

DYNAMIKA LOTU ZASOBNIKA LOTNICZEGO Z POŁĄCZONYM PRZEGUBOWO HAMULCEM  
AERODYNAMICZNYM, ZRZUCONEGO Z SAMOŁOTU

KAZIMIERZ MICHAŁEWICZ

1. Wstęp

W niniejszej pracy rozpatrzono dynamikę lotu zasobnika lotniczego hamowanego „wolno puszczonego” hamulcem aerodynamicznym. Obiekt traktowano jako układ mechaniczny sztywny [1, 3, 10, 23, 25] z ruchomym (wychylanym) hamulcem aero.

Równania ruchu w układzie współrzędnych związanych z zasobnikiem wyprowadzono w quasi-współrzędnych stosując równania Boltzmanna-Hamela [8, 13, 14, 15] dla układów mechanicznych o więzach holonomicznych.

Uwzględniono siedem stopni swobody, w tym pięć stopni swobody zasobnika: prędkości przemieszczeń  $U, V, W$ , pochylania  $\Theta$  i odchylenia  $\Psi$  oraz dwóch stopni swobody hamulca aero  $\alpha_s$  i  $\gamma_s$  [4, 5, 6, 11, 13, 16, 18, 22, 23, 24].

Zastosowanie równań Boltzmanna-Hamela [8, 13, 14, 15] do wyprowadzenia równań ruchu obiektów ruchomych w układzie współrzędnych związanych z obiektem umożliwia w stosunkowo prosty sposób uwzględnienie dodatkowych stopni swobody wynikających z względnych ruchów elementów rozpatrywanego obiektu [7, 9, 13, 14, 15].

Przykładowe obliczenia numeryczne wykonano wg własnych programów [12]. Wyprowadzone w pracy równania ruchu są uniwersalne i można je zastosować do opisu ruchu obiektów swobodnych w przyjętych układach odniesienia.

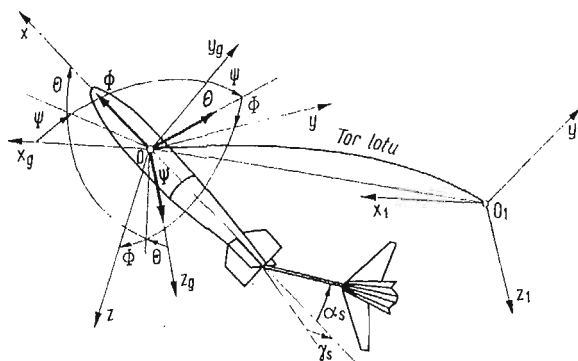
Charakterystyki aerodynamiczne uzyskano w wyniku badań modelowych w tunelu aerodynamicznym w Instytucie Techniki Lotniczej i Mechaniki Stosowanej Politechniki Warszawskiej. Geometrię i rozkłady mas wyznaczono na drodze obliczeń teoretycznych.

2. Dynamiczne równania ruchu obiektu

Do opisu dynamiki obiektu swobodnego niezbędne są cztery układy odniesienia [2, 5, 6, 13, 16]

- układ  $O x y$  z sztywno związany z poruszającym się zasobnikiem,
- układ prędkościowy  $O x_a y_a z_a$  związany z kierunkiem przepływu ośrodka,
- układ grawitacyjny  $O x_g y_g z_g$  związany z poruszającym się obiektem, równoległy do układu  $O x_1 y_1 z_1$ ,
- nieruchomy układ grawitacyjny  $O x_1 y_1 z_1$  związany z Ziemią (rys. 1).

Ruch obiektu został opisany w centralnym układzie współrzędnych  $O x y z$  sztywno związanym z obiektem. Chwilowe położenie zasobnika lotniczego określone przez poło-



Rys. 1. Przyjęte układy odniesienia

żenie środka masy obiektu  $\bar{r}_1(x_1, y_1, z_1)$  mierzone względem nieruchomego układu współrzędnych  $O x_1 y_1 z_1$  oraz kątów obrotu  $\Phi, \Theta, \psi$  [5, 13, 23].

Składowe wektorów chwilowych prędkości liniowej i kątowej oraz wektory sił zewnętrznych i momentów sił zewnętrznych w przyjętym układzie podano w [5, 13, 15, 18, 23].

Równania ruchu obiektu otrzymano z równań Boltzmann-Hamela [8, 13, 14, 15]:

$$(1) \quad \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial T^*}{\partial \omega_\mu} \right) - \frac{\partial T^*}{\partial \pi_\mu} + \sum_{r=1}^k \sum_{\alpha=1}^k \gamma_{\alpha\mu}^r \frac{\partial T^*}{\partial \omega_r} \omega_\alpha = Q_\mu^*,$$

gdzie:  $\mu = 1, 2, \dots, k$  — ilość stopni swobody,

$\omega_\mu$  — quasi-prędkości,

$T_\mu$  — quasi-współrzędne,

$T^*$  — energia kinetycznych w quasi-prędkościach,

$Q_\mu^*$  — siły uogólnione,

$\gamma_{\mu\alpha}^r$  — trójwskaźnikowe mnożniki Boltzmann, w postaci:

$$\gamma_{\alpha\mu}^r = \sum_{\sigma=1}^k \sum_{\lambda=1}^k \left( \frac{\partial a_{r\sigma}}{\partial q_\lambda} - \frac{\partial a_{r\lambda}}{\partial q_\sigma} \right) b_{\sigma\mu} b_{\lambda\alpha}.$$

Obliczone na podstawie definicji niezerowe symbole Boltzmann wynoszą:

$$(2) \quad \begin{aligned} \gamma_{35}^1 &= \gamma_{62}^1 = \gamma_{16}^2 = \gamma_{43}^2 = \gamma_{24}^3 = \gamma_{51}^3 = \gamma_{65}^4 = \gamma_{46}^5 = \gamma_{54}^6 = 1 \\ \gamma_{26}^1 &= \gamma_{53}^1 = \gamma_{34}^2 = \gamma_{61}^2 = \gamma_{51}^3 = \gamma_{42}^3 = \gamma_{56}^4 = \gamma_{64}^5 = \gamma_{45}^6 = -1 \end{aligned}$$

Równania ruchu dla przyjętego modelu mają następującą postać:

$$(3) \quad \begin{aligned} \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial T^*}{\partial U} \right) + \frac{\partial T^*}{\partial W} Q - \frac{\partial T^*}{\partial V} R &= Q_U^*, \\ \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial T^*}{\partial V} \right) + \frac{\partial T^*}{\partial U} R &= Q_V^*, \\ \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial T^*}{\partial W} \right) - \frac{\partial T^*}{\partial U} Q &= Q_W^*, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (3) \quad & \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial T^*}{\partial Q} \right) + \frac{\partial T^*}{\partial U} W - \frac{\partial T^*}{\partial W} U = Q_Q^*, \\
 [cd.] \quad & \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial T^*}{\partial R} \right) - \frac{\partial T^*}{\partial U} V + \frac{\partial T^*}{\partial V} U = Q_R^*, \\
 & \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial T^*}{\partial \dot{\alpha}_s} \right) - \frac{\partial T^*}{\partial \alpha_s} = Q_{\alpha_s}^*, \\
 & \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial T^*}{\partial \dot{\gamma}_s} \right) - \frac{\partial T^*}{\partial \gamma_s} = Q_{\gamma_s}^*.
 \end{aligned}$$

Prawe strony równań ruchu obiektu stanowią siły uogólnione  $Q_i^*$ . Siły uogólnione pochodzą od sił aerodynamicznych i masowych (grawitacyjnych) [5, 6, 10, 13, 16, 17, 18, 19, 23].

Siły i momenty aerodynamiczne pomierzone w układzie prędkościowym  $O x_a y_a z_a$  transformowane są do układu związanego  $O x y z$  i mają następującą postać:

siły od zasobnika

$$\begin{aligned}
 X_B &= \frac{1}{2} \rho S V_c^2 [-C_{x_B}(\alpha, \gamma) \cos \alpha \cos \gamma + C_{y_B}(\gamma) \sin \gamma \cos \alpha + C_{z_B}(\alpha) \sin \alpha], \\
 (4) \quad Y_B &= \frac{1}{2} \rho S V_c^2 [-C_{x_B}(\alpha, \gamma) \sin \gamma - C_{y_B}(\gamma) \cos \gamma], \\
 Z_B &= \frac{1}{2} \rho S V_c^2 [-C_{x_B}(\alpha, \gamma) \cos \gamma \sin \alpha + C_{y_B}(\gamma) \sin \gamma \sin \alpha - C_{z_B}(\alpha) \cos \alpha],
 \end{aligned}$$

siły od hamulca aerodynamicznego

$$\begin{aligned}
 X_H &= \frac{1}{2} \rho S V_c^2 [-C_{x_H}(\alpha_v, \gamma_v) \cos \alpha \cos \gamma + C_{y_H}(\gamma_v) \sin \gamma \cos \alpha + C_{z_H}(\alpha_v) \sin \alpha], \\
 (5) \quad Y_H &= \frac{1}{2} \rho S V_c^2 [-C_{x_H}(\alpha_v, \gamma_v) \sin \gamma - C_{y_H}(\gamma_v) \cos \gamma], \\
 Z_H &= \frac{1}{2} \rho S V_c^2 [-C_{x_H}(\alpha_v, \gamma_v) \cos \gamma \sin \alpha + C_{y_H}(\gamma_v) \sin \gamma \sin \alpha - C_{z_H}(\alpha_v) \cos \alpha],
 \end{aligned}$$

momenty od zasobnika

$$\begin{aligned}
 (6) \quad M_B &= \frac{1}{2} \rho S L_H V_c^2 C_{m_B}(\alpha) \cos \gamma, \\
 N_B &= \frac{1}{2} \rho S L_H V_c^2 [-C_{m_B}(\alpha) \sin \gamma \sin \alpha + C_{n_B}(\gamma_v) \cos \alpha],
 \end{aligned}$$

momenty od hamulca aero

$$\begin{aligned}
 (7) \quad M_H &= \frac{1}{2} \rho S L_H V_c^2 C_{m_H}(\alpha_v) \cos \gamma, \\
 N_H &= \frac{1}{2} \rho S L_H V_c^2 [-C_{m_H}(\alpha_v) \sin \gamma \sin \alpha + C_{n_H}(\gamma_v) \cos \alpha].
 \end{aligned}$$

Momenty powstałe na skutek oddziaływania hamulca aero na zasobnik:

$$(8) \quad \begin{aligned} M_{HB} &= (Z_H + Z_B)l_s, \\ N_{HB} &= -(Y_H + Y_B)l_s. \end{aligned}$$

Momenty powstałe na skutek oddziaływania zasobnika na hamulce aero:

$$(9) \quad \begin{aligned} M_{BH} &= -(Z_B + Z_H)l_H + (X_H - X_B)l_H \sin \alpha_s, \\ N_{BH} &= (Y_B + Y_H)l_H - (X_H - X_B)l_H \sin \gamma_s, \end{aligned}$$

przy czym

$$\alpha_V = \alpha + \alpha_s,$$

$$\gamma_V = \gamma + \gamma_s.$$

Pochodne aerodynamiczne zasobnika lotniczego wyznaczono z następujących zależności:

$$(10) \quad \begin{aligned} X_Q &= \frac{1}{2} \rho \frac{S}{S_b} \frac{V_c^2}{U} \frac{\partial C_{x_B}}{\partial \alpha} \int_{x_2}^{x_1} C_B(x) x dx, \\ X_R &= \frac{1}{2} \rho \frac{S}{S_b} \frac{V_c^2}{U} \frac{\partial C_{x_B}}{\partial \gamma} \int_{x_2}^{x_1} C_B(x) x dx, \\ Y_R &= -\frac{1}{2} \rho \frac{S}{S_b} \frac{V_c^2}{U} \frac{\partial C_{y_B}}{\partial \gamma} \int_{x_2}^{x_1} C_B(x) x dx, \\ Z_Q &= \frac{1}{2} \rho \frac{S}{S_b} \frac{V_c^2}{U} \frac{\partial C_{z_B}}{\partial \alpha} \int_{x_2}^{x_1} C_B(x) x dx, \\ M_Q &= -\frac{1}{2} \rho \frac{S}{S_b} L_H \frac{V_c^2}{U} \frac{\partial C_{m_B}}{\partial \alpha} \int_{x_2}^{x_1} C_B(x) x dx, \\ N_R &= \frac{1}{2} \rho \frac{S}{S_b} L_H \frac{V_c^2}{U} \frac{\partial C_{n_B}}{\partial \gamma} \int_{x_2}^{x_1} C_B(x) x dx. \end{aligned}$$

Pochodne aerodynamiczne ( $X_{QH}$ ,  $X_{RH}$ ,  $Y_{RH}$ ,  $Z_{QH}$ ,  $M_{QH}$ ,  $N_{RH}$ ) hamulca aerodynamicznego wyznaczono z podobnych zależności [5, 6, 16, 18, 23].

Po wyznaczeniu pochodnych energii kinetycznej całego obiektu, tj. zasobnika lotniczego i hamulca aero i sił uogólnionych, stanowiących prawe strony równań, równania ruchu dla przyjętego modelu przedstawiają się następująco:

— równanie sił na kierunku  $Ox$

$$(11) \quad \begin{aligned} \dot{U}m_c + \dot{Q}S_{x_2} - \dot{R}S_{y_2} + \ddot{\alpha}_s S_{l_H} \sin \alpha_s \cos \gamma_s + \ddot{\gamma}_s S_{l_H} \cos \alpha_s \sin \gamma_s = \\ = -WQm_c + VRm_c + \dot{\gamma}_c R S_{l_H} \cos \gamma_s - \dot{\alpha}_s Q S_{l_H} \cos \alpha_s + \\ + 2\dot{\alpha}_s \dot{\gamma}_s S_{l_H} \sin \alpha_s \sin \gamma_s - (\ddot{\alpha}_s^2 + \ddot{\gamma}_s^2) S_{l_H} \cos \alpha_s \cos \gamma_s + \\ + R^2 S_{x_2} + (Q + \dot{\alpha}_s) X_{qH} + (R + \dot{\gamma}_s) X_{rH} + QX_q + RX_r - m_c g \sin \Theta + X_H + X_B, \end{aligned}$$

równanie sił na kierunku  $Oy$

$$(12) \quad \dot{V}m_c + \dot{R}S_{x_2} + \ddot{\gamma}_s S_{I_H} \cos \gamma_s = -URm_c - QRS_{z_2} + \\ + R^2 S_{y_2} - \dot{\alpha}_s R S_{I_H} \sin \alpha_s \cos \gamma_s - \dot{\gamma}_s R S_{I_H} \cos \alpha_s \sin \gamma_s + \\ + \dot{\gamma}_s^2 S_{I_H} \sin \gamma_s + (R + \dot{\gamma}_s) Y_{r_H} + RY_r + Y_B + Y_H,$$

równanie sił na kierunku  $Oz$

$$(13) \quad \dot{W}m_c - \dot{Q}S_{x_2} + \ddot{\alpha}_s S_{I_H} \cos \alpha_s = UQm_c - QRS_{y_2} + \dot{\alpha}_s Q S_{I_H} \sin \alpha_s \cos \gamma_s + \\ + \dot{\gamma}_s Q S_{I_H} \cos \alpha_s \sin \gamma_s + \dot{\alpha}_s^2 S_{I_H} \sin \alpha_s + Q^2 S_{z_2} + (Q + \dot{\alpha}_s) Z_{q_H} + QZ_q + m_c g \cos \Theta + Z_B + Z_H,$$

równanie momentów pochylających zasobnika

$$(14) \quad \dot{U}S_{z_2} - \dot{W}S_{x_2} + \dot{Q}(I_{y_1} + I_{y_2}) - \dot{R}I_{y_2} + \ddot{\alpha}_s (I_{I_H z} \sin \alpha_s \cos \gamma_s + I_{I_H} \cos \alpha_s) + \\ + \ddot{\gamma}_s I_{I_H z} \cos \alpha_s \sin \gamma_s = -(\dot{\alpha}_s^2 + \dot{\gamma}_s^2) I_{I_H z} \cos \alpha_s \cos \gamma_s + 2\dot{\alpha}_s \dot{\gamma}_s I_{I_H z} \sin \alpha_s \sin \gamma_s - \\ - \dot{\alpha}_s^2 I_{I_H x} \sin \alpha_s - QWS_{z_2} + RWS_{y_2} + QUS_{x_2} + U\dot{\alpha}_s^2 S_{I_H} \cos \alpha_s - W\dot{\alpha}_s S_{I_H} \sin \alpha_s \cos \gamma_s + \\ - W\dot{\gamma}_s S_{I_H} \cos \alpha_s \sin \gamma_s + QM_q + M_B + M_{H_B} + gS_{I_H} \cos \alpha_s \cos \Theta,$$

równanie momentów odchylających zasobnika

$$(15) \quad -\dot{U}S_{y_2} + \dot{V}S_{x_2} - \dot{Q}I_{y_2} + \dot{R}(I_{z_1} + I_{z_2}) - \ddot{\alpha}_s I_{I_H y} \sin \alpha_s \cos \gamma_s + \\ + \ddot{\gamma}_s (I_{I_H x} \cos \gamma_s - I_{I_H y} \cos \alpha_s \sin \gamma_s) = (\dot{\alpha}_s^2 + \dot{\gamma}_s^2) I_{I_H y} \cos \alpha_s \cos \gamma_s + \\ - 2\dot{\alpha}_s \dot{\gamma}_s I_{I_H y} \sin \alpha_s \sin \gamma_s + \dot{\gamma}_s^2 I_{I_H x} \sin \gamma_s + QVS_{z_2} - RVS_{y_2} - RUS_{x_2} + \\ - U\dot{\gamma}_s S_{I_H} \cos \gamma_s + V\dot{\alpha}_s S_{I_H} \sin \alpha_s \cos \gamma_s + V\dot{\gamma}_s S_{I_H} \cos \alpha_s \sin \gamma_s + RN_r + N_B + N_{H_B},$$

równanie momentów pochylających hamulca aero

$$(16) \quad \dot{U}S_{I_H} \sin \alpha_s \cos \gamma_s + \dot{W}S_{I_H} \cos \gamma_s + \dot{Q}(I_{I_H z} \sin \alpha_s \cos \gamma_s - I_{I_H} \cos \alpha_s) + \\ - \dot{R}I_{I_H y} \sin \alpha_s \cos \gamma_s + \ddot{\alpha}_s I_{I_H} (\sin^2 \alpha_s \cos^2 \gamma_s + \cos^2 \gamma_s) + \ddot{\gamma}_s \frac{I_{I_H}}{4} \sin 2\alpha_s \sin 2\gamma_s = \\ = \dot{\alpha}_s \dot{\gamma}_s I_{I_H} \sin^2 \alpha_s \sin 2\gamma_s - \dot{\alpha}_s^2 I_{I_H} \left( \sin 2\alpha_s \cos^2 \gamma_s - \sin 2\alpha_s + \right. \\ \left. - \frac{1}{2} \sin 2\alpha_s \cos^2 \gamma_s \right) - \dot{\gamma}_s^2 I_{I_H} \left( \frac{1}{2} \sin 2\alpha_s \cos 2\gamma_s - \frac{1}{2} \sin 2\alpha_s \sin^2 \gamma_s \right) + \\ + (Q + \dot{\alpha}_s) M_{q_H} + M_H + M_{B_H} - gS_{I_H} (\Theta \sin \alpha_s \cos \Theta + \alpha_s \cos \alpha_s \cos \Theta),$$

równanie momentów odchylających hamulca aero

$$(17) \quad \dot{U}S_{I_H} \cos \alpha_s \sin \gamma_s + \dot{V}S_{I_H} \cos \gamma_s + \dot{Q}I_{I_H z} \cos \alpha_s \sin \gamma_s + \\ + \dot{R}(I_{I_H x} \cos \gamma_s - I_{I_H y} \cos \alpha_s \sin \gamma_s) + \ddot{\alpha}_s I_{I_H} \frac{1}{4} \sin 2\alpha_s \sin 2\gamma_s + \\ + \ddot{\gamma}_s I_{I_H} (\cos^2 \alpha_s \sin^2 \gamma_s + \cos^2 \gamma_s) = \dot{\alpha}_s \dot{\gamma}_s I_{I_H} \sin 2\alpha_s \sin^2 \gamma_s - \frac{1}{2} \dot{\alpha}_s^2 (\cos 2\alpha_s \sin 2\gamma_s) + \\ + \sin 2\gamma_s \sin^2 \alpha_s) I_{I_H} + \dot{\gamma}_s^2 (\sin 2\gamma_s + \sin 2\gamma_s \cos^2 \alpha_s) I_{I_H} + (R + \dot{\gamma}_s) N_{r_H} + N_H + N_{B_H}.$$

Celem uzyskania pełnego układu równań uzupełniono powyższy układ następującymi równaniami.

Związki między prędkościami uogólnionymi  $\dot{\Theta}$ ,  $\dot{\Psi}$  a prędkościami kątowymi  $\dot{Q}$ ,  $\dot{R}$ :

$$(18) \quad \begin{aligned} \dot{\Theta} &= Q, \\ \dot{\Psi} &= \frac{R}{\cos \Theta}, \end{aligned}$$

Związki kinematyczne

$$(19) \quad \begin{aligned} \frac{dx_1}{dt} &= U \cos \Theta \cos \Psi - V \sin \Psi + W \sin \Theta \cos \Psi, \\ \frac{dy_1}{dt} &= U \cos \Theta \sin \Psi + V \cos \Psi + W \sin \Theta \sin \Psi, \\ \frac{dz_1}{dt} &= -U \sin \Theta + W \cos \Theta. \end{aligned}$$

Kąt natarcia i ślizgu

$$(20) \quad \begin{aligned} \alpha &= \arcsin \frac{W}{\sqrt{U^2 + W^2}}, \\ \gamma &= \arcsin \frac{V}{V_c}. \end{aligned}$$

Prędkość całkowita

$$(21) \quad V_c = \sqrt{U^2 + V^2 + W^2}.$$

### 3. Przykład liczbowy i wnioski

Rozwiązanie równań (11÷21) wykonano na maszynie cyfrowej ODRA, wykorzystując zmodyfikowaną metodę Mersona [12]. Rozpatrzono przypadek zrzutu układu z wysokości  $z_1 = 150$  m z początkową prędkością  $V_c = 125; 175; 225$  i  $275$  m/s. Wymienione wartości początkowe pozwalają na przeprowadzenie analizy parametrów torów lotu dla najważniejszych przypadków.

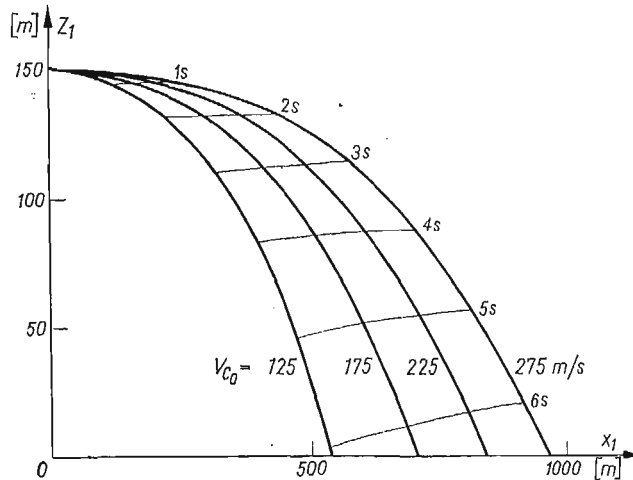
Charakterystyczne wyniki analizy numerycznej badanego modelu przedstawiono na rysunkach 2 - 16 w formie wykresów.

Z analizy uzyskanych rezultatów obliczeń numerycznych wynika, że profil toru lotu zasobnika (rys. 2) w istotny sposób zależy od parametrów lotu nosiciela oraz efektywności hamowania hamulca aerodynamicznego.

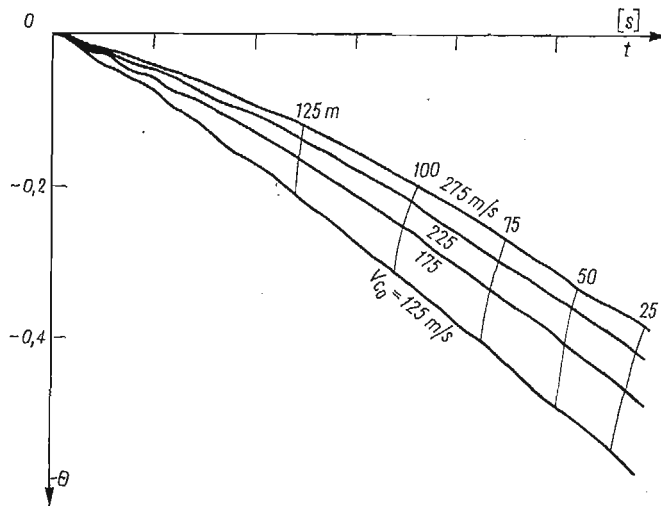
Zwiększenie prędkości zrzutu obiektu  $V_{co}$  powoduje:

- zwiększenie zasięgu ( $x_1$ ), ale jego przyrost jest coraz mniejszy (rys. 2),
- zmniejszenie kąta upadku (pochylenia toru)  $\Theta_k$  (rys. 3),
- większe wyhamowanie prędkości całkowitej (rys. 4).

Obiekty zrzucane z różną prędkością  $V_{co}$  w innych odstępach czasu osiągają podłoże (rys. 2).



Rys. 2. Tory lotu zasobnika z hamulcem aero dla różnych prędkości zrzutu

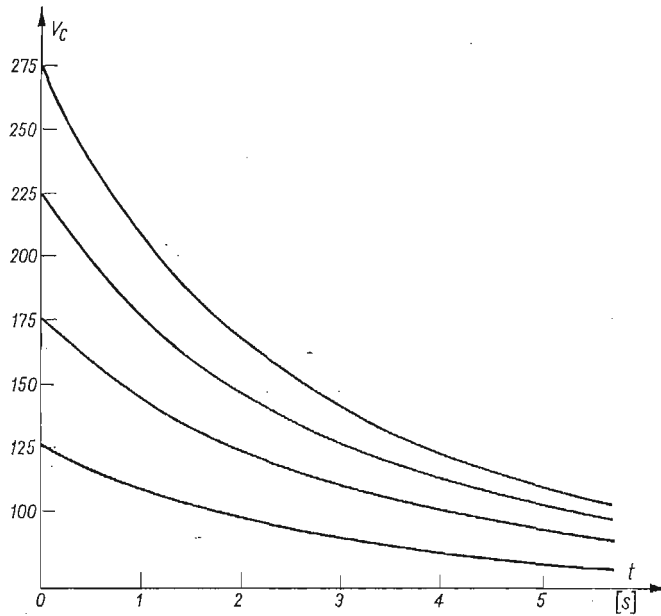
Rys. 3. Zmiany kąta pochylenia obiektu  $\theta$  dla różnych prędkości zrzutu.

Zasobnik i hamulce aero w czasie lotu wykonują ruch obrotowy (rys. 15 i 16), którego charakter w dużym stopniu uzależniony jest od prędkości zrzutu.

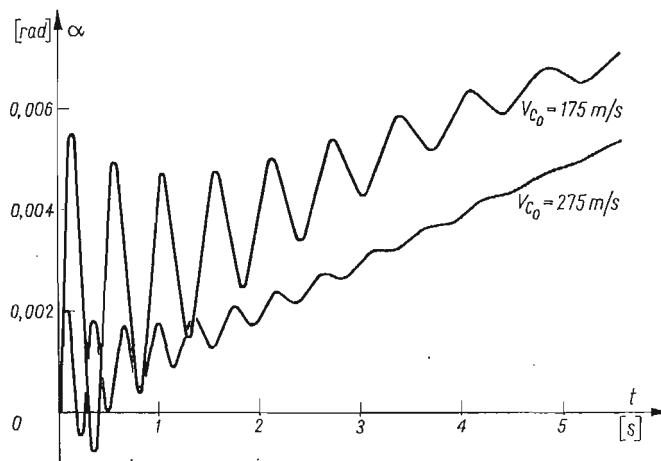
W czasie lotu zasobnika z „wolno puszczonego” hamulcem aero zauważa się silne tłumienie wahań kątów natarcia  $\alpha$  i ślizgu  $\gamma$  (rys. 5 i 10) oraz kątów  $\alpha_s$  i  $\gamma_s$  (rys. 6 i 11).

Charakter zmian prędkości poprzecznej  $W$  (rys. 8) i bocznej  $V$  (rys. 13) jest bardzo podobny do zmian kąta natarcia  $\alpha$  (rys. 5) i ślizgu  $\gamma$  (rys. 10), ponieważ te wielkości są ściśle zależne od siebie.

Na rys. 9 i 14 przedstawiono zmianę prędkości kątowej pochylenia  $Q$  i odchylenia  $R$  w czasie lotu zasobnika. Oscylacja  $R = R(t)$  zanikają po czasie około  $1,5 \div 2$  s, natomiast

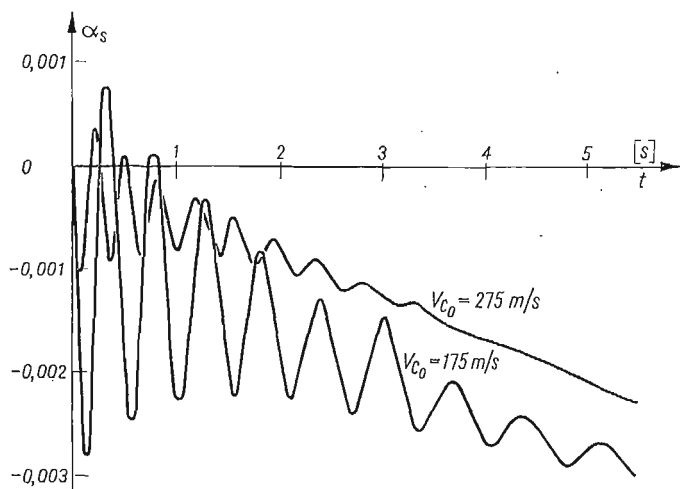


Rys. 4. Zmiany prędkości całkowitej  $V_c$  zasobnika dla różnych prędkości zrzutu  $V_0$ .

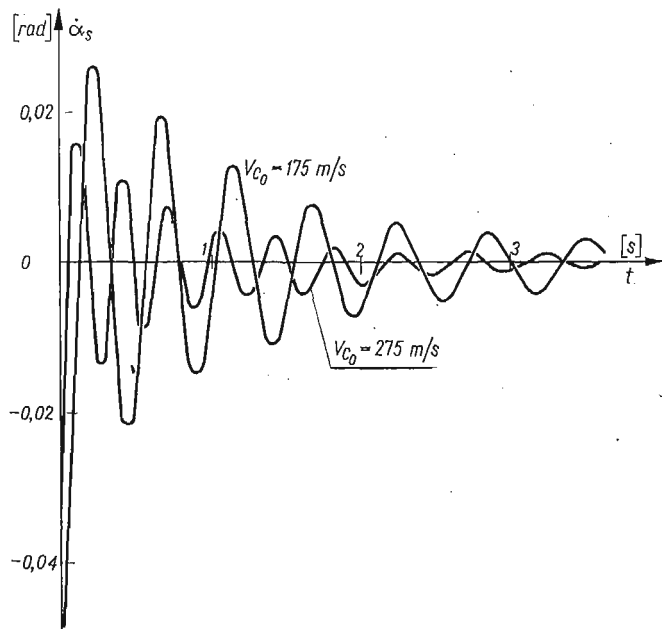


Rys. 5. Zmiany kąta natarcia  $\alpha$  zasobnika

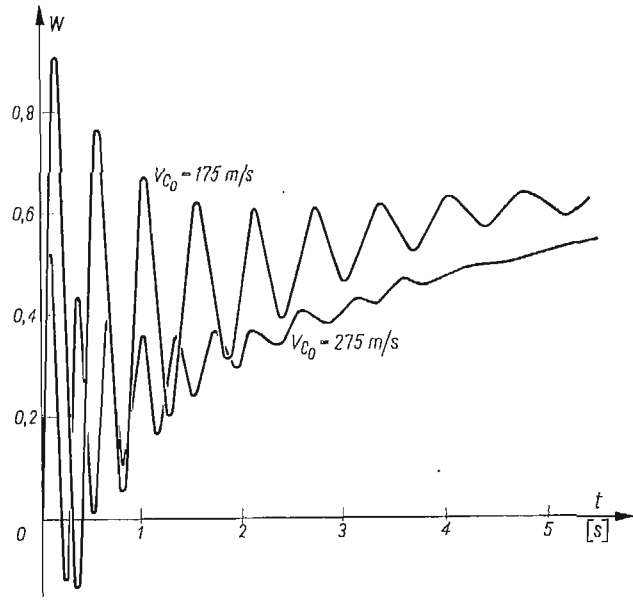




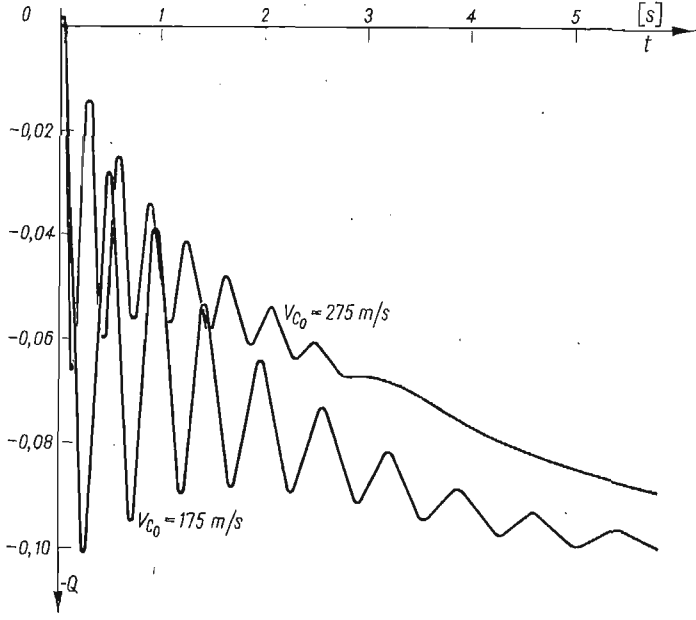
Rys. 6. Zmiany kąta pochylenia hamulca aero  $\alpha_s$  względem zasobnika



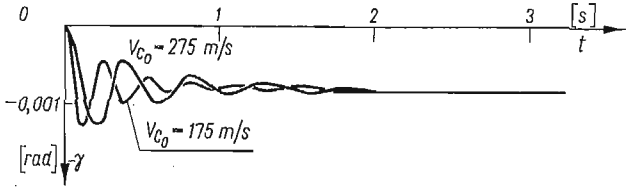
Rys. 7. Oscylacje prędkości kątowej pochylenia hamulca aero  $\dot{\alpha}_s$ .



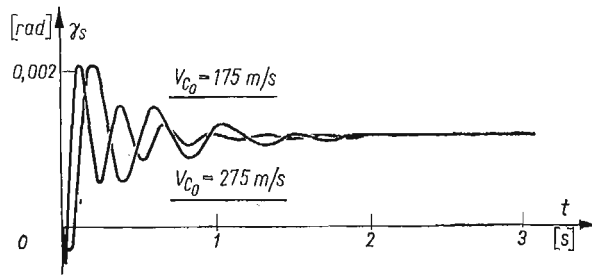
Rys. 8. Oscylacja prędkości poprzecznej  $W$  zasobnika



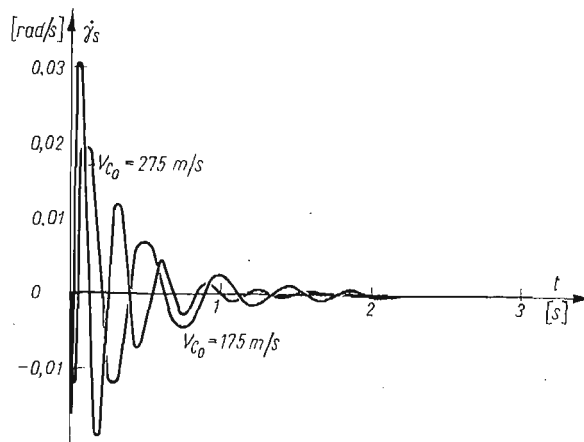
Rys. 9. Oscylacja prędkości kątowej pochylenia  $Q$  zasobnika



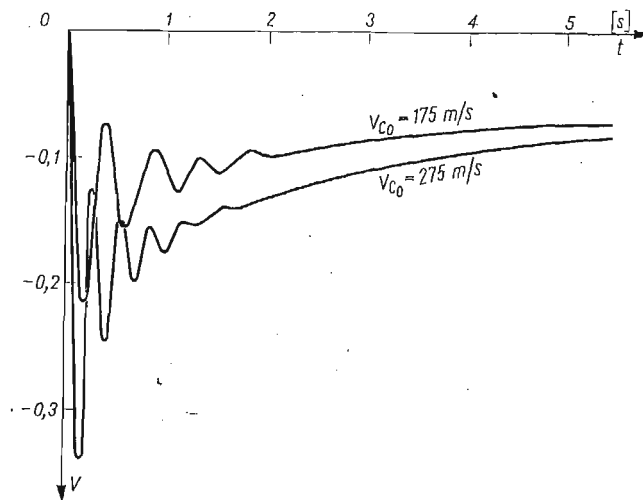
Rys. 10. Zmiany kąta ślizgu  $\gamma$  zasobnika



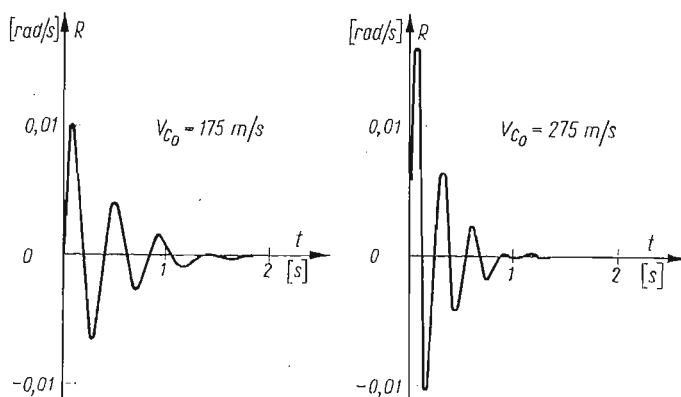
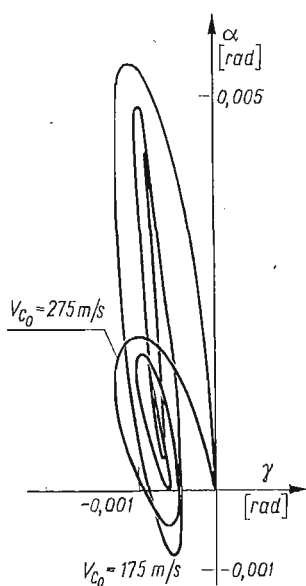
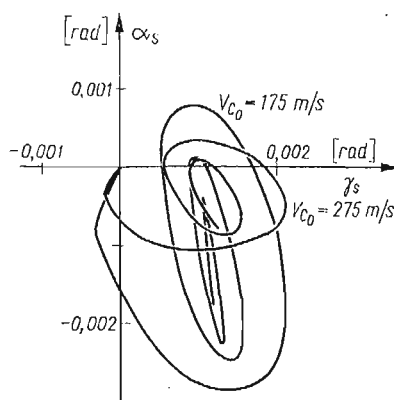
Rys. 11. Zmiany kąta odchylenia hamulca aero  $\gamma_s$  względem zasobnika



Rys. 12. Oscylacja prędkości kątowej odchylenia hamulca aero  $\dot{\gamma}_s$ .



Rys. 13. Oscylacje prędkości bocznej  $V$  zasobnika

Rys. 14. Oscylacja prędkości kątowej odchylenia  $R$  zasobnikaRys. 15. Przebieg zmian kąta natarcia  $\alpha$  w funkcji kąta ślizgu  $\gamma$  zasobnikaRys. 16. Przebieg zmian kąta pochylenia  $\alpha_s$  w funkcji kąta odchylenia  $\gamma_s$  hamulca aero

$Q = Q(t)$  trwają o wiele dłużej i ich średnia wartość stale rośnie. Spowodowane to jest działaniem w płaszczyźnie rzutu siły ciężkości.

Prędkości kątowe pochylenia  $\dot{\alpha}_s$  i odchylenia  $\dot{\gamma}_s$  hamulca aero względem zasobnika pokazano na rys. 7 i 12. Średnie ich wartości oscylują w pobliżu zera. Prędkość kątowa  $\dot{\gamma}_s$  po czasie około 2 s zostaje całkowicie wytłumiona.

Hamulec aerodynamiczny wykorzystywany do wyhamowania prędkości ruchu obiektu charakteryzuje się cechami, które szczególnie predystynują go do zastosowania w proponowanym układzie, a mianowicie:

prędkość końcowa w małym stopniu zależy od prędkości zrzutu (rys. 4),

mimo gwałtownego spadku prędkości  $V_c$  zasobnik wraz z hamulcem dobrze stabilizują się.

## 4. Uwagi końcowe

Rezultaty analizy dynamiki lotu zasobnika lotniczego z połączonym przegubowo hamulcem aerodynamicznym, przedstawione w niniejszej pracy wskazują, że istniejące sprzężenie między parametrami ruchów symetrycznych i antysymetrycznych ma istotny wpływ na dynamikę układu.

Powyższa analiza pozwoliła ustalić podstawowe charakterystyki i zależności w przypadku zrzutu takich układów z samolotu.

## Ważniejsze oznaczenia

- $I_{y_1}, I_{z_1}, I_{y_2}, I_{z_2}$  — osiowe momenty bezwładności zasobnika i hamulca aero,  
 $I_{I_H}, I_{I_{H_x}}, I_{I_{H_y}}, I_{I_{H_z}}, I_{x_{y_2}}, I_{y_{z_2}}, I_{z_{x_2}}$  — momenty dewiacyjne hamulca aero,  
 $m_c$  — masa całkowita zasobnika i hamulca,  
 $M_B, M_H, N_B, N_H$  — aerodynamiczne momenty pochylające i odchylające zasobnika i hamulca,  
 $M_Q, M_{Q_H}, N_R, N_{R_H}$  — pochodne aerodynamiczne momentu pochylającego i odchylającego względem zmian prędkości kątowych zasobnika i hamulca,  
 $Q$  — prędkość kątowa pochylania zasobnika,  
 $R$  — prędkość kątowa odchylania zasobnika,  
 $S_{I_H}, S_{x_2}, S_{y_2}, S_{z_2}$  — momenty statyczne hamulca,  
 $U, V, W$  — prędkość środka masy zasobnika w układzie sztywno związanym z zasobnikiem,  
 $X_B, X_H$  — opór zasobnika i hamulca,  
 $X_Q, X_{Q_H}, X_R, X_{R_H}$  — pochodne aerodynamiczne oporu względem prędkości kątowych zasobnika i hamulca,  
 $Y_B, Y_H, Z_B, Z_H$  — aerodynamiczne siły boczne i nośne zasobnika i hamulca,  
 $Y_R, Y_{R_H}, Z_Q, Z_{Q_H}$  — pochodne aerodynamiczne siły bocznej i nośnej zasobnika i hamulca względem zmian prędkości kątowych  $Q$  i  $R$ ,  
 $\alpha$  — kąt natarcia zasobnika,  
 $\alpha_s$  — kąt wychylenia hamulca względem zasobnika,  
 $\gamma$  — kąt ślizgu zasobnika,  
 $\gamma_s$  — kąt odchylenia hamulca względem zasobnika.

## Literatura cytowana w tekście

1. W. ALBRING, *Angewandte Stromungslehre*, Dresden und Leipzig 1961.
2. Z. DŻYGADŁO, A. KRZYŻANOWSKI, E. PIOTROWSKI, *Dynamika lotu osiowosymetrycznego ciała ze sztywnym urządzeniem hamującym*, Biuletyn WAT, 257, Warszawa 1974.
3. R. H. CANON jr. *Dynamika układów fizycznych*, WNT, Warszawa 1973.
4. S. DUBIEL, *Więzy uogólnione i ich zastosowanie do badania sterowalności obiektów latających*, Dodatek do Biuletynu WAT, 256, Warszawa 1973.
5. B. ETKIN, *Dynamics of Atmospheric Flight*, John Wiley, New York 1972.
6. W. FISZDON, *Mechanika lotu*, cz. I i II, PWN, Łódź—Warszawa 1961.
7. R. GUTOWSKI, *Równania różniczkowe zwyczajne*, WNT, Warszawa 1971.
8. R. GUTOWSKI, *Mechanika analityczna*, PWN, Warszawa 1971.
9. R. GUTOWSKI, *Podstawy mechaniki analitycznej*, Materiały pomocnicze do wykładów, Politechnika Warszawska, Warszawa 1976.

10. S. F. HOERNER, *Aerodynamics Drag*, Ohio 1951.
11. J. KLIMKOWSKI, W. ŁUCJANEK, *Teoretyczna analiza bocznej stateczności dynamicznej miękkołata*, Archiwum Budowy Maszyn, Zeszyt 1, Warszawa 1977.
12. A. KRUTKOW, A. KRUTKOW, *Dynamika lotu zasobnika lotniczego zrzuconego z samolotu*, Program KAMI, ITWL, Warszawa 1978.
13. J. MARYNIAK, *Dynamiczna teoria obiektów ruchomych*, Prace naukowe — Mechanika Nr 32, Politechnika Warszawska, Warszawa 1975.
14. J. MARYNIAK, Z. GORAJ, *Wpływ sztywności i tłumienia w układzie sterowania sterem wysokości na stateczność podłużną samolotu i oscylacje steru*, Mechanika Teoretyczna i Stosowana, Zeszyt 2, PWN, Warszawa 1975.
15. J. MARYNIAK, M. ZŁOCKA, *Stateczność boczna samolotu i drgania lotek z uwzględnieniem odkształcalności giętej skrzydeł i sprężystości układu sterowania*, Mechanika Teoretyczna i Stosowana, Zeszyt 1, PWN, Warszawa 1975.
16. J. MARYNIAK, K. MICHAŁEWICZ, F. MISIAK, Z. WINCZURA, *Obliczenia teoretyczne własności dynamicznych bomb lotniczych*, Informator ITWL, Nr 49, Warszawa 1975.
17. J. MARYNIAK, K. MICHAŁEWICZ, J. OSTROWSKI, Z. WINCZURA, *Zagadnienia aerodynamiki bomb lotniczych w zakresie prędkości poddźwiękowych*, Informator ITWL, Nr 52, Warszawa 1977.
18. J. MARYNIAK, K. MICHAŁEWICZ, Z. WINCZURA, *Wpływ spadochronu na ruch zasobnika osiowosymetrycznego zrzuconego z samolotu*, Mechanika Teoretyczna i Stosowana, Zeszyt 1, Warszawa 1978.
19. J. N. NIELSEN, *Missile Aerodynamics*, New York, Toronto, London 1960.
20. T. ZAWADZKI, *Balistyka zewnętrzna raket*, cz. II, WAT, Warszawa 1976.
21. S. ЗИЕМВА, *Analiza drgań*, tom I i II, PWN, Warszawa 1957.

## Резюме

ДИНАМИКА ПОЛЁТА ЛЕТАТЕЛЬНОГО АППАРАТА „СО СВОБОДНО  
ОТПУЩЕННЫМ” АЭРОДИНАМИЧЕСКИМ ТОРМОЗОМ БРОШЕННОГО  
ИЗ САМОЛЁТА

Принимается, что объект является механической неподвижной системой с подвижным (высунанным) аэротормозом. Уравнения движения выведены в квази-координатах, используя уравнение Больцмана-Гамела для механических систем с голономными связями в системе координат связанных с объектом.

## Summary

DYNAMICS OF FLIGHT OF AN EXTERNAL PACK WITH AN AIRBRAKE  
„SET FREE” THROWN OUT OF AN AIRPLANE

The object has been treated as an invariable material system with a movable (deflected) airbrake. The equations of motion have been derived in terms of quasi co-ordinates, using the Boltzmann-Hamel equations for the material systems with holonomic constraints in the system of co-ordinates related to the pack.

INSTYTUT TECHNICZNY WOJSK LOTNICZYCH

*Praca została złożona w Redakcji dnia 21 sierpnia 1978 r.*