

ANALIZA SPRĘŻYSTO-PLASTYCZNA JARZMA POŁĄCZENIA SWORZNIOWEGO

JACEK KAPKOWSKI (WARSZAWA*)

1. Wstęp

We współczesnym projektowaniu konstrukcji uwzględnia się również plastyczne własności materiału, z którego jest ona wykonana. W pewnych fragmentach ustroju dopuszcza się powstanie odkształceń trwałych jeśli ze względu na lokalny charakter stref uplastycznionych nie prowadzi to do zniszczenia konstrukcji jako całości. Postępując tak, można bardziej realnie ocenić rzeczywistą nośność konstrukcji, czyli zaprojektować ją w sposób bardziej racjonalny. Jako nośność graniczną przyjmuje się takie obciążenia konstrukcji, przy których doznaje ona tak dużych odkształceń, że można traktować ją jak mechanizm.

Dla elementów o złożonym kształcie rachunkowe wyznaczenie nośności granicznej metodami teorii plastyczności jest często utrudnione. Korzysta się wtedy z obliczeń przybliżonych dających dolną ocenę nośności granicznej. Obliczenia te oparte na jednej z zasad ekstremalnych teorii plastyczności polegają na wbudowaniu w kontur elementu zestawu statycznie dopuszczalnych pól naprężeń. Oczywiście kombinacji takich statycznie dopuszczalnych pól naprężeń można dla danego przypadku dobrać wiele i dla każdej z nich otrzymuje się inną dolną ocenę nośności granicznej. Najbliższą rzeczywistości będzie naturalnie największa z tak otrzymanych ocen dolnych. Przy skomplikowanych kształtach elementów dobór statycznie dopuszczalnych pól naprężeń dokładnie odwzorowujących kontur jest bardzo trudny, a często niemożliwy. Dlatego też dokładną wartość nośności granicznej uzyskuje się drogą doświadczalnej analizy sprężysto-plastycznej pracy elementu konstrukcyjnego.

W teorii nośności granicznej, uwzględniając tylko końcowy stan obciążeń konstrukcji, pomija się analizę stanów obciążeń poprzedzających jej zniszczenie. Takie postępowanie może okazać się niewystarczające w przypadku obliczeń konstrukcji poddanych działaniu obciążeń zmiennych, w szczególności powtarzalnych. Proces rozwoju odkształceń plastycznych może przebiegać w różny sposób. Ogólnie mówiąc, konstrukcja, w której wystąpiły odkształcenia plastyczne nie powraca po obciążeniu do stanu wyjściowego. Pozostaje w niej pewien stan odkształceń i związany z nim stan naprężeń resztkowych. Przy ponownych cyklach obciążenia o tej samej wielkości konstrukcja może zachowywać się w dwojaki sposób:

a) podczas kolejnych cykli obciążenia powstawać będą niemalejące przyrosty odkształceń plastycznych, w konstrukcjach po dostatecznie dużej liczbie cykli następuje **zniszczenie przyrostowe**, w wyniku nieograniczonego wzrostu odkształceń konstrukcji;

*) W badaniach doświadczalnych brali również udział Jan Rembisz i Jan Zacharzewski (Rzeszów) w ramach pracy przejściowej wykonywanej w Politechnice Warszawskiej.

b) przy obciążeniach cyklicznych, różnoimiennych, odkształcenia trwałe mogą pozostać ograniczone, ale w wyniku cykli odkształceń plastycznych przeciwnych znaków występuje **zmęczenie plastyczne** (niskocyklowe — po kilku do kilku tysięcy cykliach obciążenia).

Określenie warunków, które zapewniają, że w konstrukcji nie wystąpią opisane mechanizmy zniszczenia jest przedmiotem teorii adaptacji (przystosowania się) konstrukcji do obciążeń zmiennych. Obliczenia według teorii adaptacji istotne są dla konstrukcji wykonanych z materiałów, dla których w stanie plastycznym zależność naprężenie — odkształcenie jest niejednoznaczna.

Można powiedzieć, że konstrukcja przystosuje się do obciążeń cyklicznie zmiennych jeśli zajdzie jedna z dwóch ewentualności:

1. naprężenia resztkowe, powstające w trakcie cykli początkowych, redukują naprężenia wypadkowe w następnych cyklach tak, że reakcja konstrukcji na kolejne cykle obciążeń będzie czysto sprężysta i nie wystąpią w niej nowe odkształcenia trwałe;

2. naprężenia resztkowe, powstałe w poprzednim cyklu obciążeń, spowodują taką redystrybucję naprężeń wypadkowych, że w kolejnych cyklach odkształcenia plastyczne będą coraz mniejsze. W wyniku tego sumaryczne odkształcenia plastyczne będą dążyły do pewnych wartości skończonych.

W niniejszej pracy zawarte są wyniki badań doświadczalnych dla jarzma połączenia sworzniowego o zadanym kształcie. Jest to element konstrukcyjny stosowany wtedy, gdy dwa fragmenty konstrukcji połączone są sworzniem, przy czym na ogół zakłada się, że sworzień umieszczony jest suwliwie w jarzmach. Jako przykład kształtu jarzma wybrano kształt okucia głównego skrzydła samolotu. Do wyznaczenia obszarów plastycznych zastosowano metodę elastooptycznej warstwy powierzchniowej [1], która pozwala na badanie stanu odkształceń w konstrukcji przy obciążeniach powodujących lokalne przekroczenie granicy plastyczności. Doświadczenia przeprowadzono w dwóch etapach:

a) badania przy wzrastających obciążeniach jednokrotnych (na modelu duralowym), mające na celu obserwację propagacji obszarów plastycznych i wyznaczenie nośności granicznej;

b) badania przy obciążeniach powtarzalnych (na modelach stalowych) mające na celu określenie procesu przystosowania się (adaptacji) elementu dla danego poziomu obciążeń.

Ważniejsze oznaczenia

- R_e granica plastyczności dla stali [MN/m²]
- E_s moduł sprężystości dla stali [MN/m²]
- ν_s liczba Poissona dla stali
- R_{02} umowna granica plastyczności dla duralu [MN/m²]
- E_d moduł sprężystości dla duralu [MN/m²]
- ν_d liczba Poissona dla duralu
- m rząd izochromy
- k wartość izochromy wyznaczona przez cechowanie elastooptycznej warstwy powierzchniowej
- m_{gr} rząd izochromy granicznej wyznaczającej granicę obszaru plastycznego
- n liczba cykli obciążenia powtarzalnego
- n_p liczba cykli obciążenia potrzebna do przystosowania
- P siła obciążająca jarzmo [N]

P_0 siła przyjęta jako umowna wartość nośności granicznej jarzma [N]

P_{spr} nośność sprężysta — siła, przy której występują pierwsze odkształcenia trwałe [N]

P_{pl} nośność graniczna jarzma wyznaczona doświadczalnie [N]

P_r teoretycznie określona dolna ocena nośności granicznej jarzma [N]

Poziome obciążenia określa się następującymi współczynnikami:

$$q = \frac{P}{P_0} \text{ współczynnik obciążenia statycznego}$$

$$q_{spr} = \frac{P_{spr}}{P_0}; \quad q_{pl} = \frac{P_{pl}}{P_0}$$

$$f = \frac{P_{pl}}{P_r} \text{ współczynnik zwiększenia nośności granicznej według [2]}$$

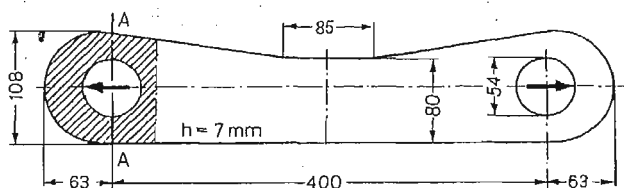
$$p = \frac{P}{P_{spr}} \text{ współczynnik obciążenia powtarzalnego}$$

Jak łatwo stwierdzić, między współczynnikami p i q zachodzi zależność

$$p = \frac{q}{q_{spr}}$$

2. Badanie przy obciążeniach jednokrotnych

2.1. Przygotowanie modelu i badania wstępne. Model jarzma wykonano z duralu PA-6 o grubości 7 mm według rysunku 1. Model ten ze względów technicznych (prostota układu obciążającego) zaprojektowano w kształcie zestawionych razem dwóch symetrycznych części, odpowiadających konturowi jarzma. Kształt jarzma jest więc taki, jak na przykład



Rys. 1

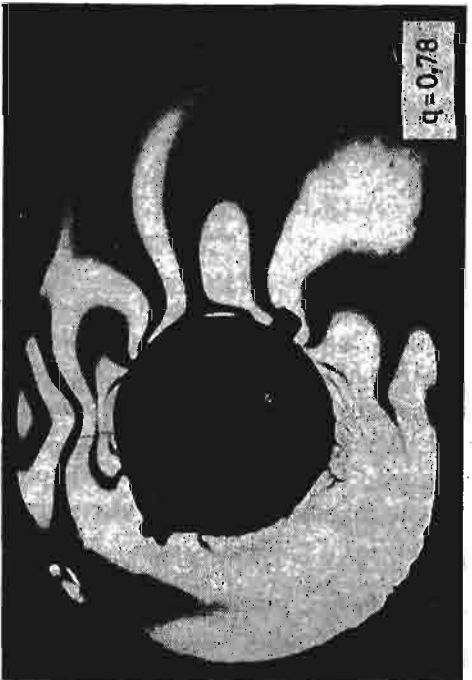
połówka modelu po lewej stronie płaszczyzny symetrii. Oddziaływanie sworznia przedstawiono na rysunku 1 jako siłę skupioną. Model jarzma po wypolerowaniu i wytrawieniu pokryto obustronnie (dla uniknięcia zginania) elastoptyczną warstwą powierzchniową o grubości 2 mm z żywicy epoksydowej. W celu wyznaczenia parametrów charakterystyki materiału modelu przeprowadzono ścisłą próbę rozciągania na znormalizowanych próbkach dziesięciokrotnych. Średnie wartości parametrów fizycznych wynoszą:

$$R_{0.2} = 226 [\text{MN/m}^2]; \quad E_a = 7,1 \cdot 10^4 [\text{MN/m}^2]; \quad \nu_d = 0,33.$$

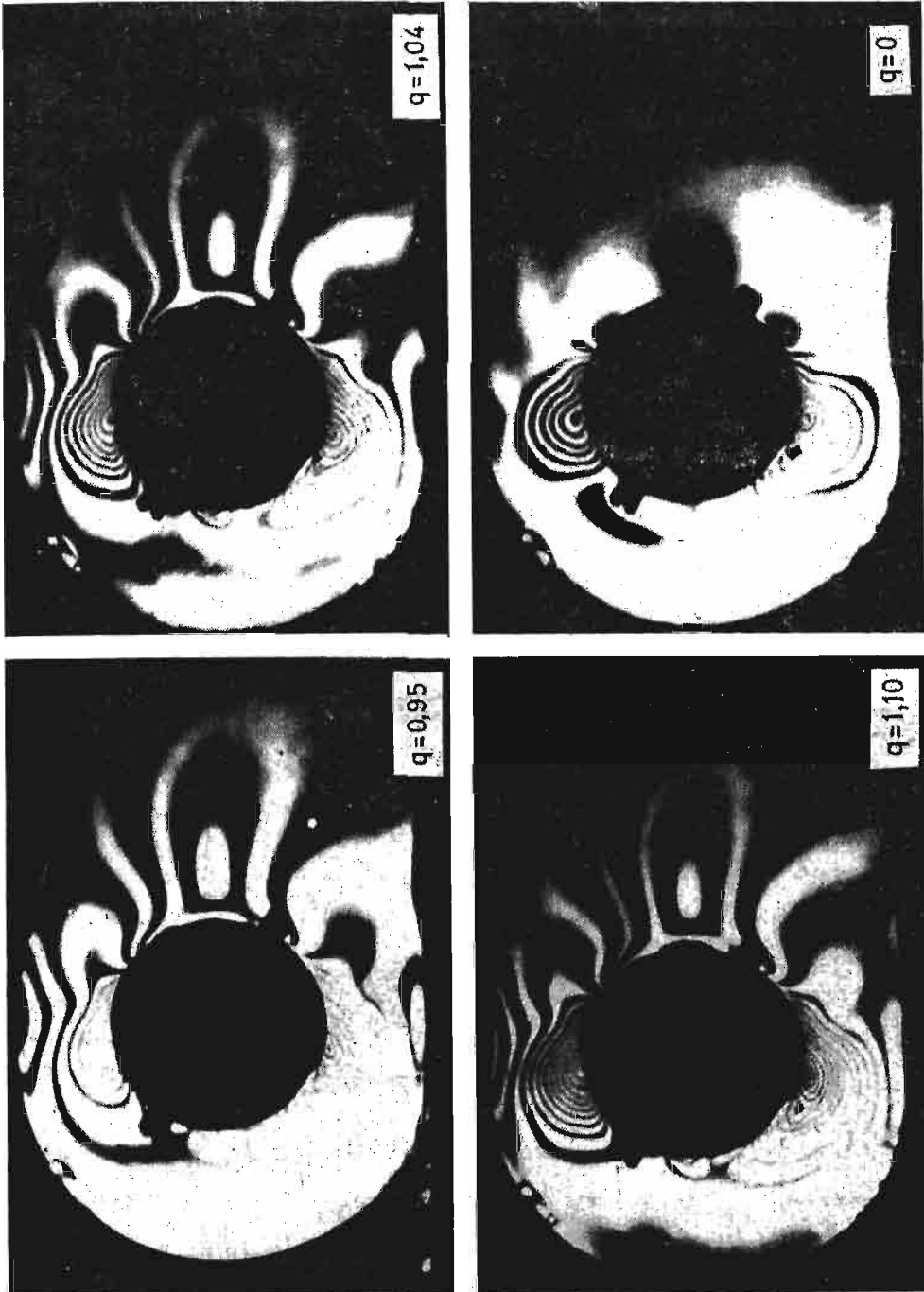
Wykonano również pomiary czułości pokrycia na próbkach rozciąganych, wykonanych z duralu z naklejoną elastoptyczną warstwą powierzchniową. Odkształcenia próbek mierzono tensometrami mechanicznymi. Wyznaczona wartość izochromy wynosiła:

$$k = 1,08 \cdot 10^{-3} [1/\text{rząd izochromy}].$$

dla światła o długości fali $\lambda = 447 \text{ nm}$



Rys. 2



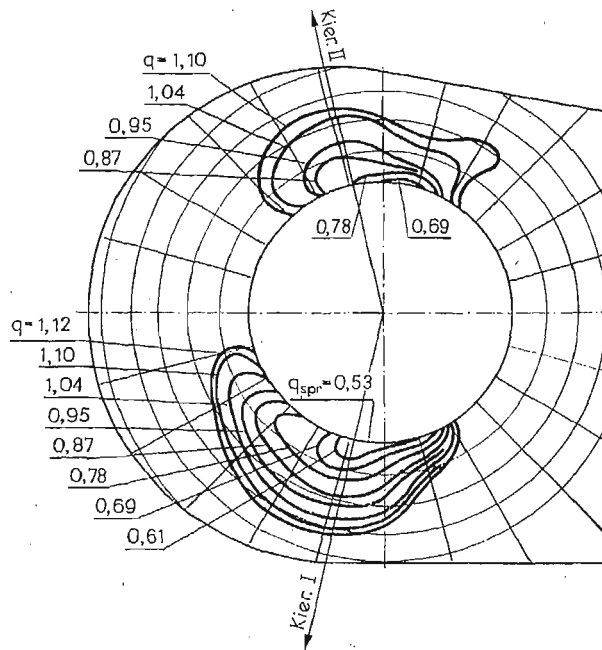
Rys. 2a

2.2. Przeprowadzenie doświadczenia. Model jarzma poddawano rozciąganiu (jak na rys. 1) przy niewielkich przyrostach współczynnika q . Jako wartość odniesienia (umowną nośność graniczną jarzma) przyjęto siłę wynikającą z jednoosiowego rozciągania jarzma w przekroju A-A naprężeniami równymi granicy plastyczności (R_{02}). Dla poszczególnych poziomów obciążenia rejestrowano fotograficznie obrazy izochrom w świetle monochromatycznym ($\lambda = 447 \text{ nm}$) spolaryzowanym kołowo. W rezultacie otrzymano pełny obraz rozwoju izochrom w trakcie procesu obciążenia (rys. 2). Po każdym kilku etapach obciążenia, odciążano model, rejestrując także izochromy wynikające z resztkowego stanu odkształceń.

2.3. Analiza wyników. Wyznaczenie granic obszarów plastycznych przeprowadzono metodą podaną w pracach [1], [3]. Przy warunku plastyczności Hubera-Mizesa i dla zastosowanego materiału modelu, granica ta jest izochromą o rzędzie

$$m_{gr} = \frac{1+0,33}{7,1 \cdot 10^4 \cdot 1,08 \cdot 10^{-3}} \frac{226}{0,933} = 4,2.$$

Obraz granic obszarów plastycznych pokazano na rysunku 3, dla różnych poziomów obciążenia określonych współczynnikiem q . Należy tu dodać, że wartość tego współczynnika skorygowano, uwzględniając udział elastooptycznej warstwy powierzchniowej w przenosze-



Rys. 3

niu obciążenia działającego na model. Wyniki wskazują, że najbardziej intensywny rozwój obszarów plastycznych występuje w kierunkach I i II. Pierwsze odkształcenia trwałe pojawiają się na brzegu otworów w kierunku I przy współczynniku obciążenia

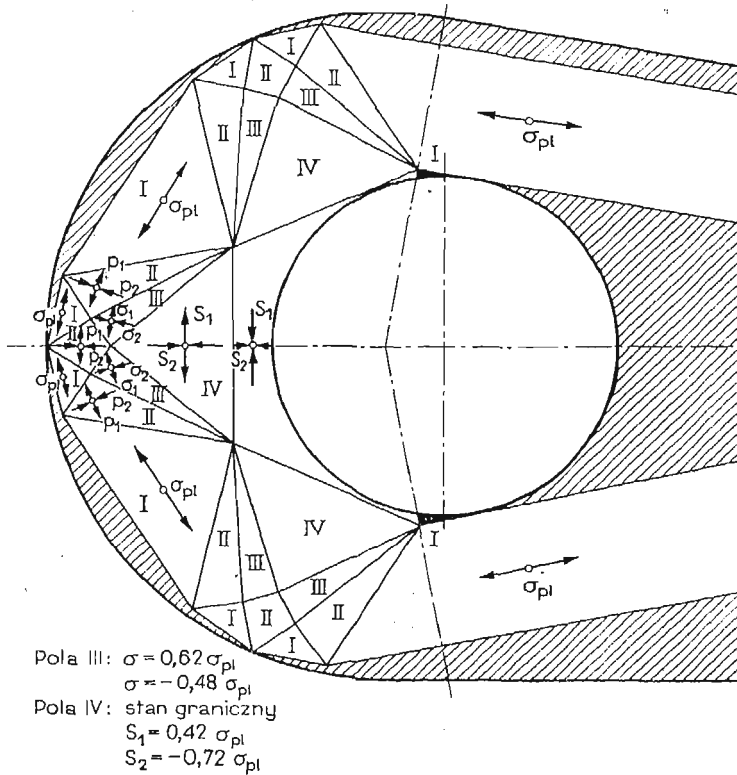
$$q_{spr} = 0,53.$$

Analizując wędrówkę granicy obszaru plastycznego wzdłuż kierunku I otrzymano nośność graniczną określoną współczynnikiem

$$q_{pl} = 1,21,$$

przy której uplastycznienie obejmuje cały przekrój jarzma poniżej otworu (kierunek I).

Pola I : stan graniczny
 Pola II : stan graniczny
 $p_1 = 0,84 \sigma_{pl}$
 $p_2 = -0,27 \sigma_{pl}$



Rys. 4

Dla porównania przeprowadzono analizę nośności granicznej jarzma metodą statycznie dopuszczalnych pól naprężeń [4]. Na rysunku 4 przedstawiono taki zestaw nieciągłych pól naprężeń, który dał najwyższą ocenę dolną nośności granicznej. Wynosi ona:

$$(q_{pl})_T = 0,75.$$

Na rysunku tym zakreślono obszary zerowe (wolne od naprężeń). Współczynnik zwiększenia nośności granicznej w stosunku do pola z rysunku 4 wynosi zatem

$$f = \frac{1,21}{0,75} = 1,61.$$

3. Obciążenia powtarzalne

Do badania przy obciążeniach cyklicznych powtarzalnych przygotowano modele jarzma ze stali ST-3. Zastosowano ten materiał, ponieważ wykazuje on niejednoznaczność zależności $\sigma - \varepsilon$ przy $\sigma = R_e$. Jak wiadomo [5], [6] proces przystosowania elementu konstrukcyjnego polega na tym, że po określonej liczbie cykli takiego samego obciążenia dla współczynnika $p \geq 1$ następuje stabilizacja obszarów plastycznych. Przy następnych cyklach zasięg obszaru uplastycznionego nie zwiększa się i nie występują nowe odkształcenia trwałe.

3.1. Przygotowanie modelu i badania wstępne. Modele jarzma (wg rys. 1) wykonano z blachy o grubości 5 mm. Blacha poddana została obustronnemu struganiu i szlifowaniu, aby uzyskać gładką powierzchnię o odpowiednich właściwościach odbijających światło. Po wycięciu kształtu, powierzchnie modelu wytrawiono i pokryto elastooptyczną warstwą powierzchniową o grubości 2 mm. Parametry fizyczne materiału modelu wyznaczono na znormalizowanych próbkach dziesięciokrotnych. Wyznaczono wielkości:

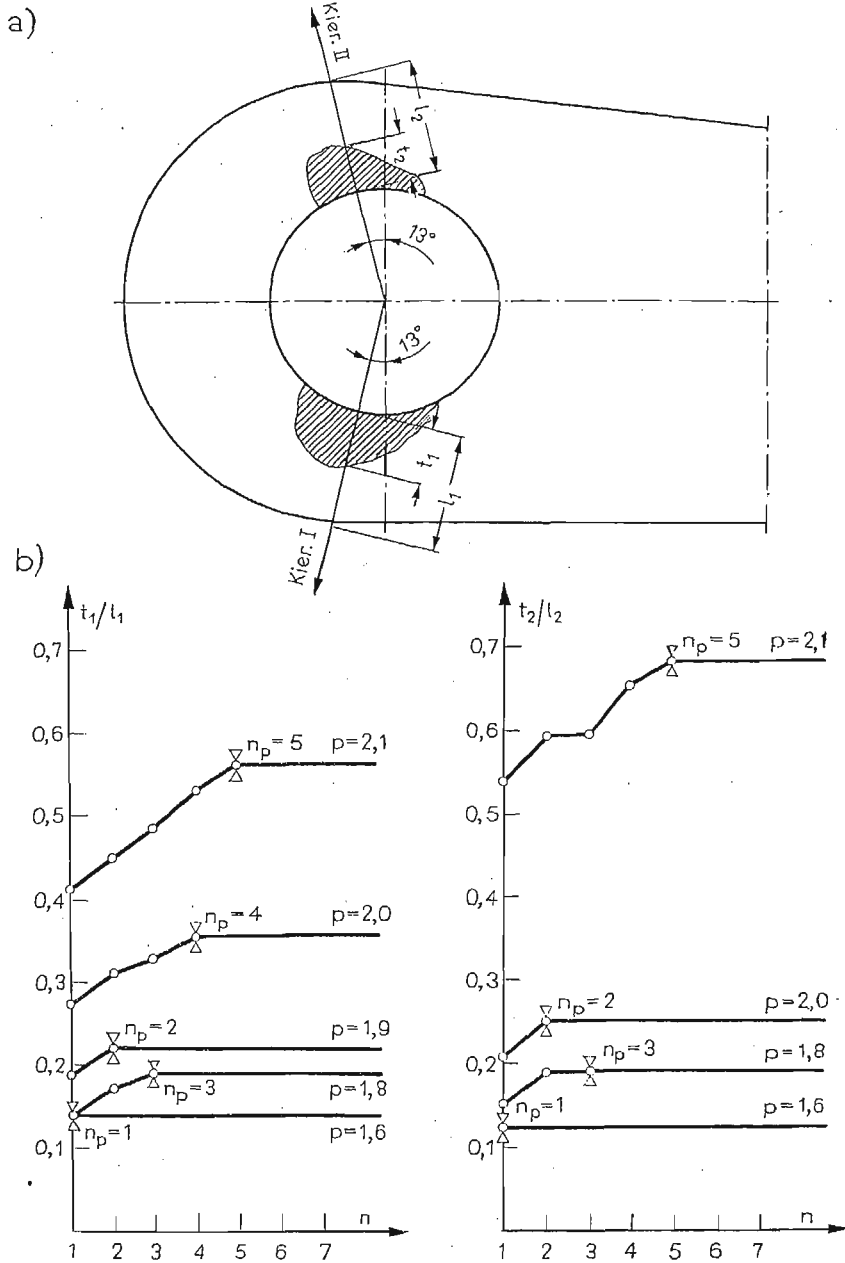
$$R_e = 208 [\text{MN}/\text{m}^2]; \quad E_s = 2,18 \cdot 10^5 [\text{MN}/\text{m}^2]; \quad \nu_s = 0,30.$$

3.2. Przeprowadzenie doświadczenia. Model jarzma poddawano rozciąganiu w tych samych uchwytach, które używane były przy badaniu modelu duralowego (rozdz. 2). Na modelu naniesiono kierunki I i II najbardziej intensywnego rozwoju obszarów plastycznych wyznaczone w poprzednich badaniach. Badania prowadzone były w ten sposób, że przykładano obciążenie o pewnym współczynniku $p \geq 1$, rejestrowano obraz izochrom, następnie model odciążano i powtarzano wielokrotnie taki cykl przy tym samym współczynniku p . Analiza wyników pozwoliła zatem określić liczbę cykli, po których granica obszarów plastycznych przestawała się przesuwać. Jest to liczba cykli (n_p) potrzebna do przystosowania się jarzma przy danym poziomie obciążenia. W dalszym ciągu doświadczenia zwiększano współczynnik p i przeprowadzano całą procedurę jak poprzednio.

3.3. Omówienie wyników. Otrzymane współrzędne granicy obszarów plastycznych w kierunkach I i II pozwoliły na zbudowanie wykresów przystosowania przedstawionych na rysunku 5. Widać z nich, że dla różnych poziomów obciążenia liczba cykli potrzebnych do przystosowania jest różna. Na ogół n_p wzrasta wraz ze wzrostem współczynnika p . Dla współczynnika $p \leq 1,6$ przystosowanie jarzma zachodzi podczas pierwszego cyklu obciążenia.

Porównując rysunek 3 i 5b można stwierdzić pewne różnice w położeniu granic obszarów plastycznych dla modeli duralowych i stalowych. Na ogół obszary plastyczne w modelu duralowym mają większy zasięg niż w stalowym. Wynika to z małej dokładności odczytywania izochromy granicznej w modelach wykonanych z miękkiej stali. W tym bowiem przypadku izochromy są nieregularne, mają kształt „postrzępiony”. Nie ma to jednak wpływu na określenie stabilizacji izochrom, czyli na ustalenie liczby cykli (n_p) potrzebnej do przystosowania.

Należy tu dodać, że próby określające przystosowanie jarzma przeprowadzono w sposób uproszczony. Zasadniczo dla każdego poziomu, obciążenie powtarzalne powinno być realizowane na nowym modelu, aby wyeliminować wpływ „pamięci materiału”. Ze względów technicznych próby wykonywane były na jednym modelu. W celu sprawdzenia pra-



Rys. 5

widłowości wyników wykonano dodatkowe badania na nowych modelach dla kilku wybranych poziomów obciążenia. Te badania potwierdziły poprzednie wyniki (odnośnie liczby cykli n_p), co świadczy o tym, że rezultaty dotyczące innych współczynników p można również uznać za wiarygodne.

Literatura cytowana w tekście

1. J. KAPKOWSKI, J. STUPNICKI, *Badanie sprężysto-plastycznych płaskich stanów naprężeń metodą pokryć optycznie czynnych*, Archiwum Budowy Maszyn, 1, 17 (1971).
2. L. DIETRICH, J. MIASTKOWSKI, W. SZCZEPIŃSKI, *Nośność graniczna elementów konstrukcji*, PWN, Warszawa 1968.
3. A. J. ALEKSANDROW, M. H. ACHMETZIANOW, *Polarizacyjno-optyczne metody mechaniki deformującego ciała*, Izd. „Nauka” Moskwa 1973.
4. W. SZCZEPIŃSKI, *Projektowanie elementów maszyn metodą nośności granicznej*, PWN, Warszawa 1968.
5. J. KAPKOWSKI, *Badania adaptacji rozciąganego pasma z otworem*, Archiwum Budowy Maszyn, 2, 22 (1975).
6. J. A. KÖNIG, *Teoria przystosowania konstrukcji*, Wyd. Zakład Narodowy im. Ossolińskich, Warszawa 1971.

Резюме

УПРУГО-ПЛАСТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ ПРОУШИН СТЕРЖНЕВОГО СОЕДИНЕНИЯ

В работе представлены результаты экспериментальных исследований проушин стержневого соединения, подвергаемых однократным и циклическим нагрузкам. Анализ распространения пластических областей проводится методом оптически активных покрытий. Определены границы пластических областей для возрастающих уровней нагрузки, а также развитие пластических областей после очередных циклов. Это дало возможность определения числа циклов, после которого исследуемый элемент приспособливается к данному уровню циклической нагрузки.

Summary

ELASTIC-PLASTIC ANALYSIS OF BRIDGE PLATE OF PIN JOINTS

The subject matter of the paper are the results of experimental analysis of a bridge plate of pin joints subject to a single and a repeated load. The growth of plastic regions was studied by the method of photoelastic coating. The boundaries of the plastic regions were determined for increasing load levels as well as the development of the plastic regions due to successive load cycles. This enables the number of cycles to be determined, after which the structural element tested is adapted for a repeated load of prescribed intensity.

POLITECHNIKA WARSZAWSKA

Praca została złożona w Redakcji dnia 5 lutego 1978 r.

Praca uzyskała II nagrodę w ogólnopolskim konkursie na pracę doświadczalną w mechanice, organizowanym w 1977 r. przez Oddział Częstochowski PTMTiS.