poddanego wymuszeniom losowym stanowią układ dwóch nieliniowych równań różniczkowych o zmiennych w czasie współczynnikach. Przy założeniu małych kątów wychylenia wahadła od pionu można przyjąć, że równania są liniowe. Nawet to założenie nie pozwala w ogólnym przypadku na rozwiązanie rozważanego układu równań. Dlatego też zwraca się uwagę na wyznaczenie charakterystyk probabilistycznych rozwiązania przy znanych charakterystykach wymuszeń. W przypadku układu równań liniowych można stosować metodę wielowymiarowej impulsowej funkcji przejścia [2—6] trudnej jednak do wyznaczenia gdy współczynniki są funkcjami czasu.

Poszukiwane charakterystyki probabilistyczne można jednak wyznaczyć przy wykorzystaniu stochastycznych równań całkowych Volterra II-go rodzaju, którymi zajmowano się w [1, 14, 15]. Podstawowe wyniki teoretyczne oraz aspekty praktyczne wyznaczania charakterystyk probabilistycznych przy badaniu układów o zmiennej inercji opisanych równaniem różniczkowym n -tego rzędu były przedstawione w [7—9, 12].

Rozważany model wahadła o zmiennej długości jest układem dwóch liniowych równań różniczkowych o zmiennych w czasie współczynnikach. Układ ten zostanie sprowadzony do dwóch równań, z których każde zawiera tylko jedną ze zmiennych. Dla tego układu można już stosować metodę wyznaczania charakterystyk podaną w [7—10]. Za jej pomocą zo-

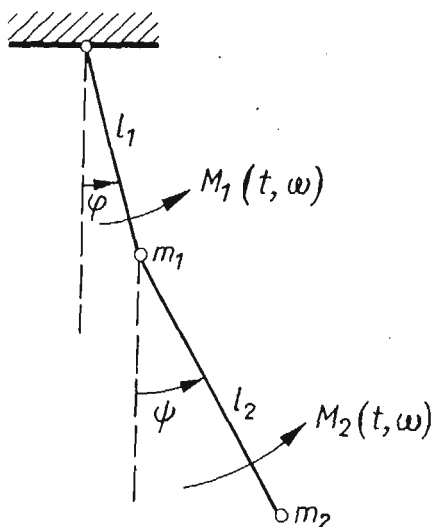
staną wyprowadzone wzory na funkcję korelacji oraz korelacji wzajemnej rozwiązań, a na ich podstawie wyliczona wariancja rozwiązań wg algorytmów zawartych w [11, 12, 16] dla dwóch typów procesów stochastycznych będących wymuszeniami.

2. Równanie ruchu wahadła podwójnego

Rozważać będziemy wahadło podwójne przedstawione na rys. 1. gdzie m_1, m_2 — masy; l_1, l_2 — długość wahadeł; φ, ψ — kąty wychyleń od pionu; $M_1(t, \omega), M_2(t, \omega)$ — wymuszenia — procesy stochastyczne.

Do dalszych rozważań założono m_1, m_2, l_2 — constans oraz $l_1 = l_1(t)$. Wykorzystując równania Lagrange'a II-go rodzaju otrzymano następujący układ równań:

$$(1) \quad \begin{aligned} m_1 l_1^2 \ddot{\varphi} + 2m_1 l_1 \dot{l}_1 \dot{\varphi} + m_2 [l_1^2 \ddot{\varphi} + 2l_1 \dot{l}_1 \dot{\varphi} + l_1 l_2 \ddot{\psi} \cos(\psi - \varphi) - l_1 l_2 \dot{\psi}^2 \sin(\psi - \varphi)] + \\ + (m_1 + m_2) g l_1 \sin \varphi = M_1(t, \omega), \\ m_2 [l_2^2 \ddot{\psi} - \dot{l}_1 l_2 \sin(\psi - \varphi) + 2\dot{l}_1 l_2 \dot{\varphi} \cos(\psi - \varphi) + l_1 l_2 \ddot{\varphi} \cos(\psi - \varphi) + l_1 l_2 \dot{\varphi}^2 \sin(\psi - \varphi) + \\ + g l_2 \sin \psi] = M_2(t, \omega). \end{aligned}$$



Rys. 1

Przy założeniu niewielkich wychyleń wahadeł od pionu układ nieliniowy (1) można sprowadzić do postaci liniowej:

$$(2) \quad \begin{aligned} l_1 [(m_1 + m_2) l_1 \ddot{\varphi} + 2(m_1 + m_2) \dot{l}_1 \dot{\varphi} + (m_1 + m_2) g \varphi + m_2 l_2 \ddot{\psi}] = M_1, \\ m_2 l_2 [l_2 \ddot{\psi} + (g - \dot{l}_1) \psi + l_1 \ddot{\varphi} + 2\dot{l}_1 \dot{\varphi} + \dot{l}_1 \varphi] = M_2. \end{aligned}$$

Układ ten można sprowadzić do równań 4-go rzędu, w których występuje zmienna φ lub ψ .

Wystarczy pierwsze z równań pomnożyć przez l_2 , a drugie przez l_1 oraz odjąć stronami wyliczając ψ za pomocą $\varphi, \dot{\varphi}, \ddot{\varphi}$. Różniczkując tak otrzymane ψ i podstawiając do pierwsze-

go z równań otrzymuje się równanie ze zmienną φ . Aby otrzymać równanie ze zmienną ψ trzeba pierwsze z równań układu (2) pomnożyć przez $m_2 l_2$, a drugie przez $(m_1 + m_2) l_2$. Po odjęciu równań stronami wyliczamy φ oraz podstawiamy do drugiego z nich otrzymując równanie ze zmienną ψ .

Powyższe przekształcenia zastosowano przy założeniu, że $m_1 = m_2 = 1$ [kg], $l_2 = 1$ [m], $g = 9,81 \left[\frac{m}{s^2} \right]$, $M_1 \equiv 0$,

$$(3) \quad l_1(t) = \begin{cases} 2 - \alpha t & \text{dla } t \leq \frac{1}{\alpha} \\ 1 & \text{dla } t > \frac{1}{\alpha} \end{cases} \text{ [m]}$$

otrzymując układ równań

$$(4) \quad \begin{aligned} l_1 \ddot{\varphi} + 4\dot{l}_1 \dot{\varphi} + 19,62(1 + l_1) \ddot{\psi} + 39,24\dot{l}_1 \dot{\psi} + 192,4722\varphi &= -\ddot{M}_2, \\ l_1 \ddot{\psi} + 2\dot{l}_1 \dot{\psi} + 19,62(1 + l_1) \ddot{\psi} + 39,24\dot{l}_1 \dot{\psi} + 192,4722\psi &= 2l_1 \ddot{M}_2 + 4\dot{l}_1 \dot{M}_2 + 19,62M_2. \end{aligned}$$

3. Funkcja korelacji oraz korelacji wzajemnej, rozwiązań równań ruchu wahadła podwójnego o zmiennej długości

Równania układu (4) można zapisać w ogólnej postaci:

$$(5) \quad a_4(t) \ddot{\ddot{x}} + a_3(t) \ddot{\dot{x}} + a_2(t) \ddot{x} + a_1(t) \dot{x} + a_0(t) x = P(t, \omega),$$

gdzie x jest odpowiednio równe φ lub ψ .

Z podstawienia

$$(6) \quad a_4(t) \ddot{\ddot{x}}(t, \omega) \stackrel{\text{df}}{=} y(t, \omega)$$

wynika, że

$$(7) \quad x^{(4-k)} - x_0^{(4-k)} - x_0^{(4-k+1)} \cdot t - \dots - x_0 \cdot \frac{t^{k-1}}{(k-1)!} = \int_0^t \frac{(t-u)^{k-1}}{(k-1)!} \cdot \frac{y(u, \omega)}{a_4(u)} du,$$

gdzie przez x_0 , \dot{x}_0 , \ddot{x}_0 , $\ddot{\ddot{x}}_0$ oznaczono warunki początkowe dla (5), a $k = 1, 2, 3, 4$.

Wykorzystując zależności (6) i (7) w równaniu (5) można je zapisać w postaci stochastycznego równania całkowego Volterra II-go rodzaju:

$$(8) \quad y(t, \omega) = h(t, \omega) - \int_0^t K(t, u) y(u, \omega) du,$$

gdzie

$$(9) \quad h(t, \omega) \stackrel{\text{df}}{=} P(t, \omega) - \left\{ a_3(t) \ddot{\ddot{x}}_0 + a_2(t) \cdot [\ddot{\ddot{x}}_0 + \ddot{\ddot{x}}_0 \cdot t] + a_1(t) \cdot \left[\dot{x}_0 + \ddot{x}_0 \cdot t + \ddot{\ddot{x}}_0 \cdot \frac{t^2}{2} \right] + \right. \\ \left. + a_0(t) \cdot \left[x_0 + \dot{x}_0 \cdot t + \ddot{x}_0 \cdot \frac{t^2}{2} + \ddot{\ddot{x}}_0 \cdot \frac{t^3}{6} \right] \right\}$$

oraz jądro,

$$(10) \quad K(t, u) \stackrel{\text{df}}{=} \left[a_3(t) + a_2(t) \cdot (t-u) + a_1(t) \cdot \frac{(t-u)^2}{2} + a_0(t) \cdot \frac{(t-u)^3}{6} \right] \cdot \frac{1}{a_4(u)}.$$

Jeśli utworzyć rezolwentę $R(t, u)$ dla równania całkowego (8) wtedy można je przepisać w postaci:

$$(11) \quad y(t, \omega) = h(t, \omega) - \int_0^t R(t, u) h(u, \omega) du.$$

Ta postać jest najdogodniejsza do wyznaczenia funkcji korelacji procesu $y(t, \omega)$. Zachodzi:

$$(12) \quad K_y(t_1, t_2) \stackrel{\text{df}}{=} E\{[y(t_1, \omega) - Ey(t_1, \omega)] \cdot [y(t_2, \omega) - Ey(t_2, \omega)]\} = K_h(t_1, t_2) - \\ - \int_0^{t_1} R(t_1, u_1) K_h(t_2, u_1) du_1 - \int_0^{t_2} R(t_2, u_2) K_h(t_1, u_2) du_2 + \int_0^{t_1} \int_0^{t_2} R(t_1, u_1) R(t_2, u_2) \cdot \\ \cdot K_h(u_1, u_2) du_2 du_1,$$

gdzie $K_h(u_1, u_2)$ — funkcja korelacji procesu $h(t, \omega)$. Wg (7) dla $k = 4$ jest

$$(13) \quad x(t, \omega) = x_0 + \dot{x}_0 t + \ddot{x}_0 \frac{t^2}{2} + \ddot{\ddot{x}}_0 \frac{t^3}{6} + \int_0^t \frac{(t-u)^3}{6} \cdot \frac{y(u, \omega)}{a_4(u)} du.$$

Zakładając, że warunki początkowe są zdeterminowane, zachodzi wg (9) równość $K_h(t_1, t_2) = K_P(t_1, t_2)$. Ponadto

$$(14) \quad x(t, \omega) - Ex(t, \omega) = \int_0^t \frac{(t-u)^3}{6} \cdot \frac{y(u, \omega) - Ey(u, \omega)}{a_4(u)} du$$

czyli funkcja korelacji dla kątów φ lub ψ jest postaci

$$(15) \quad K_x(t_1, t_2) \stackrel{\text{df}}{=} E\{[x(t_1, \omega) - Ex(t_1, \omega)] \cdot [x(t_2, \omega) - Ex(t_2, \omega)]\} = \\ = \int_0^{t_1} \int_0^{t_2} \frac{(t_1 - u_1)^3 \cdot (t_2 - u_2)^3}{36 \cdot a_4(u_1) \cdot a_4(u_2)} K_y(u_1, u_2) du_2 du_1.$$

[7—10].

Jeśli w związkach (5)—(11) dopisać indeksy „1” w przypadku rozważania ich dla kąta φ i „2” w przypadku ψ to wzór na funkcję korelacji wzajemnej rozwiązań φ i ψ przyjmie postać:

$$(16) \quad K_{\varphi\psi}(t_1, t_2) \stackrel{\text{df}}{=} E\{[\varphi(t_1, \omega) - E\varphi(t_1, \omega)] \cdot [\psi(t_2, \omega) - E\psi(t_2, \omega)]\} = \\ = \int_0^{t_1} \int_0^{t_2} \frac{(t_1 - u_1)^3 \cdot (t_2 - u_2)^3}{36 I_1^2(u)} K_{y_1, y_2}(u_1, u_2) du_2 du_1,$$

gdzie

$$(17) \quad K_{y_1, y_2}(t_1, t_2) \stackrel{\text{df}}{=} E\{[y_1(t_1, \omega) - Ey_1(t_1, \omega)][y_2(t_2, \omega) - Ey_2(t_2, \omega)]\} = \\ = K_{h_1, h_2}(t_1, t_2) - \int_0^{t_1} R_1(t_1, u_1) K_{h_1, h_2}(u_1, t_2) du_1 - \int_0^{t_2} R_2(t_2, u_2) K_{h_1, h_2}(t_1, u_2) du_2 + \\ + \int_0^{t_1} \int_0^{t_2} R_1(t_1, u_1) \cdot R_2(t_2, u_2) K_{h_1, h_2}(u_1, u_2) du_2 du_1$$

$h_1(t, \omega)$ i $R_1(t, u)$ są liczone dla pierwszego z równań układu (4), a $h_2(t, \omega)$ i $R_2(t, u)$ dla drugiego.

4. Analiza numeryczna

Przedstawioną metodą obliczono wariancję rozwiązań dla układu równań (4). Wykorzystano wzory (15) (podstawiając $t_1 = t_2$) i (12) oraz algorytmy podane w [11, 16]. Funkcję korelacji procesu $M_2(t, \omega)$ przyjęto w dwóch postaciach:

$$(18) \quad K_{M_2}(t_1, t_2) = C \cdot e^{-\beta(t_1^2 + t_2^2)},$$

gdzie $C, \beta > 0$ oraz

$$(19) \quad K_{M_2}(t_1, t_2) = \frac{1}{2} EA^2 \cdot \cos \gamma(t_1 - t_2).$$

Wzór (19) odpowiada założeniu, że proces $M_2(t, \omega)$ jest postaci

$$(20) \quad M_2(t, \omega) = A(\omega) \cdot \cos(\gamma t + \lambda(\omega)) \cdot l_2,$$

gdzie $l_2 = 1$ a A i λ — nieskorelowane zmienne losowe oraz funkcja gęstości

$$f_\lambda(x) = \frac{1}{2\pi} \left[H(x) - H(x - 2\pi) \right].$$

Do dalszych rozważań przyjęto, że stałe $C = EA^2 = 1$. Stosując metody analizy korelacyjnej [3, 4] otrzymano dla procesów występujących po prawych stronach równań układu (4) następujące postacie funkcji korelacji:

a) dla przypadku (18)

$$(21) \quad K_h(t_1, t_2) = K_p(t_1, t_2) = K_{-\ddot{M}_2}(t_1, t_2) = 4 \cdot \beta^2 (1 - 2\beta t_1^2) \cdot (1 - 2\beta t_2^2) \cdot e^{-\beta(t_1^2 + t_2^2)},$$

oraz

$$(22) \quad K_{2l_1 \ddot{M}_2 + 4j_1 \dot{M}_2 + 19,62M_2}(t_1, t_2) = 4 \cdot e^{-\beta(t_1^2 + t_2^2)} \cdot \{4\beta^2 l_1(t_1) l_1(t_2) (1 - 2\beta t_1^2) (1 - 2\beta t_2^2) + \\ + 16\beta^2 t_1 t_2 \dot{l}_1(t_1) \dot{l}_1(t_2) + 96,2361 + 8\beta^2 t_2 l_1(t_1) \dot{l}_1(t_2) (1 - 2\beta t_1^2) - 19,62\beta l_1(t_1) \cdot \\ \cdot (1 - 2\beta t_1^2) + 8\beta^2 t_1 \dot{l}_1(t_1) l_1(t_2) (1 - 2\beta t_2^2) - 39,24\beta t_1 \dot{l}_1(t_1) - 19,62\beta l_1(t_2) (1 - 2\beta t_2^2) - \\ - 39,24\beta t_2 \dot{l}_1(t_2)\}.$$

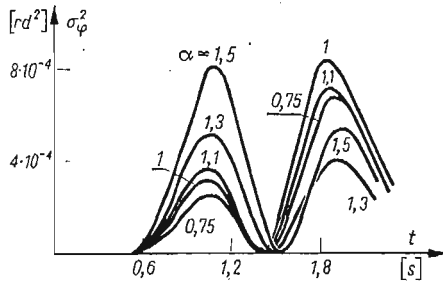
b) dla przypadku (19)

$$(23) \quad K_{-\ddot{M}_2}(t_1, t_2) = \frac{1}{2} \gamma^4 \cos \gamma(t_1 - t_2),$$

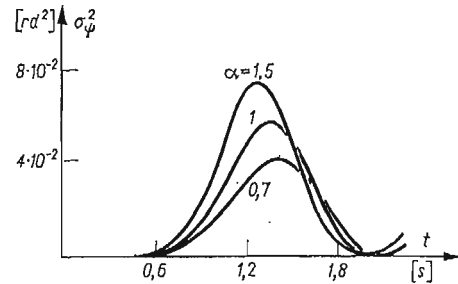
oraz

$$(24) \quad K_2 l_1 \ddot{M}_2 + 4i_1 \dot{M}_2 + 19,62M_2(t_1, t_2) = 2 \left\{ \cos \gamma(t_1 - t_2) \cdot \left[\gamma^4 l_1(t_1) l_1(t_2) + \gamma^2 (4\dot{l}_1(t_1) \dot{l}_1(t_2) - 9,81(l_1(t_1) + l_1(t_2))) \right] + 384,9444 \right\} + 2\gamma \sin \gamma(t_1 - t_2) \cdot \left[\gamma^2 (l_1(t_1) l_1(t_2) - \dot{l}_1(t_1) \dot{l}_1(t_2)) + 9,81(\dot{l}_1(t_2) - \dot{l}_1(t_1))) \right]$$

Na rysunkach 2—5 przedstawiono wykresy wariancji rozwiązań dla układu (4) gdy wymuszenie jest procesem stochastycznym o funkcji korelacji typu (18) [13].



Rys. 2

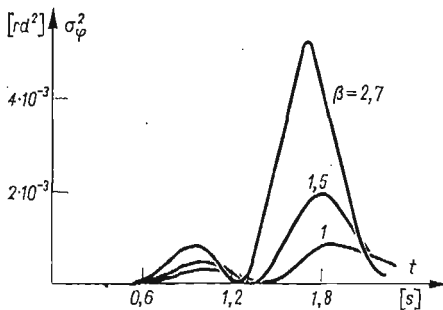


Rys. 3

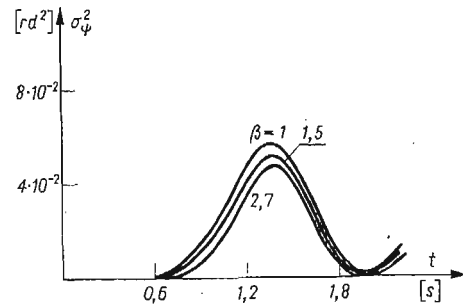
Rys. 2 i 3 przedstawiają wariancję σ_φ^2 i σ_ψ^2 przy różnej szybkości zmian długości wahadła (współczynnik α we wzorze na $l_1(t)$).

Na rys. 2 przyjęto $\alpha = 0,75; 1; 1,1; 1,3; 1,5$ a na rys. 3 $\alpha = 0,7; 1; 1,5$ przy jednoczesnym założeniu, że β we wzorze (18) wynosi 1.

Zaobserwowano, że szybszym zmianom długości wahadła dla początkowych czasów odpowiadają większe wartości maksimów wariancji. Rys. 4 i 5 przedstawiają wpływ współczynnika występującego we wzorze na funkcję korelacji (18).



Rys. 4

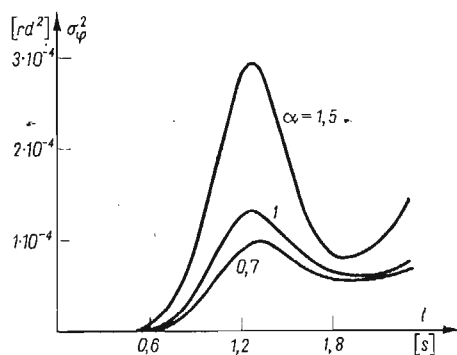


Rys. 5

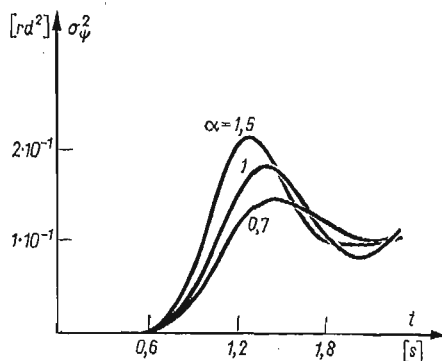
Przyjęto $\alpha = 1$ oraz $\beta = 1; 1,5; 2,7$.

Wariancja σ_φ^2 jest większa, gdy współczynnik β jest większy (rys. 4) a dla σ_ψ^2 jest na odwrót.

Na rys. 6—9 przedstawiono wykresy wariancji rozwiązań dla układu (4), gdy wymuszenie jest procesem stochastycznym o funkcji korelacji postaci (19).

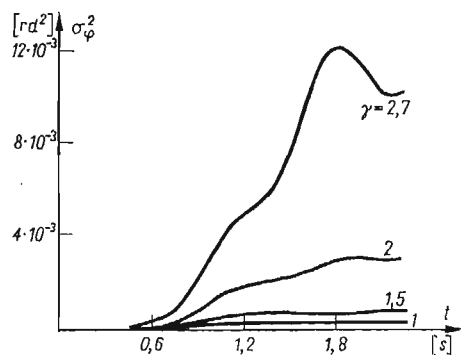


Rys. 6

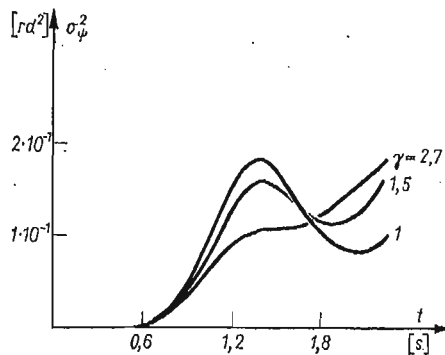


Rys. 7

Na rys. 6 i 7 przyjęto $\alpha = 0,7; 1; 1,5$ oraz $\beta = 1$. Szybszym zmianom długości wahadła odpowiadają większe wartości maksimum wariancji. Na rys. 8 i 9 przyjęto $\gamma = 1; 1,5; 2,7$ (na rys. 8 dodatkowo $\gamma = 2$) oraz $\alpha = 1$.



Rys. 8



Rys. 9

Większym wartościom β odpowiadają większe wartości wariancji dla kąta φ (rys. 8) a dla kąta ψ dla początkowych czasów jest na odwrót (rys. 9) a powyżej pewnej wartości t tak samo jak w przypadku kąta φ .

5. Wnioski końcowe

Proponowana metoda wyznaczania charakterystyk probabilistycznych rozwiązań wahadła podwójnego o zmiennej długości poddanego wymuszeniom losowym może być stosowana łącznie z algorytmami do badania stochastycznych układów dynamicznych o n stopniach swobody i o zmiennej inercji.

Założenie, że warunki początkowe są zdeterminowane nie jest konieczne, jednak postacie funkcji korelacji i korelacji wzajemnej rozwiązań będą w tym przypadku znacznie bardziej skomplikowane. Można także wyprowadzić w podobny sposób jak to przedstawiono w pracy wzory na funkcje momentów centralnych wyższych rzędów.

Literatura cytowana w tekście

1. A. T. BHARUCHA-REID — *Random Integral Equations*. Academic Press, New York and London 1972.
2. F. A. MICHAJLOV, E. D. TIERAJEV (i inni) — *Dinamika niestacjonarnych liniowych sistem*. Izdat. Nauka, Moskwa 1967.
3. B. SKALMIERSKI, A. TYLIKOWSKI — *Procesy stochastyczne w dynamice*. PWN Warszawa 1972.
4. K. SOB CZYK — *Metody dynamiki statystycznej*. PWN Warszawa 1973.
5. A. V. SOLODOV, F. S. PETROV — *Liniijnye awtomatliczeskie sistemy s pierieniennymi parametrami*. Izdat. Nauka, Moskwa 1971.
6. V. V. SOLODOVNIKOV, Ju. I. BORODIN, A. B. IONNISUAN — *Castotnyje metody analiza i sinteza niestacjonarnych liniowych sistem*. Bibl. Technicz. Kibernetiki, Izdat. Soviet. Radio, Moskwa 1972.
7. J. SZOPA — *Application of Volterra stochastic integral equations of the II-nd kind to the analysis of dynamic systems of variable inertia*. Journal of Technical Physics, **17**, 4, 1976.
8. J. SZOPA — *Metoda wyznaczania funkcji momentów „wyjścia” stochastycznych liniowych układów niestacjonarnych*. Archiwum Automatyki i Telemekhaniki **22**, 4, 1977.
9. J. SZOPA — *O funkcji korelacyjnej dla równania Volterra II-go rodzaju*. Zesz. Nauk. Polit. Śl., seria Automatyka z. **28**, 1974.
10. J. SZOPA — *Wyznaczanie funkcji momentów w stochastycznych układach dynamicznych o dwóch stopniach swobody*. III Konf. Metody Komputerowe w Mechanice Konstrukcji, PTMTiS i PAN, Opole — maj 1977.
11. J. SZOPA, M. WOJTYŁAK — *Numeryczne metody obliczeń charakterystyk probabilistycznych w układach o zmiennej inercji*. II Konf. Metody Komputerowe w Mechanice Konstrukcji, PTMTiS i PAN, Gdańsk — listopad 1975.
12. J. SZOPA, M. WOJTYŁAK — *Wariancja wahadła o zmiennej długości*. VII Symp. Drgania w Układach Fizycznych, PTMTiS i Inst. Mech. Techn. Polit. Poznańskiej, Błażejewko — maj 1976.
13. J. SZOPA, M. WOJTYŁAK — *Wyznaczanie wariancji rozwiązań wahadła podwójnego o zmiennej długości poddanego wymuszeniom losowym*. I Konf. Metody i Środki Projektowania Automatycznego. Inst. Podstaw Budowy Maszyn Politechniki Warszawskiej, Warszawa, listopad 1977.
14. Ch. P. TSOKOS — *On a Stochastic Integral Equation of the Volterra Type*. Math. Systems Theory, Vol. **3**, No 3, 1969.
15. Ch. P. TSOKOS, W. J. PADGETT — *Random Integral Equations with Applications to Stochastic Systems*. Springer-Verlag, Berlin 1971.
16. M. WOJTYŁAK — *Numeryczne problemy obliczania wariancji dla układów opisanych stochastycznym równaniem całkowym Volterra II rodzaju*. Zesz. Nauk. Polit. Śl., seria Matematyka — Fizyka, z. **28**, 1976.

Резюме

ОБ ОПРЕДЕЛЕНИИ ПРОБАБИЛИСТИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК РЕШЕНИЙ ДВОЙНОГО МАЯТНИКА С ПЕРЕМЕННОЙ ДЛИНОЙ ПОДВЕРЖЕННОГО СЛУЧАЙНЫМ ВЫНУЖДЕНИЯМ

В работе дан метод определения пробабилистических характеристик решений уравнений движения двойного маятника с переменной длиной подверженного случайным вынуждениям. Метод основан на использовании стохастического интегрального уравнения Вольтерры второго рода,

а не на многомерной импульсной функции перехода, трудной до определения для случая системы дифференциальных уравнений с переменными со временем параметрах.

Находятся формулы для корреляции и взаимной корреляции решений. Численно определена вариация решений для двух типов стохастических процессов, которые вынуждают движение маятника.

S u m m a r y

ON DETERMINATION OF PROBABILISTIC CHARACTERISTICS OF SOLUTIONS OF DOUBLE PENDULUM WITH VARYING LENGTH SUBJECT TO RANDOM FORCING

A method for determining the probabilistic characteristics of solutions of the double pendulum with varying length subject to random forcing is given. The method is based on the stochastic integral Volterra equation of the second kind and not, as usually, on the multidimensional impulse transition function which is difficult to determine in the case of the system of differential equations parameters of which change in time.

Formulae for the correlation function as well as the autocorrelation function of the solutions are given. The variance of the solutions for two types of the stochastic processes forcing the pendulum motion is calculated numerically.

INSTYTUT MECHANIKI TEORETYCZNEJ
POLITECHNIKA ŚLĄSKA
I INSTYTUT MATEMATYKI
UNIwersytet ŚLĄSKI

Praca została złożona w Redakcji dnia 15 maja 1978 r.
