MECHANIKA
TEORETYCZNA
I STOSOWANA
2, 16 (1978)

# PARAMETR USZKODZENIA W KONTYNUALNEJ MECHANICE ZNISZCZENIA*)

MARCIN CHRZANOWSKI (KRAKÓW)

## 1. Wstęp

Jednym z dwu podstawowych kryteriów projektowania każdej konstrukcji inżynierskiej jest zapewnienie bezpiecznej jej eksploatacji. Pod tym pojęciem rozumie się zwykle fakt, że konstrukcja nie ulegnie zniszczeniu, jeśli tylko nie zostanie osiągnięta krytyczna wartość $Q_*$ pewnej wielkości $Q$ użytej jako miara okresu eksploatacji konstrukcji. Wybór tej wielkości zależy zarówno od warunków pracy konstrukcji, jak i od własności zastosowanych materiałów. W przypadku, gdy konstrukcja pracuje w zakresie umiarkowanych temperatur, a obciążenie wzrasta monotonicznie, jako wielkość tę można przyjąć naprężenie $\sigma$ (rozumiane na ogół jako pewna kombinacja niezmienników stanu naprężenia) z wartością krytyczną będącą wytrzymałością doraźną $Q_* = \sigma_{ult}$. Dla obciążeń cyklicznych o stałej amplitudzie i przy umiarkowanych temperaturach miarą okresu trwania eksploatacji może być liczba określająca ilość przyłożonych cykli $n$, a odpowiednią wartością krytyczną liczba $N$ cykli do zniszczenia, tzn. $Q_* = N$. Wreszcie, gdy temperatura jest dostatecznie wysoka i do głosu dochodzą reologiczne własności materiału, miarą okresu eksploatacji może być czas $t$ z krytyczną wartością $t_*$ określająca czas do zniszczenia.

Określenie wielkości $Q_*$ dla złożonych historii obciążenia jest niemożliwe bez rozpatrzenia procesów zachodzących w strukturze materiału. Dla materiałów, które w danych warunkach zachowują się jak kruche, procesy te mogą być utożsamione ze zjawiskami nukleacji, wzrostu i propagacji mikroszczelin. Wyróżnić tu należy przy tym dwa etapy. Pierwszy z nich, nazywany często okresem ukrytych uszkodzeń, zaczyna się we wczesnym okresie eksploatacji i trwa do momentu, w którym staje się niestateczny. Jest to zwykle moment, w którym mikroszczeliny zlewają się formując jedną główną szczelinę, która zaczyna się propagować w materiale. W dalszym ciągu będziemy używali indeksu 1 dla oznaczenia tej wartości wielkości $Q$, która odpowiada zakończeniu okresu ukrytego zniszczenia. Tak więc drugi okres zniszczenia zaczyna się w «chwili» $Q_1$ i trwa aż do zniszczenia przy $Q = Q_*$.

Rozróżnienie pomiędzy tymi dwoma etapami procesu zniszczenia jest ważne nie tylko z punktu widzenia jego mechaniki, lecz także z uwagi na aspekty praktyczne. Okres $(0, Q_1)$ jest zwykle bardzo długi w porównaniu z pozostałym okresem $(Q_1, Q_*)$, a ukryte efekty kruchego zniszczenia w tym okresie nie pozwalają na ostrzeżenie o zbliżaniu się niesta-

*) Praca niniejsza wykonana została w ramach Problemu Międzyresortowego I-23, koordynowanego przez Instytut Podstawowych Problemów Techniki Polskiej Akademii Nauk.

tecznego i niszczącego drugiego okresu. Co więcej, analiza konstrukcji pracującej w tym okresie jest znacznie bardziej złożona, w związku z koniecznością rozważenia pola mikroszczelin, w przeciwieństwie do drugiego okresu, gdzie do czynienia mamy z jedną dominującą szczeliną. Z tych powodów w kilku dziedzinach mechaniki stosowanej rozwijane jest w latach ostatnich kontynualne podejście do opisu ukrytego zniszczenia. Ten sposób można za HULTEM [1] nazwać kontynualną mechaniką uszkodzeń, będącą działem kontynualnej mechaniki zniszczenia, dyskutowanej obszernie przez DRUCKERA [2] i NOWOŻYŁOWA [3]. Dotychczasowe prace w tym kierunku głównie dotyczą pełzania metali, lecz ostatnio również i zmęczenia metali, a także pękania skał i materiałów skałopodobnych.

Głównym celem niniejszej pracy jest dokonanie przeglądu obecnego stanu rozwoju tej gałęzi mechaniki zniszczenia i wskazanie kierunków dalszych badań. Kontynualna mechanika uszkodzeń rozwijała się głównie w Europie (Anglia, Francja, Polska, Szwecja, ZSRR), a także w Japonii i dalszy jej rozwój w innych krajach przynieść może znaczny postęp w tej dziedzinie.

Ponieważ rozwój podejścia kontynualnego nie był związany z żadnym typowym obciążeniem (statycznym, dynamicznym) ani też z określoną klasą materiałów (zarówno skały, beton, jak i stal, miedź, stopy aluminium itp.) poniżej przyjęto sposób prezentacji odnoszący się do poziomu, na którym ciało jest rozważane. Wychodząc z mikrostruktury, rozważymy kolejno jednoosiowy i wieloosiowy stan naprężenia, kończąc przegląd na zastosowaniach kontynualnej mechaniki zniszczenia do analizy konstrukcji.

## 2. Parametr uszkodzenia

Występowanie i rozwój porów i mikroszczelin już w bardzo wczesnych okresach eksploatacji konstrukcji w podwyższonych temperaturach stało się podstawą dla KACZANOWA do wprowadzenia parametru strukturalnego w roku 1958 [4]. Zaproponował on określenie uszkodzenia materiału przez skalar $\psi$ nazywany ciągłością materiału. W stanie wyjściowym, gdy brak jest uszkodzeń zakłada się, że $\psi = 1$, a następnie, że $\psi$ maleje wraz z rozwojem uszkodzeń. Dla małych wartości $\psi < \psi_0$ charakter zniszczenia staje się niestateczny, jednak z uwagi na krótkotrwałość tego okresu zniszczenia można przyjąć $\psi_0 = 0$ w chwili $t = t_*$. W roku 1959 RABOTNOW [5] przedstawił podobną ideę używając oznaczenia $\omega = 1-\psi$. Ta sama wielkość, oznaczona $D = \omega$ i nazwana parametrem uszkodzenia została użyta w pracy ODQVISTA i HULTA [6], w której poddano dyskusji zastosowanie tego parametru przy zmiennych obciążeniach. Żadna z powyższych definicji nie odnosiła się jednak w bezpośredni sposób do zmian strukturalnych w materiałach polikrystalicznych.

Uszkodzenie materiału przejawiające się w tworzeniu się mikroszczelin różnego typu było jednak stwierdzone doświadczalnie i dyskutowane jest w licznych monografiach, jak np. GAROFALO [7] i ROZENBERGA [8] dla pełzania, czy też przez KENNEDY'EGO [9] w przypadku pełzania i zmęczenia. Nukleacja jam już we wczesnych etapach pełzania była obserwowana przez GREENWOODA [10], a wzrost szczelin w tych warunkach — przez SIVERNSA i PRICE'A [11], a także przez HARRISONA [12] dla zmęczenia przy małej liczbie cykli. Podobnie wzrost liczby pustek w metalach w procesie pełzania był studiowany przez BALLUFFIEGO i SEIGLE'A [13], a ocenę stopnia uszkodzenia metali na podstawie pomiarów ich gęstości po przerywanych próbach pełzania proponowali SKELTON [14] i SODERBERG [15]. Warte są również zwrócenia uwagi prace SIEGFRIEDA prowadzone w tej dziedzinie od roku 1943 [16] aż po dzień dzisiejszy [17]. Przegląd prac dotyczących powstawania i rozwoju uszkodzeń w metalach przy pełzaniu zawiera specjalna publikacja Amerykańskiego Towarzystwa Badania Materiałów nr 391 [18]. Również i przy zmęczeniu było obserwowane pojawienie się mikrodefektów na wczesnych stadiach tego procesu, a ich wykrycie zależy, zdaniem WEIBULLA [19], jedynie od dokładności użytych metod badawczych.

Definicja parametru uszkodzenia oparta na wynikach badań metalurgicznych została zaproponowana przez WAKULENKĘ i KACZANOWA [21]. Średnia gęstość mikroszczelin została zdefiniowana następująco:

$$\omega_{ij} = \frac{1}{V} \sum_{k=1}^{m} \int_{A_{(k)}} b_i n_j dA_{(k)}, \tag{1}$$

gdzie $V$ jest objętością ciała w stanie wyjściowym, $b_i$ — wektorem rozwarcia mikroszczeliny, $n$ — wektorem normalnym do $A_{(k)}$ — powierzchni nieciągłości spowodowanej jedną z $m$ mikroszczelin. W ten sposób wprowadzono tensor, charakteryzujący uszkodzenie materiału w danym punkcie. Otwarta pozostaje jednak kwestia pomiaru liczby mikroszczelin $m$.

Inny sposób powiązania parametru uszkodzeń ze zmianami mikrostruktury w zależności od przyłożonego naprężenia zaproponował HAYHURST [22]. Badał on próbki o przekroju poprzecznym zmieniającym się liniowo wzdłuż ich osi, poddane stałemu obciążeniu wywołującemu w pewnym momencie zerwanie w najwęższym miejscu. Powiązanie parametru uszkodzenia z działającym naprężeniem, było możliwe przez porównanie ilości mikroszczelin przypadających na jednostkę powierzchni w różnych przekrojach.

Bezpośrednie określenie parametru uszkodzenia napotyka jednak liczne trudności i w chwili obecnej dalekie jest od zadowalającego powiązania z procesami fizycznymi zachodzącymi w materiale. Jest to tym bardziej zrozumiałe, jeśli pamiętać będziemy o losowym rozkładzie mikrodefektów i ich skomplikowanej konfiguracji. Co więcej, wydaje się, że określenie wielkości ciągłej jaką jest parametr uszkodzenia poprzez zjawiska fizyczne o dyskretnym rozkładzie jest możliwe tylko przy zastosowaniu metod statystycznych.

Najprostszą propozycją tego typu było potraktowanie przez ODQVISTA i HULTA [6] parametru uszkodzenia $D$ dla jednoosiowego stanu naprężenia jako wartości średniej na powierzchni przekroju poprzecznego rozciąganej próbki

$$D = \frac{A_0 - A_r}{A_0} = \frac{A_d}{A_0}, \tag{2}$$

gdzie $A_0$ jest wielkością początkową przekroju, $A_d$ — zniszczoną częścią przekroju, $A_r$ — częścią przekroju niosącą obciążenie w chwili $t$. Dzięki tej definicji parametr $D$ został sprowadzony do tej samej klasy wielkości co naprężenie i odkształcenie. Tak więc parametr uszkodzenia może być traktowany jak nowa zmienna stanu [23].

Interpretacja parametru uszkodzenia w ujęciu probabilistycznym stanowi temat szeregu prac MURZEWSKIEGO [24—27]. Zaproponował on wprowadzenie dwu rodzajów parametrów odpowiedzialnych za uplastycznienie i dekohezję materiału odkształcanego w zakresie sprężysto-plastycznym. Podobne podejście zastosował EIMER [28] dla opisu uszkodzeń reologicznych betonu, definiując naprężenie efektywne w jednoosiowym stanie jako

$$s = \frac{\sigma}{1-\delta}, \tag{3}$$

gdzie $\sigma$ jest naprężeniem nominalnym, a $\delta$ — prawdopodobieństwem zniszczenia w danym punkcie. Ponieważ $\sigma = P/A_0$, to

$$s = \frac{P}{A_0(1-\delta)}.$$

Porównanie tego wyniku z otrzymanym na podstawie (2)

$$s = \frac{P}{A_0(1-A/A_0)}$$

wskazuje na możliwość interpretacji parametru uszkodzenia jako prawdopodobieństwa, gdyż

$$\delta = D. \tag{4}$$

Ta interpretacja była podstawą dla CHRZANOWSKIEGO [29], aby powiązać parametr uszkodzenia przy obciążeniu monotonicznie wzrastającym z probabilistyczną teorią zniszczenia WEIBULLA [30]. Zgodnie z rozważaniami w pracy [29] parametr uszkodzenia może być określony

$$D = 1-[1-(\sigma/\sigma_{ult})^{m_0+1}]^{\frac{1}{m_0+1}},$$

podczas gdy prawdopodobieństwo zniszczenia wg WEIBULLA wynosi

$$S = 1-0{,}5^{(\sigma/\sigma_{ult})^n},$$

gdzie $n$ i $m_0$ są stałymi materiałowymi. Porównanie zmiany tych wielkości wraz ze zmianą przykładanego naprężenia $\sigma$ dla różnych wartości $n$ i $m_0$ wskazuje, że

$$D \approx 2S. \tag{5}$$

Tak więc parametrowi uszkodzenia można przypisać interpretację probabilistyczną, a rozkład tego prawdopodobieństwa powiązać ze zjawiskami fizycznymi prowadzącymi do dekohezji.

Podejście stochastyczne i określenie rozkładu prawdopodobieństwa zniszczenia stanowi istotę prac SOBOYEJO [31, 32], który wykorzystał twierdzenia energetyczne dla wyznaczenia funkcji niezawodności przy zniszczeniu w warunkach pełzania. Funkcje te zostały ostatnio użyte przez BOYLE'A [33] przy dyskusji różnych postaci zniszczenia i porównania z wcześniejszymi propozycjami probabilistycznej interpretacji charakterystyk zniszczenia przez BROBERGA [34].

Zupełnie różne podejście do zjawiska rozproszonego uszkodzenia oparte być może o osiągnięcia teorii szczelin. Ten kierunek był raczej związany z badaniem zachowania się jednej dominującej szczeliny w ciałach o różnych własnościach mechanicznych. Zjawiska zachodzące w pobliżu wierzchołka szczeliny, jak np. plastyczne czy lepkie płynięcie, stanowiły główny przedmiot zainteresowania. Takie podejście odpowiada więc drugiemu, niestatecznemu okresowi procesu zniszczenia, który jak to powyżej wskazywano nie ma tak istotnego znaczenia dla praktyki inżynierskiej. Krytycznej ocenie możliwości zastosowania teorii szczelin do zagadnień opóźnionego zniszczenia przy zmęczeniu i pełzaniu poświęcone są liczne prace konferencji w Filadelfii (1973) i Sheffield (1974) [35].

Znacznie bardziej obiecującym podejściem do opisu ukrytego zniszczenia jest rozważanie wielu współoddziaływujących szczelin. Podstawowe prace z tej dziedziny zebrane są w monografii PANASIUKA [36] i rozwijane w pracach SAŁGANIKA [37]. Wydaje się jednak, że w chwili obecnej daleko jest jeszcze do praktycznego wykorzystania mechaniki szczelin do rozwiązywania konkretnych problemów inżynierskich w sytuacjach, gdy decydujący jest ukryty okres zniszczenia.

## 3. Uszkodzenia w jednoosiowym stanie naprężenia

Równanie opisujące kinetykę wzrostu uszkodzeń było zaproponowane po raz pierwszy przez KACZANOWA [4] dla opisu zniszczenia przy pełzaniu. Postuluje on powiązanie prędkości rozwoju uszkodzeń z efektywnym naprężeniem za pomocą związku

$$\frac{d\psi}{dt} = -A\left(\frac{\sigma_{\max}}{\psi}\right)^m, \tag{6}$$

gdzie $A$ i $m$ są stałymi materiałowymi. Scałkowanie tego równania przy stałym naprężeniu rozciągającym $\sigma_0$ z warunkiem początkowym $\psi(0) = 1$ i przy przyjęciu, że zniszczenie nastąpi dla $\psi = 0$ prowadzi do wzoru na czas zniszczenia

$$t_* = \frac{1}{A(m+1)\sigma_0^m}. \tag{7}$$

W układzie $\log\sigma_0 - \log t_*$ wzór ten jest reprezentowany przez linię prostą o nachyleniu $1/m$, przybliżającą dobrze dane doświadczalne dla metali (por. np. [38]). W tym samym układzie linia prosta o nachyleniu $1/n$, gdzie $n$ jest wykładnikiem potęgowym w prawie pełzania $\dot{\varepsilon} = B\sigma^n$, odpowiada zniszczeniu ciągliwemu. Uwzględniając zmniejszenie się przekroju poprzecznego próbki w wyniku jej wydłużenia KACZANOW opisał także zniszczenie mieszane, lepko-kruche. Dla $\sigma_0 > \bar{\sigma}_0$, gdzie

$$\bar{\sigma}_0 = \left(\frac{A}{B}\,\frac{m+1}{n-m}\right)^{\frac{1}{m-n}} \tag{8}$$

decydujące jest zniszczenie ciągliwe, nie związane z procesem rozwoju mikrouszkodzeń. Tak więc równanie (8) określa górny zakres stosowalności teorii KACZANOWA.

Równanie (6) jest ważne tylko dla $\sigma_0 > 0$. Dla naprężeń ściskających KACZANOW [39] proponuje

$$\frac{d\psi}{dt} = 0 \quad \text{dla } \sigma_0 < 0. \tag{9}$$

HULT [40] zaproponował nieco inny «mechanizm drzemiącego uszkodzenia», zgodnie z którym jest

$$1-\psi = \omega = 0 \quad \text{dla } \sigma_0 < 0. \tag{10}$$

Praca SWINDEMANA [41] wskazuje na fizyczną zasadność tej ostatniej koncepcji.

W tym samym okresie co i KACZANOW analogiczną hipotezę postawił RABOTNOW [5] proponując związek

$$\omega^{-\beta}\frac{d\omega}{dt} = A\left(\frac{\sigma_{\max}}{1-\omega}\right)^m, \tag{11}$$

gdzie $\beta$ jest stałą materiałową zależną od hipotetycznego kształtu rozwijających się mikroszczelin $(0 \leqslant \beta \leqslant 1/2)$, a $\omega = 1-\psi$. Dla $\beta = 0$, co odpowiada kołowym mikroszczelinom, (11) staje się identyczne z (6) i obie teorie pokrywają się.

W roku 1960 TAIRA [42] zaproponował uproszczoną wersję wcześniejszych teorii zakładając

$$\frac{d\omega}{dt} = a_c(|\sigma|)^{\alpha_c}, \tag{12}$$

gdzie $a_c$ i $\alpha_c$ są stałymi materiałowymi.

Pewna modyfikacja równania (6) została przedstawiona przez LEMAITRE'A i CHABOCHE'A [45]

$$\frac{d\omega}{dt} = \left(\frac{\sigma}{A}\right)^r (1-\omega)^{-k(\sigma)}, \tag{13}$$

gdzie $A$ i $r$ są stałymi materiałowymi, a $k(\sigma)$ jest funkcją, która musi być określona doświadczalnie.

W oparciu o równanie (6) NAMIESTNIKOW [44] zaproponował opis zniszczenia mieszanego dla pełzania nieustalonego.

Inne podejście do kinetyki uszkodzeń przedstawił LINDBORG [45], który identyfikując prędkość narastania uszkodzeń z prędkością wzrostu mikroszczelin, określił czas do zniszczenia jako

$$t_* \approx \frac{1}{2\dot{n}_1 h}, \tag{14}$$

gdzie $\dot{n}_1$ jest prędkością propagacji szczeliny o długości równej długości krawędzi kryształu, a $h$ jest mnożnikiem wzrostu.

Bardzo ważna sugestia zawarta jest w pracy HULTA i BROBERGA [46], którzy zaproponowali uzupełnienie równania (6) przez człon odpowiedzialny za uszkodzenia niezależne od czasu, podobnie jak to dla odkształceń reologicznych zaproponował ODQVIST [47].

Koncepcję tę rozwinął CHRZANOWSKI w pracy [48] rozdzielając parametr uszkodzenia na trzy składowe

$$\omega = \omega_s + \omega_f + \omega_c, \tag{15}$$

podobnie jak i naprężenie

$$\sigma = \langle\sigma_s\rangle + \langle\sigma_f\rangle + \langle\sigma_c\rangle, \tag{16}$$

gdzie indeksy $s$, $f$, $c$ odnoszą się odpowiednio do procesów: obciążenia statycznego, zmęczenia i pełzania. Trójkątne nawiasy w (16) użyto, aby podkreślić logiczny jedynie charakter sumacji. Dla każdej składowej parametru uszkodzeń prędkością ich wzrostu rządzi oddzielne równanie

$$\frac{d\omega_s}{dt} = A_s\left(\frac{\sigma_s}{1-\omega_s}\right)^{m_s},$$

$$\frac{d\omega_f}{dt} = A_f\left(\frac{\sigma_f}{1-\omega_f}\right)^{m_f} g(\nu),$$

$$\frac{d\omega_c}{dt} = A_c\left(\frac{\sigma_c}{1-\omega_c}\right)^{m_c},$$

gdzie $A$ i $m$ z odpowiednimi indeksami są stałymi materiałowymi, a $g(\nu)$ jest pewną funkcją częstotliwości. Połączenie tych równań zgodnie z (15) i wprowadzenie $\omega$ zamiast poszczególnych składowych $\omega_{s,f,c}$ pozwoliło na wyprowadzenie równania opisującego interakcję efektów zależnych i niezależnych od czasu

$$\frac{d\omega}{dt} = A_s\left(\frac{\sigma_s}{1-\omega}\right)^{m_s}\frac{d\sigma_s}{dt} + A_f\left(\frac{\sigma_f}{1-\omega}\right)^{m_f}\frac{1}{\nu}g(\nu) + A_c\left(\frac{\sigma_c}{1-\omega}\right)^{m_c}. \tag{17}$$

Uproszczona wersja tego równania

$$\frac{d\omega}{dt} = A_0\left(\frac{\sigma}{1-\omega}\right)^{m_0}\frac{d\sigma}{dt} + A\left(\frac{\sigma}{1-\omega}\right)^{m} \tag{18}$$

była użyta przez CHRZANOWSKIEGO [29] dla opisu interakcji pełzania i zmęczenia.

Pewną modyfikację równania (18), bardziej przydatną przy zadanych odkształceniach cyklicznych, zaproponował BROBERG [49]

$$\frac{d\omega}{dt} = A_0\left(\frac{\sigma}{1-\omega}\right)^{m_0}\frac{d}{dt}\left(\frac{\sigma}{1-\omega}\right) + A\left(\frac{\sigma}{1-\omega}\right)^{m}. \tag{19}$$

Równanie to było szczegółowo badane w pracach BOSTRÖMA i in. [50] oraz BROBERGA [51].

Inną tendencją mającą na celu możliwie dokładny opis procesu zniszczenia jest sprzęgnięcie związku fizycznego z procesem uszkodzeń, co było dyskutowane już w oryginalnej pracy KACZANOWA [4]. Sprzężenie z równaniem dla pełzania ustalonego zaproponował RABOTNOW [52] i rozwinął następnie w monografii napisanej wspólnie z MILEJKO [53]. Podstawowy układ równań ma postać:

$$\begin{aligned} \dot{\varepsilon}_c &= B\left(\frac{\sigma}{1-\omega}\right)^{n}, \\ \dot{\omega} &= A\left(\frac{\sigma}{1-\omega}\right)^{m}, \end{aligned} \tag{20}$$

gdzie $\dot{\varepsilon}_c$ jest prędkością odkształceń pełzania.

Koncepcja ta, w połączeniu z ideą «drzemiącego» uszkodzenia była wykorzystana przez HULTA [54] dla opisu progresywnie narastających uszkodzeń przy cyklicznym deformowaniu w warunkach pełzania. Można jednak łatwo zauważyć, że takie sprzężenie nie opisuje pełzania ustalonego, powodując przyspieszenie procesu akumulacji odkształceń już od chwili $t = 0$.

Opis pełnej krzywej zniszczenia zaproponował CHRZANOWSKI [55—57] sprzęgając równanie teorii umocnienia odkształceniowego z procesem wzrostu uszkodzeń:

$$(21)\qquad \begin{aligned} \varepsilon_c^{\alpha}\dot{\varepsilon}_c &= B\left(\frac{\sigma}{1-\omega}\right)^n, \\ \dot{\omega} &= A\left(\frac{\sigma}{1-\omega}\right)^m. \end{aligned}$$

Teorie sprzężone mogą być wyprowadzone w oparciu o teorię RABOTNOWA kinetycznych równań pełzania [58]. Skończona liczba parametrów strukturalnych $q_i$ jest wprowadzona do równania konstutywnego

$$(22)\qquad \dot{\varepsilon}_c = f(\sigma, q_i) \qquad i = 1, 2, 3, \dots, p,$$

gdzie

$$dq_i = q_i d\varepsilon_c + b_i d\sigma + c_i dt$$

i $a_i$, $b_i$, $c_i$ są funkcjami $\varepsilon_c$, $\sigma$, $t$ i $q_i$. Np. dla $p = 2$, zakładając

$$a_1 = 1, \qquad b_1 = c_1 = a_2 = b_2 = 0, \qquad c_2 = g(\sigma, g_2)$$

otrzymuje się układ równań

$$(23)\qquad \begin{aligned} \dot{\varepsilon}_c &= f(\sigma, \omega, \varepsilon_c), \\ \dot{\omega} &= g(\sigma, \omega), \end{aligned}$$

gdzie oznaczono $q_2 = \omega$. Tak więc równania (23) są ogólną postacią równań (21).

Szczególnie ważne z praktycznego punktu widzenia są sytuacje, gdy przyłożone obciążenie (lub przemieszczenia) są niestacjonarne. W tym przypadku szerokie zastosowanie znalazła teoria uszkodzeń, dla której podstawową jest tzw. zasada liniowej sumacji uszkodzeń. Dla zmęczenia zasada ta została sformułowana przez PALMGRENA [59] i uogólniona przez MINERA [60]

$$(24)\qquad \sum_{i=1} \frac{n_i}{N_i} = 1,$$

gdzie $n_i$ oznacza liczbę cykli o amplitudzie naprężeń $\sigma_{ai}$, a $N_i$ — liczbę cykli do zniszczenia przy tym samym naprężeniu. Obszerna dyskusja zasady liniowej kumulacji uszkodzeń przy zmęczeniu jest zawarta w pracy MILLERA [61]. Równolegle idea liniowej kumulacji uszkodzeń była rozwijana przy opisie zniszczenia przy pełzaniu. Doświadczalne podstawy tej teorii dały prace ROBINSONA [62—64]. Szczegółowy przegląd prac na tym polu zawarty jest w artykułach przeglądowych ESZTERGARA i ELLISA [65] i ABO EL ATA i FINNIE [66]. Również MARRIOT i PENNY [67] przedstawili obszerną dyskusję ważności zasady liniowej akumulacji uszkodzeń przy pełzaniu, której zapis ma postać

$$(25)\qquad \sum_{i=1} \frac{t_i}{t_{*i}} = 1,$$

gdzie $t_{*i}$ oznacza czas zniszczenia przy stałym naprężeniu $\sigma_i$.

Założenie liniowej interakcji pełzania i zmęczenia daje

$$\sum_{i=1} \frac{n_i}{N_i} + \sum_{i=1} \frac{t_i}{t_{*i}} = 1. \tag{26}$$

Wzór ten nie jest jednak na ogół potwierdzany przez doświadczenia (por. [65] czy [66]). I tak np. norma amerykańska [68] zaleca modyfikację

$$\sum_{i=1} \frac{n_i}{N_i} + \sum_{i=1} \frac{\beta t_i}{t_{*i}} \leqslant 1, \tag{27}$$

gdzie $\beta$ jest stałą, $\beta < 1$.

ODQVIST i HULT wykazali w pracy [6], że teoria zniszczenia KACZANOWA spełnia zasadę liniowej kumulacji uszkodzeń. Obszerniejsze omówienie pewnych aspektów tego *zagadnienia jest podane w pracy [69] dotyczącej tzw. komutatywności czasu i obciążeń.*

Zagadnienie interakcji pełzania i zmęczenia pozostaje ostatnio w centrum zainteresowania (por. [35]), choć kwestia ta pozostaje ciągle otwarta. Zastosowanie tu równania (18) czy (19) dla przypadków zmiennych obciążeń może dać interesujące rezultaty.

## 4. Wieloosiowy stan naprężenia

Równanie (6) wprowadzone tu dla jednoosiowego stanu naprężenia było pomyślane przez KACZANOWA jako opisujące proces zniszczenia także i dla obciążeń złożonych. Naprężenie $\sigma_{max}$ może być rozumiane jako maksymalne naprężenie główne $\sigma_1$ ($\sigma_1 > 0$). Oznacza to, że zakłada się rozwój mikrouszkodzeń w płaszczyznach prostopadłych do $\sigma_1$. Założenie to było weryfikowane przez wielu badaczy. SÖDERQUIST [70] studiował przypadek dwuosiowego stanu naprężenia, podobnie jak i HAYHURST w serii prac [71—74]. Ten ostatni zajmował się także weryfikacją zniszczenia przy wieloosiowym stanie naprężenia. Badania te wykazują, że kryterium zniszczenia zależy zarówno od materiału, jak i od zakresu temperatury. I tak np. dla handlowo czystej miedzi przy 250°C zastosowanie znajduje kryterium maksymalnego naprężenia rozciągającego, podczas gdy dla stopów aluminium lepiej odpowiada danym doświadczalnym kryterium maksymalnego oktaedrycznego naprężenia stycznego.

Bardzo rozległe badania doświadczalne w tej dziedzinie były prowadzone w National Engineering Laboratory, Glasgow pod kierownictwem JOHNSONA [75].

Zastosowanie parametru uszkodzenia w przestrzennym stanie naprężenia zaproponowane zostało w pracy KACZANOWA [76]. Założył on, że uszkodzenie w płaszczyźnie prostopadłej do naprężenia $\sigma_1$ zależy również od uszkodzeń $\psi_2$ i $\psi_3$, które mogą rozwijać się w pozostałych dwu prostopadłych płaszczyznach. Uogólnione równanie propagacji uszkodzeń ma postać

$$\frac{d\psi_1}{dt} = -A\left\{\left(\frac{\sigma_1}{\psi_1}\right)^m + \alpha\left[\left(\frac{\sigma_2}{\psi_2}\right)^m + \left(\frac{\sigma_3}{\psi_3}\right)^m\right]\right\}, \tag{28}$$

gdzie $0 \leqslant \alpha \leqslant 1$ jest stałą materiałową. Równania dla $\psi_2$ i $\psi_3$ otrzymuje się z (28) przez kołową zamianę wskaźników.

Dla materiałów anizotropowych KACZANOW [77] proponuje

$$\frac{d\psi_i}{dt} = -A_i\left(\frac{\sigma_i}{\psi_i}\right)^{m_i}, \tag{29}$$

gdzie $i = 1, 2, 3$ oznacza osie główne naprężeń, lub uwzględniając (28)

$$\frac{d\psi_i}{dt} = -\sum_{j=1}^{3}\alpha_{ij}A_j\left(\frac{\sigma_j}{\psi_j}\right)^{m_j}, \tag{30}$$

gdzie $0 \leqslant \alpha_{12} \leqslant 1$, $0 \leqslant \alpha_{23} \leqslant 1$, $0 \leqslant \alpha_{31} \leqslant 1$ oraz $\alpha_{11} = \alpha_{22} = \alpha_{33} = 1$.

Powyższe teorie są dyskutowane szczegółowo w monografii KACZANOWA [78], dotyczącej zastosowań mechaniki zniszczenia do analizy uszkodzeń przy pełzaniu.

SDOBYRIEW [79] zaproponował uwzględnienie wieloosiowości stanu naprężenia przez wprowadzenie naprężenia efektywnego

$$\sigma_{ef} = \frac{1}{2}(\sigma_1+\sigma_{in}), \tag{31}$$

gdzie $\sigma_{in}$ jest intensywnością naprężeń. Po wyznaczeniu stanu naprężenia w oparciu o odpowiednie równanie konstytutywne, naprężenie zredukowane obliczone zgodnie z (31) wprowadza się do (6) zamiast $\sigma_{max}$. Równanie (31) było uogólnione przez KISIELEWSKIEGO i OSASIUKA [80].

$$\sigma_{ef} = \lambda(\sigma_{in}-\sigma_1)+\sigma_1, \tag{32}$$

gdzie $0 \leqslant \lambda \leqslant 1$, a pewną jego modyfikację zaproponował TRUNIN [81]

$$\sigma_{ef} = \frac{1}{2}(\sigma_{in}+\sigma_1)^{1-2k}, \tag{33}$$

gdzie

$$k = 3\sigma_m(\sigma_1+\sigma_{in})^{-1} \text{ a } \sigma_m = \frac{1}{3}(\sigma_1+\sigma_2+\sigma_3).$$

Dalcko posunięte uogólnienie przedstawił RABOTNOW [82] wprowadzając tensor uszkodzeń $\psi_{ij}$. Prędkość jego składowych jest określona związkiem

$$\dot{\psi}_{ij} = \varphi_{ij}(s_{kl}), \tag{34}$$

gdzie $s_{kl}$ jest tensorem naprężeń rzeczywistych, określonym przez równanie

$$s_{ij} = \Omega_{ijkl}^{-1}\sigma_{kl} \tag{35}$$

i

$$\Omega_{ijkl} = \frac{1}{4}(\psi_{ik}\delta_{jl}+\psi_{il}\delta_{jk}+\psi_{jk}\delta_{il}+\psi_{jl}\delta_{ik}), \tag{36}$$

$\delta_{ij}$ oznacza jednostkowy tensor kulisty. Teoria ta jako nazbyt ogólna i nie mająca oparcia w badaniach doświadczalnych, a ponadto niewygodna w praktycznych obliczeniach nie znalazła szerszego zastosowania.

Znacznie dogodniejszą z punktu widzenia zastosowań praktycznych jest teoria zniszczenia kruchego materiałów skałopodobnych zaproponowana w oparciu o tensorową reprezentację parametru uszkodzeń przez DRAGONA [83]. Jest ona szczególną postacią ogólnej teorii zaproponowanej przez MROZA [84].

Omawiając przestrzenny stan naprężenia warto zwrócić uwagę na fakt, że w każdym niejednorodnym stanie naprężenia należy rozważyć propagację frontu zniszczenia tj. powierzchni, na której jest $\psi = 0$. KACZANOW w pracy [85] zapisuje równanie ruchu frontu zniszczenia w postaci

$$\frac{d\psi}{dt} = \left.\frac{\partial\psi}{\partial t}\right|_{\Sigma} + \left.\frac{\partial\psi}{\partial n}\right|_{\Sigma} \frac{dn}{dt} = 0, \tag{37}$$

gdzie $n$ jest wektorem normalnym do powierzchni frontu $\Sigma$. Równanie to może być zapisane w równoważnej postaci

$$A(m+1)\int_0^t \sigma^m_{\max}(t, \tau)d\tau = 1, \tag{38}$$

gdzie $\sigma_{\max}(t, \tau)$ jest maksymalnym naprężeniem głównym w punkcie leżącym na powierzchni $\Sigma$ w chwili $\tau$ i działającym w przedziale czasu $(0, t)$.

Jak to wskazano w rozdz. 1, należy się spodziewać, że przedział $(t_1, t_*)$, gdzie $t_1$ jest czasem, gdy $\psi = 0$ w dowolnym punkcie, a $t_*$ — czasem zniszczenia, będzie mały w porównaniu z przedziałem $(0, t_1)$. Tak więc $t_1$ może być przyjęte jako dobre przybliżenie czasu całkowitego zniszczenia. Dla czystego zginania i grubościennej rury pod wewnętrznym ciśnieniem wykazał to KACZANOW [86]. Przypadek równoczesnego zginania i rozciągania dyskutowano w pracy autora [87] i w pracach PIECHNIKA i CHRZANOWSKIEGO [88, 89]. Pokazano, że

$$1 \leqslant \frac{t_*}{t_1} \leqslant 1 + \frac{2}{2m-1}, \tag{39}$$

gdzie graniczne przypadki odpowiadają czystemu rozciąganiu i czystemu zginaniu.

Warto podkreślić jednak, że w pewnych sytuacjach okres ruchu frontu zniszczenia może być znaczny w wyniku korzystnej redystrybucji naprężeń. Przypadek taki był badany przez HAYHURSTA w pracy [90], dotyczącej rozciągania tarczy z kołowym otworem.

W ogólnym przypadku ruch frontu zniszczenia powinien być rozważany dla przestrzennego stanu naprężenia i ciała o zmiennym w czasie brzegu.

## 5. Zastosowania inżynierskie

Brak w pełni ogólnej teorii zniszczenia powoduje, że nie ma w chwili obecnej zbyt wielu rozwiązań o charakterze stosowanym. Niektóre z nich zawarte są w podstawowych pracach KACZANOWA, uprzednio cytowanych, dotyczących zginania, skręcania i obciążenia ciśnieniem wewnętrznym cylindrów grubościennych. Podobnych zagadnień dotyczą prace CHRZANOWSKIEGO [91—93] i CHRZANOWSKIEGO i KUSIA [94].

Ogólny przypadek obciążenia grubościennej rury był rozważany przez ŻYCZKOWSKIEGO i SKRZYPKA [95] przy wykorzystywaniu kryterium SDOBYRIEWA [79].

Spośród innych przypadków dyskutowanych przez KACZANOWA warto wymienić zniszczenie przy relaksacji [86] i przy uwzględnieniu efektów korozji [96].

Zniszczenie cylindrów obciążonych ciśnieniem w warunkach pełzania było dyskutowane przez TAIRĘ i OTHANI [97] w oparciu o teorię TAIRY [42].

Dwa ważne przypadki zniszczenia przy dwuosiowym pełzaniu rozważali SÖDERQUIST [98] (równomierne wszechstronne rozciąganie tarczy z kołowym otworem) i STORAKERS [99] (kołowa membrana pod ciśnieniem wewnętrznym). Zniszczenie tarczy z kołowym otworem obciążonej momentem skręcającym stanowiło przedmiot badań w pracy HAYHURSTA i STORAKERSA [100].

Wyboczenie z uwzględnieniem uszkodzeń rozważali ŻYCZKOWSKI i ZABORSKI [101] dla prostej teorii KACZANOWA. BOSTRÖM [102] zajął się tym zagadnieniem dla uogólnionego prawa kinetyki uszkodzeń [50].

Obliczanie bardziej złożonych konstrukcji wymaga rozwiązania problemu redystrybucji naprężeń, zachodzącej zarówno w wyniku niestacjonarnego pełzania, jak i zniszczenia. ODQVIST i ERIKSSON [103] rozważali to zagadnienie dla grubościennej rury obciążonej ciśnieniem wewnętrznym. Ten sam przypadek lecz dla opisu pełzania według teorii zaproponowanej w [56] rozważał CHRZANOWSKI [104], badając również wpływ redystrybucji na czas zniszczenia prostej konstrukcji prętowej. Generalne podejście do zagadnienia redystrybucji naprężeń zawarte jest w pracach KACZANOWA [105, 106].

Dla uniknięcia kłopotliwego zagadnienia śledzenia redystrybucji naprężeń MARTIN i LECKIE [107] zaproponowali wprowadzenie globalnego parametru uszkodzenia $\Omega$, charakteryzującego stopień wyczerpania nośności konstrukcji. Dalsze rozwinięcie tej teorii zawarte jest w pracy LECKIEGO i HAYHURSTA [108]. W oparciu o tę koncepcję można znaleźć graniczne oszacowania czasu zniszczenia konstrukcji.

Innym ważnym zakresem zastosowań jest wykorzystanie parametru uszkodzenia w mechanice szczelin. KACZANOW w serii prac [109—111] rozważał propagację szczeliny w ciele osłabionym defektami rozłożonymi w sposób ciągły. Wpływ koncentracji naprężeń wokół ostrych karbów na wytrzymałość czasową rozważał RABOTNOW [112]. Istotny przyczynek do badań na tym polu stanowi praca de BONTA [113] w której badano korelację parametru uszkodzeń i udarności stali stopowych. Tym niemniej brak jest w chwili obecnej ściślejszego powiązania klasycznej mechaniki zniszczenia i podejścia kontynualnego dyskutowanego w niniejszej pracy.

## 6. Uwagi końcowe

Idea parametru uszkodzeń została wprowadzona i istotnie rozwinięta dla materiałów, które wykazują własności reologiczne, przejawiające się m.in. w zjawisku opóźnionego zniszczenia. Tylko nieznaczna liczba prac dotyczy innych przypadków, jak obciążenie statyczne czy zmęczenie. Uogólnienie na te zakresy powinno być podstawowym kierunkiem badań.

Od badań doświadczalnych należy w pierwszym rzędzie oczekiwać sklasyfikowania materiałów pod względem formy zniszczenia w przestrzennym stanie naprężenia. W połączeniu z powyżej wspomnianym uogólnieniem wyniki tych badań powinny dać odpowiedź zarówno na pytanie, jaki typ równań stosować dla danego materiału, jak i określić wartości stałych materiałowych występujących w tych równaniach.

Specjalnej uwagi i dalszych szczegółowych badań wymaga idea globalnego parametru uszkodzeń $\Omega$ zastosowana do różnych typów konstrukcji (ustroje prętowe, płyty, powłoki itp). Stać się ona może podwaliną teorii granicznych stanów opóźnionego zniszczenia konstrukcji.

Wreszcie znalezienie ściślejszej korelacji pomiędzy klasyczną mechaniką szczelin a podejściem kontynualnym do zniszczenia pozwoliłoby na uzasadnienie słuszności tego ostatniego, a także stanowiło podstawę do dalszych badań fizycznej strony rozważanych procesów. Probabilistyczne podejście do procesu rozwoju uszkodzeń wydaje się być w tej sytuacji w pełni adekwatnym do opisów pól mikrodefektów.

Cztery, powyżej omówione, grupy zagadnień wyznaczają zasadnicze kierunki dalszych badań. Tym niemniej istnieje szereg zagadnień, które i na obecnym etapie rozwoju ogólnych teorii mogą być efektywnie rozwiązywane. Wymienić tu należy przede wszystkim problem współoddziaływania pełzania i zmęczenia, ważny dla zastosowań praktycznych. Innym, ważnym jest zagadnienie uwzględnienia efektów korozji i jej interakcji ze zniszczeniem przy pełzaniu czy zmęczeniu. Losowe obciążenia, jak i zmienna temperatura są również ważnym działem zastosowań praktycznych i mogą być rozwiązywane w oparciu o już istniejące teorie.

**Literatura cytowana w tekście**

1. J. HULT, XIV IUTAM Congress of Theorethical and Applied Mechanics, Delft 1976.
2. D. C. DRUCKER, *A continuum approach to the fracture of metals*, Fracture in Solids, ed. D. C. DRUCKER and J. J. GILMANN, Wiley and Sons, 1963.
3. V. V. NOVOZHILOV, *On the prospects of the phenomenological approach to the problem of fracture*, General Lecture at the 13th Int. Congress of Theoret. and Appl. Mechanics, Moscow 1972.
4. Л. М. КАЧАНОВ, *О времени разрушения в условиях ползучести*, Изв. АН СССР ОТН, 8 (1958).
5. Ю. Н. РАБОТНОВ, *О механике длительного разрушения*, Вопр. проч. мат. и констр., Изд. АН СССР, Москва 1959.
6. F. K. G. ODQVIST, J. HULT, *Some aspects of creep rupture*, Arkiv for Fysik, 19 (1961).
7. F. GAROFALO, *Fundamentals of Creep and Creep-Rupture in Metals*, Macmillan Co., N. York 1965.
8. В. М. РОЗЕНБЕРГ, *Ползучесть металлов*, Изд. Металлургия, Москва 1966.
9. A. J. KENNEDY, *Processes of Creep and Fatigue in Metals*, Oliver and Boyd, Edinburgh 1962.
10. G. W. GREENWOOD; *Cavity nucleation in the early stages of creep*, Phil. Mag., **19**, 158 (1969).
11. M. J. SIVERNS, A. T. PRICE, *Crack growth under creep conditions*, Nature, 228 (1970).
12. C. B. HARRISON, *High-temperature crack growth in low-cycle fatigue*, Eng. Fract. Mech., 3 (1971).
13. R. W. BALLUFFI, L. L. SEIGLE, *Growth of voids in metals during diffusion and creep*, Acta Met., **5**, 449 (1957).
14. R. P. SKELTON, *An assessment of void population from density measurements after creep*, Metal. Sci. J., 2 (1968).
15. R. SODERBERG, *Evidence of Griffith-Orowan type intercrystalline creep fracture*, Proc. 2nd Int. Conf. on Fract., Brighton, 1969, Chapman, Hall Ltd., London 1970.
16. W. SIEGFRIED, *Failure from creep influenced by the state of stress*, J. Appl. Mech., **10**, 4(1943).
17. W. SIEGFRIED, *Determination of factors causing embrittlement in time-to-rupture test*, Adv. in Creep Design, 1971.
18. ASTM STP 391, *Literature Survey on Creep Damage in Metals*, ed. J. W. FREEMAN, H. R. VOORHES, 1965.
19. W. WEIBULL, *Fatigue Testing and the Analysis of Results*, Pergamon Press, Oxford 1961.

20. A. A. ВАКУЛЕНКО, М. Л. КАЧАНОВ, *Континуальная теория сред с трещинами*, Мех. Тв. Тела, 4 (1971).
21. М. Л. КАЧАНОВ, *К континуальной теории сред с трещинами*, Мех. Тв. Тела, 2 (1971).
22. D. R. HAYHURST, *Lectures in Chalmers Tekniska Hogskola*, Gothenburg, May, 1974.
23. M. CHRZANOWSKI, *Creep rupture of structures controlled by parallel hardening and deterioration*, EUROMECH 76, Gothenburg, August, 1976.
24. J. MURZEWSKI, *Une theorie statistique du corps fragile quasihomogene*, Proc. IXth Int. Congr. Appl. Mech., Bruxelle 1956, Univ. de Bruxelles 1957.
25. J. MURZEWSKI, *Probabilistic theory of plastic and brittle behaviour of quasihomogeneous materials*, Bull. Ac. Pol. Sc., Ser. Sc. Techn., 7, 11 (1959).
26. J. MURZEWSKI, *Probabilistic theory of plastic and brittle behaviour of quasihomogeneous materials*, Arch. Mech. Stos., **12**, 2 (1960).
27. J. MURZEWSKI, *Cumultative damage of solids for random stress*, Eng. Fr. Mech. **8** (1976).
28. C. EIMER, *Wytrzymałość reologiczna betonu w świetle hipotezy uszkodzenia*, Arch. Inż. Ląd., **17**, 1 (1971).
29. M. CHRZANOWSKI, *Use of the damage concept in describing creep-fatigue interaction under prescribed stress*, Int. J. Mech. Sc., **18** (1976).
30. W. WEIBULL, *A statistical theory of strength of materials*, Proc. Roy. Ac. Engng Sc., 151 (1939).
31. A. B. O. SOBOYEJO, *Use of entropy principles in estimating reliability functions for creep rupture characteristics of engineering materials at elevated temperatures*, Proc. Int. Conf. Str. Met. Alloys, Tokyo 1967.
32. A. B. O. SOBOYEJO, *Stochastic process model for creep rupture of engineering materials at high temperature*, Proc. 12th IUTAM Congr. Appl. Mech., Stanford, 1968, Springer-V., Berlin 1969.
33. J. T. BOYLE, *On the reduction of the effect of material scatter on the prediction of creep rupture times in structures*, EUROMECH 76, Gothenburg, August 1976.
34. H. BROBERG, *A probabilistic interpretation of creep rupture curves*, Arch. Mech. Stos., **25**, 5 (1973).
35. *Creep and Fatigue in Elevated Temperature Applications*, Proc. Int. Conf. IME, ASME, ASTM, Philadelphia, Sept. 1973, Sheffield Apr. 1974, Publ. Mech. Engng Publ. Ltd., London 1975.
36. В. В. ПАНАСЮК, *Предельное равновесие хрупких тел с трещинами*, Изд. Наукова Думка, Киев 1968.
37. Р. Л. САЛГАНИК, *Механика тела с многими трещинами*, Мех. Тв. Тела, **8**, 4 (1973).
38. Л. М. КАЧАНОВ, *Теория ползучести*, Физматгиз, Москва 1960.
39. Л. М. КАЧАНОВ, *Хрупкие разрушение в условиях ползучести при циклическом нагружении*, Пробль. мех. тв. тела, Изд. Судостр., Ленинград 1970.
40. J. HULT, *Wytrzymałość konstrukcji w warunkach pełzania*, *Zagadnienia pełzania i plastyczności*, PAN, Jabłonna, 1973, Ossolineum, Wrocław 1975.
41. R. W. SWINDEMAN, *The interrelation of cyclic, and monotonic creep rupture*, ASME (ASTM) IME Joint Conf. on Creep, N. York-London 1963, IME London 1963.
42. S. TAIRA, *Lifetime of structures subjected to varying load and temperature*, Proc. IUTAM Coll. Creep in Structures, Stanford, 1960, Springer-V., Berlin 1962.
43. J. LEMAITRE, J. L. CHABOCHE, *A non-linear method of creep-fatigue damage cummulation and interaction*, Proc. IUTAM Symp. Viscoel., Gothenburg, Sept. 1974, Springer-V., Berlin 1975.
44. В. С. НАМЕСТНИКОВ, *О времени до разрушения при ползучести*, Прикл. Мех. Тех. Физ., 1 (1961).
45. U. LINDBORG, *Creep craks and the concept of damage*, J. Mech. Phys. Sol., **16**, 5 (1968).
46. J. HULT, H. BROBERG, *Creep rupture under cyclic loading*, The Bulg. 2nd Nat. Congr. Theor. Appl. Mech., Varna 1973.
47. F. K. G. ODQVIST, *Mathematical Theory of Creep and Creep Rupture*, Clarendon Press, Oxford 1966.
48. M. CHRZANOWSKI, *Factors influencing creep-fatigue interaction*, Swedish Sol. Mech. Rept, Chalmers Univ. Techn., Göteborg 1973.
49. H. BROBERG, *A new criterion for brittle creep rupture*, J. Appl. Mech., **41**, 3 1974.
50. P. -O. BOSTRÖM, H. BROBERG, L. BRÅTHE, M. CHRZANOWSKI, *On failure conditions in visco-elastic media and structures*, Proc. IUTAM Symp. Viscoel., Gothenburg, Sept. 1974, Springer-V., Berlin 1975.

51. H. BROBERG, *Creep damage and rupture: A phenomenological study*, Doct. Diss., Chalmers Univ. Techn., Gothenburg 1975.
52. Ю. Н. РАБОТНОВ, *Ползучесть элементов конструкций*, Изд. Наука, Москва (Creep problems in structural members, North-Holland, Amsterdam 1969).
53. Ю. Н. РАБОТНОВ, С. Т. МИЛЕЙКО, *Кратковременная ползучесть*, Изд. Наука, Москва 1970.
54. J. HULT, *Structural creep behaviour under alternating load*, Proc. Int. Conf. Creep and Fat. Elev Temp. Appl., ASME, ASTM, IME, Philadelphia 1973, Sheffield 1974, Mech. Engng Publ., Ime, London 1975.
55. M. CHRZANOWSKI, *O możliwości opisu pelnego procesu pelzania metali*, Mech. Teor. Stos., **10**, 1 (1972).
56. M. CHRZANOWSKI, *On the possibility of describing the complete creep process*, Bull. Ac. Pol. Sc., Ser, Sc. Techn., **20**, 3 (1972).
57. M. CHRZANOWSKI, *Opis procesu pelzania metali w świetle teorii umocnienia i hipotezy uszkodzeń*, Z. Nauk. Polit. Krak., Ser. Podst. N. Techn., z. 7, 1973.
58. YU. N. RABOTNOV, *Kinetics of creep and creep rupture*, Proc. IUTAM, Symp., Vienna 1966.
59. A. PALMGREN, *Die Lebensdauer von Kugellagern*, Z. Ver. Deutsch. Ing., **68**, 14 (1924).
60. M. A. MINER, *Cumulative damage in fatigue*, J. Appl. Mech., **12** (1945).
61. K. J. MILLER, *An experimental linear cummulative-damage law*, J. Str. Anal., **5**, 3 (1970).
62. E. L. ROBINSON, *Effect of temperature variation on the creep strength of steel*, Trans. ASME, **60** (1938)
63. E. L. ROBINSON, *100 000 hours creep test*, Mech. Engng, 1943.
64. E. L. ROBINSON *Effect of temperature variation on the long-time rupture strength of steels*, Trans. ASME, **74** (1952).
65. E. P. ESZTERGAR, J. R. ELLIS, *Cumulative damage concepts in creep-fatigue predictions*, Proc. Int. Conf. Therm. Str. Therm. Fat., ed. J. D. Littler, Butterworth 1971.
66. M. M. ABO el ATA, I. FINNIE, *A study of creep damage rules*, J. Basic Engng, 8 (1972).
67. D. L. MARRIOTT, R. K. PENNY, *Strain accumulation and rupture during creep under variable uniaxial tensile loading*, J. Str. Anal., **8**, 3 (1973).
68. ASME Boiler and Pressure Vessel Code, Case 1331—5.
69. M. CHRZANOWSKI, *Time and load commutativity under creep conditions*, Mech. Res. Com., **1**, 4, (1974).
70. B. SODERQUIST, *On biaxial creep and creep rupture*, Doct. Th., Kungl. T. Hogsk., Stockholm 1968.
71. D. R. HAYHURST, *Isothermal creep deformation and rupture of structures*, Ph. D. Thesis, Cambridge Univ., 1970.
72. D. R. HAYHURST, *The prediction of creep-rupture times of rotating discs using biaxial damage relationships*, J. Appl. Mech. **41**, 4 (1973).
73. D. R. HAYHURST, F. A. LECKIE, *The effect of creep constitutive and damage relationships upon the time to rupture of a solid circular torsion bar*, J. Mech. Phys. Solids, **21** (1973).
74. D. R. HAYHURST, *Creep rupture under multiaxial states of stress*, J. Mech. Phys. Solids, **20** (1972).
75. A. E. JOHNSON, J. HENDERSON, B. KHAN, *Complex stress, creep, relaxation, and fracture of metallic alloys*, Nat. Eng. Lab., H. M. Stst. Office, Edinburgh. 1962.
76. Л. М. КАЧАНОВ, *Некоторые вопросы разрушения в условиях ползучести*, Тр. Всес. совещ. по расч. на полз. и прочн., Изд. Сиб. Отд. АН СССР, 1963.
77. Л. М. КАЧАНОВ, *Некоторые вопросы разрушения в условиях ползучести*, Иссл. по упр. и пласт., Изд. Ленингр. Унив., 6 (1967).
78. Л. М. КАЧАНОВ, *Основы механики разрушения*, Наука, Москва 1974.
79. В. П. СДОБЫРЕВ, *Критерии длительной прочности для некоторых жаропрочных сплавов*, Изв, АН СССР, Мех. и машин., 6 (1959).
80. В. Н. КИСЕЛЕВСКИЙ, В. М. ОСАСЮК, *Анализ критериев длительной прочности*, Прикл. мех., 3 (1967).
81. Й. Й. ТРУНИН, *Критерии прочности в условиях ползучести*, Прикл. Мех., 7 (1965).
82. YU. N. RABOTNOV, *Creep rupture*, Proc. 12th Congr. Appl. Mech., Stanford 1960, Springer-V., 1969.
83. A. DRAGON, *On phenomenological description of rock-like materials with account for kinetics of brittle fracture*, Arch. Mech. Stos., **28**, 1 (1976).
84. Z. MRÓZ, *Mathematical models of inelastic concrete behaviour*, Inelasticity and Non-Linearity in Struct. Concrete, Univ. Waterloo, 8 (1972).

85. Л. М. КАЧАНОВ, *К вопросу о хрупких разрушениях в условиях ползучести при сложном нагружении*, Вест. Ленингр. Унив., 1, 1 (1972).
86. Л. М. КАЧАНОВ, *О времени разрушения в условиях ползучести*, Изв. АН СССР ОТН, Мех. и машиностр., 5 (1960).
87. M. CHRZANOWSKI, *Zniszczenie kruche w warunkach pelzania ustalonego przy jednoosiowym, niejednorodnym stanie naprężenia*, Pr. dokt., Politechnika Krakowska, listopad, 1967.
88. S. PIECHNIK, M. CHRZANOWSKI, *Time of total creep rupture of a beam under combined temsion and bending*, I. J. Sol. Struct., 6, (1970).
89. S. PIECHNIK, M. CHRZANOWSKI, *Time of total creep rupture of a beam under combined load*, Proc. 2nd IUTAM Symp. Creep in Structures, Gothenburg, Aug. 1970, Springer-V., Berlin 1972.
90. D. R. HAYHURST, *Stress redistribution and rupture due to creep in a unforinly streched thin plate containing a circular hole*, J. Appl. Mech., 40 (1973).
91. M. CHRZANOWSKI, *Czas zniszczenia pręta rozciąganego przy malym mimośrodzie*, Cz. Techn., 9B (111) (1967).
92. M. CHRZANOWSKI, *Pewne problemy zniszczenia kruchego w warunkach pelzania ustalonego*, Cz. Techn., 9B (121) (1968).
93. M. CHRZANOWSKI, *Zniszczenia kruche prętów mimośrodowo rozciąganych przy uwzględnieniu pelzania ustalonego*, Rozpr. Inż., 16, 4 (1968).
94. M. CHRZANOWSKI, S. KUŚ, *Czyste zginanie w warunkach pelzania ustalonego*, Bud. Inż., 9 (285) (1968).
95. M. ŻYCZKOWSKI, J. SKRZYPEK, *Stationary creep and creep rupture of thick-walled tube under combined loading*, Proc. IUTAM Symp. Creep in Structures, Gothenburg 1970, Springer-V., 1972.
96. Л. М. КАЧАНОВ, *О времени разрушения при воздействии жидкометалической среды*, Иссл. по упр. и пласт., Изд. Ленингр. Унив., 3 (1964).
97. S. TAIRA, R. OTHANI, *Creep rupture of internally pressurized cylinders at elevated temperatures*, Bull. JSME, 46, (1968).
98. B. SODERQUIST, *Creep rupture under uniform radial tension of a disc with a circular hole*, Acta Polyt. Scand., Phys. Nucl. Ser., 53 (1968).
99. B. STORÅKERS, *Finite creep of a circular membrane under hydrostatic pressure*, Acta Polyt. Scand., Mech. Eng. Ser., 44 (1969).
100. D. R. HAYHURST, B. STORAKERS, *Creep rupture of the Andrade shear disk*, Proc. Roy. Soc., A 349 (1976).
101. M. ŻYCZKOWSKI, A. ZABORSKI, *Creep rupture phenomena in creep buckling*, Proc. IUTAM Symp. Viscoel., Gothenburg, Sept. 1974, Springer-V., 1975.
102. P. -O. BOSTROM, *Creep buckling considering material damage*, Int. J. Sol. Struct., 11 (1975).
103. F. K. G. ODQVIST, J. ERIKSSON, *Influence of redistribution of stress on brittle creep rupture of thick-walled tubes under internal pressure*, Progr. on Appl. Mech., Macmillan, N. York 1963.
104. М. ХЖАНОВСКИ, *Влияние перераспределения напряжений на время хрупкого разрушения в условиях ползучести*, Изв. Высш. Уч. Завед. Машиностр., 11 (1971).
105. Л. М. КАЧАНОВ, *О влиянии перераспределения напряжений на время хрупкого разрушения*, Мех. Тв. Тела, 1 (1966).
106. L. M. KACHANOV, *On the theory of creep rupture*, Recent Progr. in Appl. Mech., Stockholm 1967.
107. B. J. MARTIN, F. LECKIE, *On the creep rupture of structures*, J. Mech. Phys. Sol., 20 (1972).
108. F. LECKIE, D. R. HAYHURST, *Creep rupture of structures*, Proc. Roy. Soc., A 340, 1662 (1974).
109. Л. М. КАЧАНОВ, *К вопросу о кинетике роста трещин*, Иссл. по упр. и пласт., Изд. Ленингр. Унив., 2 (1963).
110. Л. М. КАЧАНОВ, *К вопросу развития трещин в условиях ползучести*, Пробл. гидрод. и мех. спл. среды, Москва 1969.
111. Л. М. КАЧАНОВ, *О разрушении и росте трещин*, Мех. Тв. Тела, 1 (1968).
112. Ю. Н. РАБОТНОВ, *Влияние концентраций напряжений на длительную прочность*, Мех. Тв. Тела, 3 (1967).
113. R. A. de BONT, *On correlation between creep damage and fracture toughness of a molybdenum allyeod steel*, Kungl. Tekn. Hogskola, Stockholm, Publ. no. 187, 1973.

Резюме

ПАРАМЕТР ПОВРЕЖДЕНИЯ В МЕХАНИКЕ РАЗРУШЕНИЯ СПЛОШНОЙ СРЕДЫ

В статье излагается обзор работ по применению понятия параметра повреждения в механике сплошной среды. Эта теория, разработанная Л. М. Качановым в 1958 году, получила в последние годы широкое распространение в связи с её применением к прогнозированию времени безопасной эксплуатации элементов конструкций. Повышенные температуры (ползучесть) и перемены нагрузки (усталость) — это важные области применения обсуждаемой теории. Подробно оговорены работы, посвященные как развитию самой идеи введения переменной состояния, характеризующей повреждение материала, так и примеры приложения теории к инженерным конструкциям. Начертаны также направления дальнейшего развития этой области механики разрушения.



Summary

DAMAGE PARAMETER IN CONTINUAL FRACTURE MECHANICS

The paper gives a review of works on damage parameter employed in mechanics of deformable body. The theory introduced by L. M. Kachanov in 1958 has recently found a wide applications in predicting of the reliability of structural elements. This is particularly important at high temperature (creep), and under variable loading (fatigue) conditions. The idea of introducing a new variable characterizing the material deterioration, as well as the engineering applications are discussed. Further directions of the development of this branch of continual approach to fracture mechanics are also given.


**POLITECHNIKA KRAKOWSKA**

*Praca została złożona w Redakcji dnia 7 kwietnia 1977 r.*