

## METODA IDENTYFIKACJI PODATNOŚCI DYNAMICZNEJ FUNDAMENTÓW MASZYN

JANUSZ KOLENDA (GDAŃSK)

### 1. Wstęp

Obserwowany w ostatnich latach wzrost mocy jednostkowych i obciążeń nowo instalowanych maszyn pociąga za sobą zwiększenie poziomu ich drgań i sił przenoszonych na fundamenty. Zapewnienie należytej dokładności obliczeń drgań maszyn i sił w miejscach podparcia maszyny wymaga znajomości podatności dynamicznej fundamentów i korpusów maszyn oraz przy elastycznym posadowieniu maszyn — charakterystyk amortyzatorów (podkładek elastycznych). Metodykę wyznaczania podatności korpusów maszyn oraz sposób obliczeń układów z uwzględnieniem podatności korpusów maszyn i fundamentów przedstawiono w pracy [1]. Obliczenia mogą być znacznie uproszczone, gdy podatności korpusów maszyn są zanedbywalnie małe w stosunku do podatności amortyzatorów i fundamentów, co często zachodzi w praktyce. W szczególności przypadki takie mają miejsce na statkach i innych środkach transportu, gdzie fundamenty lub konstrukcje podpierające silniki i inne urządzenia nie stanowią masywnych bloków. Przykładowo, okrętowe fundamenty są z reguły spawane z blach i kształtowników, w związku z czym nie powinny być one traktowane jako nieskończenie sztywne. Układy tego typu rozpatrywane są w niniejszej pracy.

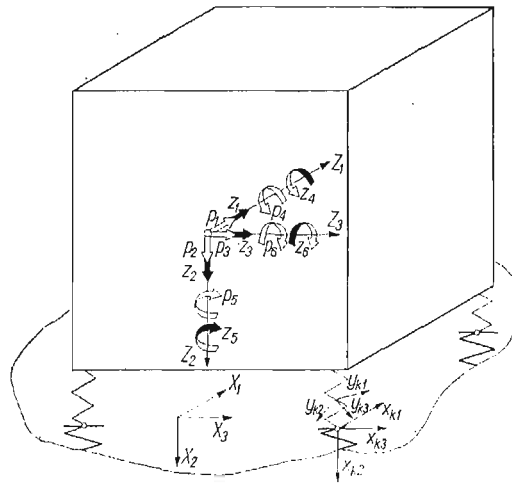
Stosowane w praktyce metody wyznaczania współczynników podatności dynamicznej fundamentów opierają się na bezpośrednich pomiarach przemieszczeń odpowiednich punktów fundamentu, wywołanych znanymi wymuszeniami. Wyznaczenie wszystkich elementów macierzy podatności dynamicznej fundamentu wymaga wymuszeń w postaci sił w trzech wzajemnie do siebie prostopadłych kierunkach i odpowiadających tym kierunkom momentów.

Ze względu na nieliniową z reguły zależność amplitud przemieszczeń fundamentu od amplitud wymuszeń, wartości tych ostatnich winny być zbliżone do amplitud sił i momentów, występujących w odpowiednich punktach rzeczywistego układu drgającego w warunkach eksploatacyjnych. Wartości współczynników podatności dynamicznej fundamentów mogą zależeć również od obciążeń statycznych, co wymagałoby prowadzenia pomiarów podatności na fundamencie odkształconym tak, jak pod wpływem masy maszyny. Stosowane aktualnie w praktyce urządzenia wymuszające (wzbudniki drgań) nie spełniają powyższych wymogów. Wytwarzają one jednokierunkowe siły o amplitudach i częstościach nastawialnych w ograniczonych zakresach, które przykładane są do nieobciążonego statycznie fundamentu w miejscach przewidywanych podparć maszyny.

W niniejszej pracy zaproponowano pośrednią metodę wyznaczania współczynników podatności dynamicznej fundamentów, która umożliwiła spełnienie ww. wymogów. Zakłada się jedynie możliwość wymiany podkładek elastycznych w trakcie pomiarów lub zmian charakterystyk amortyzatorów, co jest szczególnie łatwe do zrealizowania w przypadku zastosowania np. amortyzatorów pneumatycznych lub hydraulicznych.

## 2. Drgania maszyn na podatnych fundamentach

Obliczeniowy schemat analizowanego układu przedstawiono na rys. 1. Zakłada się, że korpus maszyny jest sztywny i że maszyna jest posadowiona na  $n$  amortyzatorach ( $n$  — dowolna liczba naturalna) spoczywających na podatnym fundamencie.



Rys. 1. Obliczeniowy schemat układu

$P_\alpha$  — uogólniona siła wymuszająca, działająca na korpus maszyny w kierunku  $\alpha$ ;  $X_{k1}, X_{k2}, X_{k3}$  — nieruchomy ortogonalny układ współrzędnych o początku w punkcie zamocowania  $k$ -tego amortyzatora do fundamentu i osiach odpowiednio równoległych do osi układu odniesienia fundamentu  $X_1, X_2, X_3$ ;  $Y_{k1}, Y_{k2}, Y_{k3}$  — nieruchomy ortogonalny układ współrzędnych  $k$ -tego amortyzatora, pokrywający się w stanie spoczynku z układem głównych osi tego amortyzatora;  $Z_1, Z_2, Z_3$  — nieruchomy układ współrzędnych, pokrywający się w stanie spoczynku z układem głównych centralnych osi bezwładności maszyny;  $z_\alpha$  — uogólnione przemieszczenie maszyny w kierunku  $\alpha$

### Oznaczenia

- $X_1, X_2, X_3$  — nieruchomy ortogonalny układ współrzędnych fundamentu;
- $X_{k1}, X_{k2}, X_{k3}$  — nieruchomy układ współrzędnych o początku w punkcie zamocowania  $k$ -tego amortyzatora do fundamentu i osiach odpowiednio równoległych do osi  $X_1, X_2, X_3$ ;
- $Y_{k1}, Y_{k2}, Y_{k3}$  — nieruchomy ortogonalny układ współrzędnych  $k$ -tego amortyzatora, pokrywający się w stanie spoczynku z układem głównych osi<sup>1)</sup> tego amortyzatora;
- $Z_1, Z_2, Z_3$  — nieruchomy układ współrzędnych, pokrywający się w stanie spoczynku z układem głównych centralnych osi bezwładności maszyny;

<sup>1)</sup> Główna oś amortyzatora charakteryzuje się tym, że uogólniona siła działająca w kierunku tej osi wywołuje uogólnione odkształcenie amortyzatora tylko w tym kierunku.

$$\begin{aligned}
 p_\alpha &= \sum_\nu \bar{p}_\alpha^{(\nu)} \exp[j(\nu\omega t + \varepsilon_\alpha^{(\nu)})] = \\
 &= \sum_\nu p_\alpha^{(\nu)} \exp(j\nu\omega t), \alpha = 1, \dots, 6 \quad \text{uogólnione siły działające na korpus maszyny, odniesione do układu} \\
 & \quad Z_1, Z_2, Z_3; \\
 & \quad \omega \quad \text{podstawowa częstość wymuszeń,} \\
 & \quad \varepsilon_{p\alpha}^{(\nu)} \quad \text{kąt przesunięcia fazowego,} \\
 & \quad p_\alpha^{(\nu)} \quad \text{zespolona amplituda } \nu\text{-tej harmonicznej, } \nu = 1, 2, \dots; \\
 z_\alpha &= \sum_\nu z_\alpha^{(\nu)} \exp(j\nu\omega t), \alpha = \\
 &= 1, \dots, 6 \quad \text{uogólnione przemieszczenia maszyny względem układu } Z_1, Z_2, Z_3; \\
 f_{k\alpha} &= \sum_\nu f_{k\alpha}^{(\nu)} \exp(j\nu\omega t), \alpha = \\
 &= 1, \dots, 6 \quad \text{uogólnione siły działające na fundament w punkcie zamocowania} \\
 & \quad k\text{-tego amortyzatora do fundamentu, odniesione do układu } x_{k1}, x_{k2}, x_{k3}; \\
 U_{k\alpha} &= \sum_\nu u_{k\alpha}^{(\nu)} \exp(j\nu\omega t), \alpha = \\
 &= 1, \dots, 6 \quad \text{uogólnione przemieszczenia punktu zamocowania } k\text{-tego amortyzatora} \\
 & \quad \text{do fundamentu, mierzone w układzie } x_{k1}, x_{k2}, x_{k3}; \\
 & \quad a_{k1}, a_{k2}, a_{k3} \quad \text{współrzędne punktu zamocowania } k\text{-tego amortyzatora do maszyny} \\
 & \quad \text{mierzone w stanie spoczynku w układzie } Z_1, Z_2, Z_3; \\
 M &= \text{diag}[m_\alpha], \alpha = 1, \dots, 6 \quad \text{macierz bezwładności maszyny.}
 \end{aligned}$$

Dodatknie zwroty dla sił  $f_{k\alpha}$  i przemieszczeń  $u_{k\alpha}$  przyjęto jak dla sił  $p_\alpha$  i przemieszczeń  $z_\alpha$  na rys. 1. Masa amortyzatorów nie jest uwzględniana, a ich charakterystyki traktowane są jako liniowe (lub zlinearyzowane). Każdy amortyzator określony jest zatem macierzą współczynników sztywności

$$C_k = \text{diag}[c_{k\alpha}], \alpha = 1, \dots, 6$$

oraz macierzą współczynników lepkościowego tłumienia

$$B_k = \text{diag}[b_{k\alpha}], \alpha = 1, \dots, 6.$$

Do opisu ruchu analizowanego układu wykorzystać można zależności wprowadzone w pracy [2], traktując punkty zamocowania amortyzatorów do fundamentu jako sztywne elementy skończone o zerowych masach, na które działają nieznanne siły  $f_{k\alpha}$ .

Tworząc macierze kolumnowe:

$$\begin{aligned}
 p &= \{p_\alpha\}, & z &= \{z_\alpha\}, & \alpha &= 1, \dots, 6; \\
 f &= \{f_k\}, & u &= \{u_k\}, & k &= 1, \dots, n; \\
 f_k &= \{f_{k\alpha}\}, & u_k &= \{u_{k\alpha}\}, & \alpha &= 1, \dots, 6
 \end{aligned}$$

można zgodnie z [2] i przyjętą w niniejszej pracy konwencją znaków napisać równania ruchu układu:

$$\begin{aligned}
 (2.1) \quad & M\ddot{z} + L\dot{z} + Kz + L''\dot{u} + K''u = p, \\
 & -(L'')^T \dot{z} - (K'')^T z + L'\dot{u} + K'u = f
 \end{aligned}$$

oraz wynikające stąd relacje pomiędzy amplitudami  $\nu$ -tych harmonicznych uogólnionych przemieszczeń i sił w układzie:

$$\begin{aligned}
 (2.2) \quad & M^{(\nu)} z^{(\nu)} + L_1^{(\nu)} u^{(\nu)} = p^{(\nu)}, \\
 & -(L_1^{(\nu)})^T z^{(\nu)} + L_2^{(\nu)} u^{(\nu)} = f^{(\nu)}.
 \end{aligned}$$

W powyższych zależnościach oznaczono:

$$\begin{aligned} M^{(v)} &= K + jv\omega L - (v\omega)^2 M, \\ L_1^{(v)} &= jv\omega L'' + K'', \quad L_2^{(v)} = jv\omega L' + K', \\ p^{(v)} &= \{p_\alpha^{(v)}\}, \quad z^{(v)} = \{z_\alpha^{(v)}\}, \\ f^{(v)} &= \{f_k^{(v)}\}, \quad f_k^{(v)} = \{f_{k\alpha}^{(v)}\}, \\ u^{(v)} &= \{u_k^{(v)}\}, \quad u_k^{(v)} = \{u_{k\alpha}^{(v)}\}, \quad \alpha = 1, \dots, 6; \quad k = 1, \dots, n. \end{aligned}$$

Indeksem  $T$  oznacza się macierze transponowane.

Macierze  $K, K'$  i  $K''$  są podmacierzami macierzy  $\tilde{K}$  stopnia  $6(n+1)$ :

$$\tilde{K} = \sum_{k=1}^n \tilde{K}_k = \left[ \begin{array}{c|c} K & K'' \\ \hline -(K'')^T & K' \end{array} \right] \begin{array}{l} 1 \text{ pasmo poziome} \\ 6(n+1) \\ 1 \text{ pasmo pionowe} \end{array}$$

Macierze  $\tilde{K}_k$  tworzy się jak poniżej<sup>2)</sup>:

$$\tilde{K}_k = \left[ \begin{array}{cccccc|cccc} K_{ssk} & 0 & \dots & 0 & K_{skk} & 0 & \dots & 0 & & & & \\ 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & & & & \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots & & & & \\ 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & & & & \\ -K_{ksk} & 0 & \dots & 0 & K_{kkk} & 0 & \dots & 0 & & & & \\ 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & & & & \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots & & & & \\ 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & & & & \\ \hline & & & & & & & & & & & \\ 1 & & & & (k+1) & & & & & & & \\ \text{pasmo} & & & & \text{pasmo} & & & & & & & \\ \text{pionowe} & & & & \text{pionowe} & & & & & & & \end{array} \right] \begin{array}{l} 1 \text{ pasmo poziome} \\ (k+1) \text{ pasmo poziome} \\ 6(n+1) \end{array}$$

gdzie niezerowe bloki określone są zależnościami:

$$\begin{aligned} K_{ssk} &= A_k^T P_{sk}^T C_k P_{sk} A_k, & K_{kkk} &= -P_{kk}^T C_k P_{kk}, \\ K_{skk} &= -A_k^T P_{sk}^T C_k P_{kk}, & K_{kss} &= K_{skk}^T. \end{aligned}$$

W zależnościach tych  $A_k$  jest tzw. macierzą współrzędnych zamocowania  $k$ -tego amortyzatora do maszyny, natomiast  $P_{kk}$  oraz  $P_{sk}$  są utworzone z macierzy współczynników kierunkowych między osiami układów  $x_{k1}, x_{k2}, x_{k3}$  i  $y_{k1}, y_{k2}, y_{k3}$  oraz układów  $Z_1, Z_2, Z_3$  i  $y_{k1}, y_{k2}, y_{k3}$ :

$$A_k = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & a_{k3} & -a_{k2} \\ 0 & 1 & 0 & -a_{k3} & 0 & a_{k1} \\ 0 & 0 & 1 & a_{k2} & -a_{k1} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix},$$

<sup>2)</sup> Wiele przykładów tworzenia podobnych macierzy podano w [2].

$$P_{sk} = \begin{bmatrix} P'_{sk} & 0 \\ 0 & P'_{sk} \end{bmatrix}, \quad P'_{sk} = [\cos \varphi_{sk\alpha\beta}], \quad \alpha, \beta = 1, 2, 3,$$

$$P_{kk} = \begin{bmatrix} P'_{kk} & 0 \\ 0 & P'_{kk} \end{bmatrix}, \quad P'_{kk} = [\cos \varphi_{kk\alpha\beta}], \quad \alpha, \beta = 1, 2, 3.$$

$\varphi_{sk\alpha\beta}$  — kąt między osią  $y_{k\alpha}$  i osią  $Z'_\beta$  układu współrzędnych  $Z'_1, Z'_2, Z'_3$  równoległego do układu  $Z_1, Z_2, Z_3$  i o początku wspólnym z układem  $y_{k1}, y_{k2}, y_{k3}$ ;  $\varphi_{kk\alpha\beta}$  — kąt między osią  $y_{k\alpha}$  i osią  $x'_{k\beta}$  układu współrzędnych  $x'_{k1}, x'_{k2}, x'_{k3}$  równoległego do układu  $x_{k1}, x_{k2}, x_{k3}$  i o początku wspólnym z układem  $y_{k1}, y_{k2}, y_{k3}$ .

Identycznie tworzy się macierze  $L, L'$  i  $L''$  (zastępując jedynie macierze  $C_k$  przez macierze  $B_k$ ).

Macierze kolumnowe  $u^{(\nu)}$  i  $f^{(\nu)}$  związane są z macierzą podatności dynamicznej fundamentu relacją:

$$(2.3) \quad u^{(\nu)} = D^{(\nu)} f^{(\nu)}, \quad \nu = 1, 2, \dots,$$

gdzie  $D^{(\nu)}$  są macierzami podatności o postaci:

$$D^{(\nu)} = [D^{(\nu)}_{kl}]_{6n}, \quad D^{(\nu)}_{kl} = [d^{(\nu)}_{kl\alpha\beta}]_6, \quad k, l = 1, \dots, n; \quad \alpha, \beta = 1, \dots, 6.$$

Współczynnik podatności dynamicznej  $d^{(\nu)}_{kl\alpha\beta}$  jest określony ilorazem zespolonej amplitudy uogólnionego przemieszczenia w kierunku  $\alpha$  w punkcie mocowania  $k$ -tego amortyzatora do fundamentu i zespolonej amplitudy wywołującej to przemieszczenie siły o częstotliwości  $\nu\omega$ , przyłożonej w kierunku  $\beta$  w punkcie mocowania  $l$ -tego amortyzatora do fundamentu:

$$(2.4) \quad d^{(\nu)}_{kl\alpha\beta} = \frac{u^{(\nu)}_{k\alpha}}{f^{(\nu)}_{l\beta}}, \quad \nu = 1, 2, \dots$$

Gdy znane są współczynniki (2.4), z równań (2.2) i (2.3) wyznaczyć można macierze kolumnowe zespolonych amplitud  $\nu$ -tych harmonicznym przemieszczeń maszyny, przemieszczeń fundamentu w punktach zamocowania amortyzatorów i sił przenoszonych na fundament w tych punktach:

$$(2.5) \quad z^{(\nu)} = [M^{(\nu)} - L_1^{(\nu)} [(D^{(\nu)})^{-1} - L_2^{(\nu)}]^{-1} (L_1^{(\nu)})^T]^{-1} p^{(\nu)},$$

$$(2.6) \quad u^{(\nu)} = [L_2^{(\nu)} - (D^{(\nu)})^{-1}]^{-1} (L_1^{(\nu)})^T [M^{(\nu)} - L_1^{(\nu)} [(D^{(\nu)})^{-1} - L_2^{(\nu)}]^{-1} (L_1^{(\nu)})^T]^{-1} p^{(\nu)},$$

$$(2.7) \quad f^{(\nu)} = (D^{(\nu)})^{-1} [L_2^{(\nu)} - (D^{(\nu)})^{-1}]^{-1} (L_1^{(\nu)})^T [M^{(\nu)} - L_1^{(\nu)} [(D^{(\nu)})^{-1} - L_2^{(\nu)}]^{-1} (L_1^{(\nu)})^T]^{-1} p^{(\nu)}.$$

Poniżej rozpatrzone zagadnienie wyznaczania współczynników (2.4) na podstawie pomiarów w układzie rzeczywistym.

### 3. Wyznaczenie współczynników podatności dynamicznej fundamentu

Dla wyznaczenia wszystkich elementów macierzy  $D^{(\nu)}$  należy dysponować układem  $36n^2$  liniowo niezależnych równań, w których niewiadomymi będą jedynie współczynniki (2.4). Równania (2.2) i (2.3) pozwalają napisać układ  $6n$  równań

$$(3.1) \quad u^{(\nu)} = D^{(\nu)} [(L_1^{(\nu)})^T (M^{(\nu)})^{-1} (L_1^{(\nu)} u^{(\nu)} - p^{(\nu)}) + L_2^{(\nu)} u^{(\nu)}],$$

lub

$$(3.2) \quad (L_2^{(\nu)})^{-1} [f^{(\nu)} + (L_1^{(\nu)})^T [E + (M^{(\nu)})^{-1} L_1^{(\nu)} (L_2^{(\nu)})^{-1} (L_1^{(\nu)})^T]^{-1} (M^{(\nu)})^{-1} [p^{(\nu)} - L_1^{(\nu)} (L_2^{(\nu)})^{-1} f^{(\nu)}]] = D^{(\nu)} f^{(\nu)},$$

gdzie  $E$ -macierz jednostkowa.

Dodatkowe  $6n(6n-1)$  równania uzyskać można na podstawie równań (3.1), zmieniając wartości  $p^{(v)}$  lub wartości elementów macierzy  $L_1^{(v)}$  i  $L_2^{(v)}$  oraz mierząc po każdej zmianie wartości  $u^{(v)}$  bądź na podstawie równań (3.2), zmieniając wartości  $p^{(v)}$  lub wartości elementów macierzy  $L_1^{(v)}$  i  $L_2^{(v)}$  oraz mierząc wartości  $f^{(v)}$ . Identyfikacja oparta na zmianie wartości elementów macierzy  $L_1^{(v)}$  i  $L_2^{(v)}$  jest w ogólnym przypadku korzystniejsza od wyznaczania elementów macierzy  $D^{(v)}$  na podstawie (3.1) lub (3.2) przy zmianach wartości  $p^{(v)}$ , gdyż fundament może być wówczas obciążany siłami o amplitudach zbliżonych do wartości występujących w warunkach eksploatacyjnych. Wynika to z możliwości prowadzenia pomiarów  $u^{(v)}$  lub  $f^{(v)}$  w trakcie pracy maszyny, t.j. przy fundamencie obciążonym masą maszyny i przy wartościach  $p^{(v)}$  odpowiadających normalnej eksploatacji.

Dla  $i$ -tego wariantu pomiarowego napisać można zależność (3.2) w postaci:

$$(3.3) \quad v_i^{(v)} = D^{(v)} f_i^{(v)},$$

gdzie:

$$v_i^{(v)} = (L_2^{(v)})_i^{-1} [f_i^{(v)} + (L_1^{(v)})_i^T [E + (M^{(v)})^{-1} (L_1^{(v)})_i (L_2^{(v)})_i]^{-1} (L_1^{(v)})_i^T]^{-1} (M^{(v)})^{-1} [p^{(v)} - (L_1^{(v)})_i (L_2^{(v)})_i^{-1} f_i^{(v)}].$$

Wymaganą liczbę  $N = 6n$  wariantów pomiarowych celowe jest realizować tak, aby liczba zmian współczynnika sztywności  $i$ /lub współczynnika tłumienia każdego amortyzatora (podkładki elastycznej) wynosiła 6. Współczynniki te mogą być wówczas zmieniane w rozsądnych granicach, a w przypadku stosowania wymiany podkładek elastycznych wystarczyć może jeden komplet sześciu różnych podkładek.

Układ  $N$  równań (3.3) dla  $i = 1 \dots N$  napisać można w postaci:

$$(3.4) \quad V^{(v)} = D^{(v)} W^{(v)},$$

gdzie oznaczono:

$$V^{(v)} = [v_1^{(v)} v_2^{(v)} \dots v_N^{(v)}]$$

$$W^{(v)} = [f_1^{(v)} f_2^{(v)} \dots f_N^{(v)}].$$

Macierz  $W^{(v)}$  nie jest przy opisanym sposobie realizacji pomiarów osobliwa, zatem poszukiwana macierz współczynników podatności dynamicznej fundamentu określona jest relacją:

$$(3.5) \quad D^{(v)} = V^{(v)} (W^{(v)})^{-1}.$$

Analogicznie można wyznaczyć macierz  $D^{(v)}$  na podstawie zależności (3.1) i pomiarów wartości  $u^{(v)}$ .

#### 4. Uwagi końcowe

W odróżnieniu od bezpośredniej metody wyznaczania współczynników podatności dynamicznej fundamentów, dokładność opisanej powyżej metody zależy m.in. od błędów, z jakimi określone są współczynniki sztywności i tłumienia amortyzatorów. Metoda ta umożliwia jednakże identyfikację na podstawie pomiarów sił przenoszonych na fundament, które częstokroć mogą być wyznaczane z większą dokładnością niż przemieszczenia fundamentu, mierzone w metodzie bezpośredniej.

Dysponując wartościami współczynników podatności dynamicznej fundamentu można, przy danych ograniczeniach technicznych i ekonomicznych, dokonać na podstawie zależności (2.5) - (2.7) optymalnej syntezy układu amortyzacji, rozszerzając ją w uzasadnionych przypadkach na konstrukcję fundamentu.

Wyznaczone zgodnie z p. 3 współczynniki podatności uwzględniają tłumienie w amortyzatorach i w konstrukcji fundamentowej, zatem obliczone z zależności (2.5) drgania maszyny będą przesunięte w fazie w stosunku do sił wymuszających. W przypadku silników tłokowych (i innych maszyn o napędzanych niewyrównoważonych masach i ograniczonym źródle energii) wiąże się to z pewnym spadkiem średniej prędkości kątowej silnika w stosunku do jej wartości przy sztywnym posadowieniu. Spadek ten może być określony na podstawie zależności podanych w [3], które opisują dodatkowy moment oporowy na walc silnika tłokowego w funkcji parametrów drgań wykonywanych przez ten silnik.

#### Literatura cytowana w tekście

1. W. WODZICKI, *Drgania maszyn o korpusach odkształcalnych podpartych elastycznie na podatnej konstrukcji*. Mech. Teor. i Stos., 2, 13 (1975).
2. J. I. RUSZEWSKI, W. GAWROŃSKI i in., *Metoda sztywnych elementów skończonych*, Arkady, Warszawa 1975.
3. J. KOLENDA, *O przybliżonych metodach rozwiązania nieliniowych równań ruchu elastycznie posadowionych silników tłokowych*, Mech. Teor. i Stos., 4, 15 (1977).

#### Резюме

#### МЕТОД ИДЕНТИФИКАЦИИ ДИНАМИЧЕСКОЙ ПОДАТЛИВОСТИ ФУНДАМЕНТОВ МАШИН

В работе представлен метод определения коэффициентов динамической податливости фундаментов машин на основе результатов измерений сил передаваемых на фундамент или перемещении фундамента при разных характеристиках амортизаторов. Решаются уравнения движения рассматриваемой системы и приводятся зависимости, позволяющие при известных коэффициентах податливости фундамента вычислить колебания машины, силы передаваемые на фундамент и перемещения фундамента в точках воздействия этих сил.

#### Summary

#### IDENTIFICATION METHOD OF THE DYNAMICAL RECEPTANCES OF MACHINE FOUNDATIONS

In this paper the identification method of machine foundation dynamical receptances is presented on the basis of measurements of forces transmitted onto a foundation or displacements of a foundation at various properties of mountings. The motion equations of the system considered are solved and the formulae are given which enable us to calculate machine vibrations, forces transmitted onto a foundation and displacements of the loaded points of a foundation when the foundation receptances are known.

POLITECHNIKA GDAŃSKA  
INSTYTUT OKRĘTOWY

Praca została złożona w Redakcji dnia 19 grudnia 1977 r.