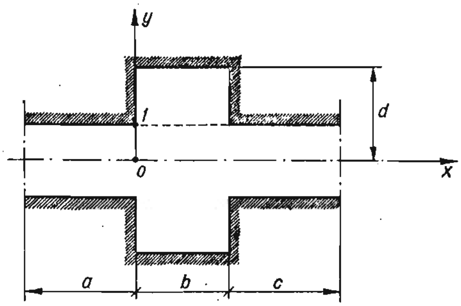
MECHANIKA
TEORETYCZNA
I STOSOWANA
1, 14 (1976)

POWOLNY PRZEPŁYW CIECZY LEPKIEJ W PŁASKIM KANALE O NAGŁYM LOKALNYM ROZSZERZENIU

EDWARD WALICKI, ANDRZEJ TOPOLIŃSKI (BYDGOSZCZ)

Przepływy cieczy lepkich w kanałach płaskich i okrągłych o lokalnych zmianach przekroju występują w różnych zagadnieniach technicznych i od dawna budziły zainteresowanie wielu autorów. W pracy [2] dokonano przeglądu technicznych zagadnień przepływowych, które można sprowadzić do modelu przepływu w kanale o lokalnej zmianie przekroju. W pracach [13, 14] podano przykłady zastosowań biologicznych takiego modelu przepływu.

Badaniami płaskich przepływów w kanałach o nagłych rozszerzeniach — lub przepływów, które do takiego modelu dały się sprowadzić — zajmowano się w pracach [3, 7–11, 17, 19, 21]. Natomiast prace [3, 13, 20] podają opisy przepływów osiowo-symetrycznych w kanałach okrągłych o nagłych zmianach przekroju.



Rys. 1

Celem tej pracy jest uzyskanie numerycznego rozwiązania zagadnienia powolnego, ustalonego przepływu cieczy lepkiej w płaskim kanale o nagłym lokalnym rozszerzeniu (rys. 1). Przyjęto następujące założenia upraszczające dotyczące właściwości cieczy: $\varrho = \text{const}$, $\mu = \text{const}$. Równaniami określającymi stan mechaniczny przepływającej cieczy są, przy tych założeniach, równania Naviera–Stokesa i równanie ciągłości.

Badanie przepływu cieczy ograniczono do przypadku przepływu symetrycznego i do małych liczb Reynoldsa ($\text{Re} \leqslant 50$), dla których przepływ jest stateczny [4, 5, 8, 18]. Wymiary a i c przyjęto na tyle duże, by — przy zmiennych wymiarach b i d — wpływ zaburzeń powstałych w miejscach zmian przekroju kanału na rozkład prędkości na wlocie i wylocie z kanału był pomijalnie mały.

1. Równania ruchu i warunki brzegowe

Dla płaskiego ustalonego przepływu cieczy lepkiej równania Naviera-Stokesa i równanie ciągłości mają postać:

$$
\begin{aligned}
& u\frac{\partial u}{\partial x}+v\frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{1}{\varrho}\frac{\partial \varrho}{\partial x}+\nu\left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}\right),\\
(1.1)\qquad & u\frac{\partial v}{\partial x}+v\frac{\partial v}{\partial y} = -\frac{1}{\varrho}\frac{\partial p}{\partial y}+\nu\left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 v}{\partial y^2}\right),\\
& \frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\partial v}{\partial y} = 0.
\end{aligned}
$$

Wprowadzając funkcję prądu określoną zależnościami

$$
u = -\frac{\partial \psi}{\partial y}, \qquad v = \frac{\partial \psi}{\partial x} \tag{1.2}
$$

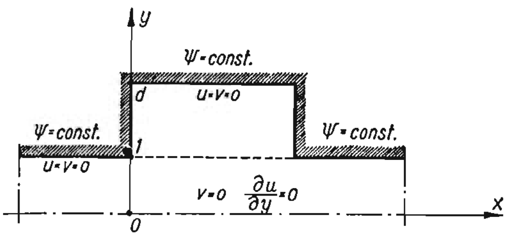
oraz eliminując ciśnienie p z układu równań (1.1) otrzymamy [1]

$$
\frac{\partial \psi}{\partial x}\frac{\partial \zeta}{\partial y}-\frac{\partial \psi}{\partial y}\frac{\partial \zeta}{\partial x} = \nu\Delta\zeta. \tag{1.3}
$$

Tutaj ζ jest wirowością związaną z funkcją prądu ψ zależnością

$$
\Delta\psi = \frac{\partial v}{\partial x}-\frac{\partial u}{\partial y} = \zeta. \tag{1.4}
$$

W wyniku przyjętego wyżej założenia symetrii przepływu można rozważać obszar «połówkowy» przedstawiony na rys. 2.



Rys. 2

Aby uzyskane rozwiązanie układu równań (1.3), (1.4) równoważnego układowi (1.1) było dogodne w praktycznych zastosowaniach wprowadzimy zmienne bezwymiarowe.

Niech będzie:

U_1 średnią prędkością przepływu cieczy w węższej części kanału,
$2L_1$ szerokością tej części kanału,
U_2 średnią prędkością przepływu cieczy w szerszej części kanału,
$2L_2$ szerokością tej części kanału.

Z warunku ciągłości przepływu cieczy w kanale wynika równość

$$
2U_1L_1 = 2U_2L_2,
$$

stąd

$$\mathrm{Re} = \mathrm{Re}_1 = \mathrm{Re}_2,$$

gdzie

$$\mathrm{Re}_1 = \frac{2U_1L_1}{\nu}, \quad \mathrm{Re}_2 = \frac{2U_2L_2}{\nu}.$$

Oznaczając $L = L_1$, $U = U_1$ oraz kreskując wielkości bezwymiarowe otrzymamy związki:

(1.5)
$$x = Lx', \quad y = Ly', \quad u = Uu', \quad v = Uv',$$
$$p = \frac{1}{2}\varrho U^2 p', \quad \psi = UL\psi', \quad \zeta = \frac{U}{L}\zeta', \quad \mathrm{Re} = \frac{2UL}{\nu}.$$

Wprowadzając zależności (1.5) do równań (1.1) lub do równań (1.3), (1.4) otrzymamy bezwymiarową postać równań ruchu. Opuszczając w tych równaniach (dla uproszczenia zapisu) kreski przy wielkościach bezwymiarowych otrzymamy

(1.6)
$$\left(\frac{\partial\psi}{\partial x}\frac{\partial\zeta}{\partial y} - \frac{\partial\psi}{\partial y}\frac{\partial\zeta}{\partial x}\right)\mathrm{Re} = \Delta\zeta,$$

(1.7)
$$\Delta\psi = \zeta.$$

Warunki brzegowe dla równań (1.6), (1.7) i obszaru przepływu ograniczonego, jak na rys. 2, przyjęto w postaci:

a) ciecz na «wejściu» $x = -a$ i na «wyjściu» $x = b+c$ z kanału płynie ruchem laminarnym o parabolicznym rozkładzie prędkości. Oznacza to, że funkcja prądu ma następującą postać na «wejściu» i na «wyjściu» z kanału

(1.8)
$$\psi = \left(y - \frac{y^3}{3}\right),$$

natomiast zgodnie z zależnością (1.4), funkcja wirowości określona jest wzorem

(1.9)
$$\zeta = -2y;$$

b) składowe prędkości na ściankach kanału spełniają zależności

$$U = v = 0;$$

wynikają stąd warunki:

(1.10)
$$\frac{\partial\psi}{\partial n} = 0, \quad \frac{\partial\psi}{\partial s} = 0, \quad \psi = \mathrm{const}$$

na ściankach kanału $\left(\frac{\partial}{\partial n}, \frac{\partial}{\partial s}\right.$ oznaczają pochodne w kierunku normalnej i stycznej do ścianki$\left.\right)$;

c) składowe prędkości na osi symetrii spełniają warunki:

$$v = 0, \quad \frac{\partial v}{\partial x} = 0, \quad \frac{\partial u}{\partial y} = 0;$$

z warunkami tymi związane są na osi symetrii zależności

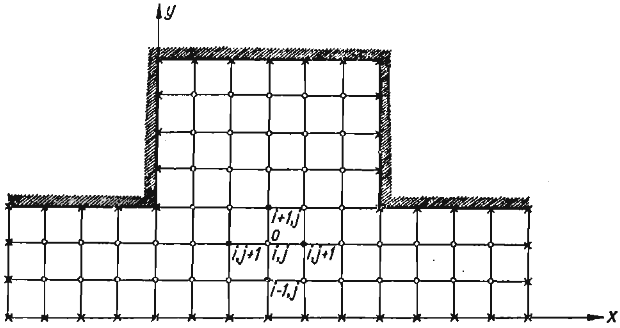
(1.11)
$$\zeta = 0, \quad \psi = 0.$$

2. Schemat różnicowy równań ruchu

Pokryjmy obszar przepływu płynu (rys. 3) siatką prostych równoległych odpowiednio do osi współrzędnych:

$$x = x_0 + ih \quad (i = 1, 2 \dots),$$
$$y = y_0 + jh \quad (j = 1, 2 \dots).$$

Punkty przecięcia się prostych nazywać będziemy węzłami, a wielkość h — krokiem siatki.



Rys. 3

Dwa węzły nazywać będziemy sąsiednimi, jeżeli oddalone są od siebie w kierunku osi x lub y o wielkość kroku siatki. Węzły znajdujące się na brzegu obszaru przepływu nazywać będziemy węzłami brzegowymi, pozostałe węzłami wewnętrznymi. Na rys. 3, przedstawiającym obliczeniowy obszar przepływu, węzły brzegowe oznaczone krzyżykiem wyznaczają granicę siatkową obszaru; węzły wewnętrzne oznaczono kółkiem. Węzły siatki numerujemy przyporządkowując każdemu z nich numer wiersza i kolumny, w których się znajduje.

Zastępując pochodne występujące w równaniach (1.6) i (1.7) prostymi wyrażeniami różnicowymi [18, 19] otrzymujemy wzory dla $\psi_{i,j}$ oraz $\zeta_{i,j}$, w punkcie O w zależności od wartości tych funkcji w węzłach sąsiednich (zaczernionych na rys. 3):

$$\zeta_{i,j} = \frac{1}{4}(\zeta_{i+1,j} + \zeta_{i,j+1} + \zeta_{i-1,j} + \zeta_{i,j-1}) - \frac{\mathrm{Re}}{32}[(\zeta_{i+1,j} + \\ - \zeta_{i-1,j})(\psi_{i,j+1} - \psi_{i,j-1}) + (\zeta_{i,j+1} - \zeta_{i,j-1})(\psi_{i-1,j} - \psi_{i+1,j})], \tag{2.1}$$

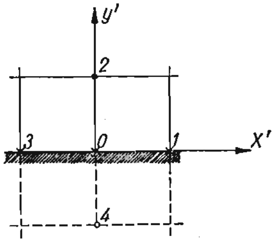
$$\psi_{i,j} = \frac{1}{4}(\psi_{i+1,j} + \psi_{i,j+1} + \psi_{i-1,j} + \psi_{i,j-1}) - \frac{1}{4}h^2\zeta_{i,j}. \tag{2.2}$$

3. Rozwiązywanie równań różnicowych

Przyjęte w poprzednim punkcie pracy przybliżone równania różnicowe rozwiążemy metodą iteracji. Po założeniu wartości początkowych $\psi^0_{i,j}$ oraz $\zeta^0_{i,j}$ we wszystkich węzłach siatki użyjemy zależności (2.1) i (2.2) do wyliczenia nowych wartości ψ i ζ w węzłach siatki.

Z istniejących metod iteracyjnych [6] wprowadzania «poprawionych» wartości ψ i ζ w pracy zastosowano tak zwaną stopniową jawną metodę polegającą na obliczaniu poszukiwanych wartości ψ i ζ z węzła na węzeł przy użyciu wartości dopiero co wyliczonych.

Wartości funkcji prądu i funkcji wirowości na granicach obszaru obliczeniowego rozdzielających obszar ciekły, to znaczy na wlocie i wylocie z kanału, są znane i stałe w ruchu ustalonym. Natomiast na ściankach znane są jedynie wartości funkcji prądu. Wartości funkcji wirowości są początkowo (tak, jak w całym obszarze obliczeń) założone możliwie blisko przewidywanych, a następnie w toku procesu iteracyjnego przybliżane za pomocą przedstawionego dalej postępowania.



Rys. 4

Rozważmy wartości ψ w otoczeniu punktu O leżącego na brzegu obszaru (rys. 4). Linie siatki przedstawionej na rysunku są odpowiednio prostopadłe i równoległe do ścianki ograniczającej przepływ cieczy. Rozwijając ψ w szereg Taylora — względem zmiennej y — w otoczeniu punktu O otrzymamy

$$\psi_2 = \psi_0 + h\left(\frac{\partial\psi}{\partial y}\right)_0 + \frac{h^2}{2!}\left(\frac{\partial^2\psi}{\partial y^2}\right)_0 + \frac{h^3}{3!}\left(\frac{\partial^3\psi}{\partial y^3}\right)_0 + \dots \tag{3.1}$$

Z równania (1.7) otrzymujemy dla punktu O

$$\left(\frac{\partial^2\psi}{\partial y^2}\right)_0 = \zeta_0 - \left(\frac{\partial^2\psi}{\partial x^2}\right)_0. \tag{3.2}$$

Różniczkując (1.7) względem y otrzymamy

$$\begin{gathered}\left(\frac{\partial^3\psi}{\partial y^3}\right)_0 = \left(\frac{\partial\zeta}{\partial y}\right)_0 - \frac{\partial^2}{\partial x^2}\left(\frac{\partial\psi}{\partial y}\right)_0,\\ \left(\frac{\partial^4\psi}{\partial y^4}\right)_0 = \left(\frac{\partial^2\zeta}{\partial y^2}\right)_0 - \frac{\partial^2}{\partial x^2}\left(\frac{\partial^2\psi}{\partial y^2}\right)_0 = \left(\frac{\partial^2\zeta}{\partial y^2}\right)_0 - \left(\frac{\partial^2\zeta}{\partial x^2}\right)_0 + \left(\frac{\partial^4\psi}{\partial x^4}\right)_0.\end{gathered} \tag{3.3}$$

Uwzględniając (3.2), (3.3) oraz dwie pierwsze zależności warunków (1.10), otrzymamy

$$\psi_2 = \psi_0 + \frac{h^2}{2}\zeta_0 + \frac{h^3}{6}\left(\frac{\partial\zeta}{\partial y}\right)_0 + \frac{h^4}{24}\left[\left(\frac{\partial^2\zeta}{\partial y^2}\right)_0 - \left(\frac{\partial^2\zeta}{\partial x^2}\right)_0 + \left(\frac{\partial^4\psi}{\partial x^4}\right)_0\right]. \tag{3.4}$$

Rozwijając następnie ζ względem y w szereg Taylora w otoczeniu punktu O

$$\zeta_2 = \zeta_0 + h\left(\frac{\partial\zeta}{\partial y}\right)_0 + \frac{h^2}{2}\left(\frac{\partial^2\zeta}{\partial y^2}\right)_0 + O(h^3)$$

i wyznaczając stąd $\left(\frac{\partial\zeta}{\partial y}\right)_0$, znajdziemy

$$\frac{h^3}{6}\left(\frac{\partial\zeta}{\partial y}\right)_0 = \frac{h^2}{6}(\zeta_2-\zeta_0)-\frac{h^4}{12}\left(\frac{\partial^2\zeta}{\partial y^2}\right)_0+O(h^5). \tag{3.5}$$

Uwzględniając (3.5) w (3.4), otrzymamy

$$\psi_2 = \psi_0+\frac{h^2}{3}\zeta_0+\frac{h^2}{6}\zeta_2-\frac{h^4}{24}\left[\nabla^2\zeta_0-\left(\frac{\partial^4\psi}{\partial x^4}\right)_0\right]+O(h^5)$$

lub po przekształceniu

$$\zeta_0 = \frac{3(\psi_2-\psi_0)}{h^2}-\frac{\zeta_2}{2}+\frac{h_2}{8}\left[\nabla^2\zeta_0-\left(\frac{\partial^4\psi}{\partial x^4}\right)_0\right]+O(h^3).$$

Zauważmy, że na mocy warunków brzegowych (1.10) oraz zależności (1.6) wyrażenie w nawiasie «kwadratowym» znika w punkcie O. Będzie więc

$$\zeta_0 = \frac{3(\psi_2-\psi_0)}{h^2}-\frac{\zeta_2}{2}. \tag{3.6}$$

Bezpośrednie stosowanie wzoru (3.6) na brzegu obszaru może doprowadzić, przy większych liczbach Reynoldsa, do nieustalonych oscylacji pola wartości funkcji wirowości. Aby więc uniknąć tego, nie stosuje się w nowym cyklu iteracji wartości bezpośrednio wyliczonej z wzoru (3.6), lecz jej kombinację liniową z wartością z poprzedniego cyklu. Najczęściej stosowaną i najprostszą w użyciu jest kombinacja postaci

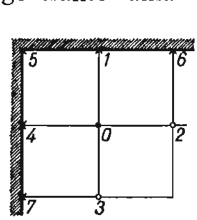
$$\zeta_0^{(n)} = \zeta_0^{(n-1)}+k[\zeta_0-\zeta_0^{(n-1)}], \tag{3.7}$$

gdzie $\zeta_0^{(n-1)}$ oznaczają poprzednią wartość brzegową, ζ_0 — nową wartość brzegową (liczona według wzoru (3.6)), $\zeta_0^{(n)}$ — wartość brzegową wprowadzoną do nowego cyklu iteracyjnego.

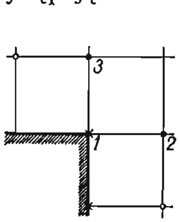
W pracy przyjęto stałą wartość parametru k równą $k = 0,5$; wtedy wzór (3.7) dla poprawiania wartości brzegowych przyjmie postać dla n-tej iteracji

$$\zeta_0^{(n)} = \frac{1}{2}\left[\zeta_0^{(n-1)}+\frac{3(\psi_2^{(n)}-\psi_0^{(n)})}{h^2}-\frac{\zeta_2^{(n)}}{2}\right]. \tag{3.8}$$

Również specjalnego traktowania wymagają naroża występujące w obszarze przepływu.



Rys. 5



Rys. 6

Rozważmy najpierw naroże wklęsłe przedstawione na rys. 5. Wartości brzegowe w punktach *1* i *6* poziomej ścianki naroża oraz w punktach *4* i *7* pionowej ścianki naroża wyliczamy posługując się zależnością (3.8) zastosowaną odpowiednio do punktów *0, 2, 3*. Wartość ζ w punkcie *5* naroża musi być równa wspólnej wartości w punktach *1* i *4*

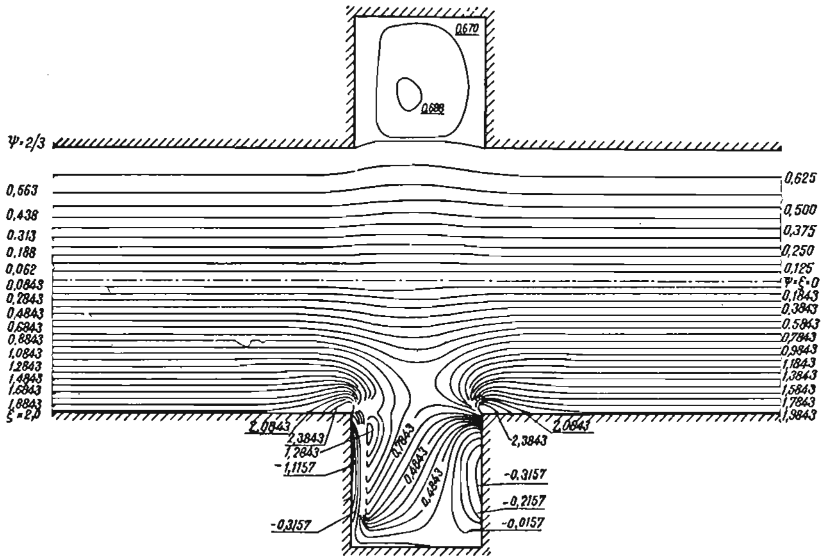
$$\zeta_5 = \zeta_1 = \zeta_4.$$

Dla przypadku naroża wypukłego przedstawionego na rys. 6 postępujemy inaczej. Ponieważ w punkcie brzegowym naroża występuje duży gradient wartości funkcji wirowości — wprowadzamy tutaj dwie różne wartości. Jedną z nich wyliczamy przy użyciu zależności (3.8) i odpowiednich wartości w punktach *1* i *2*, drugą zaś przy użyciu odpowiednich wartości z punktów *1* i *3*. W pozostałych punktach brzegowych bliskich naroża poprawiamy wartości ζ stosując normalne postępowanie wynikające z zależności (3.8).

4. Wyniki obliczeń — uwagi końcowe

Zastosowany w pracy prosty schemat różnicowy dla równań Naviera-Stokesa charakteryzuje się dla małych liczb Reynoldsa stabilnością i zbieżnością [4, 5, 12, 18], a ponadto wyniki teoretyczne uzyskiwane przy użyciu jego różnych odmian są zgodne z wynikami doświadczeń.

Obliczenia przepływu przeprowadzono dla liczb Reynoldsa Re $= 0, 1, 5, 10, 20, 50$; wymiary rozszerzenia przyjęto $d\times b = 2\times 1, 2\times 2, 3\times 1, 3\times 2$.



Rys. 7. Kanał o wymiarach rozszerzenia $d\times b = 2\times 1$; linie prądu Ψ = const (nad osią symetrii) i wirowości ζ = const (pod osią symetrii); liczba Reynoldsa Re = 5

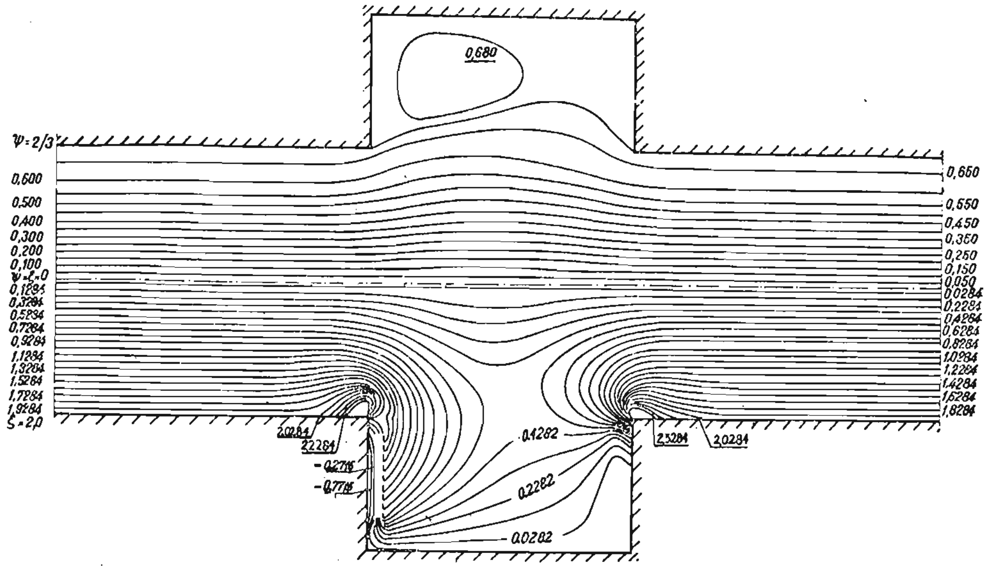
Na rys. 7, 8 - 14 przedstawiono, sporządzone na podstawie obliczeń, wykresy linii ψ = const (nad osią symetrii) ζ = const (pod osią symetrii) dla różnych rozszerzeń kanału i liczb Reynoldsa Re = 5, 50.

Na podstawie przeprowadzonych obliczeń i badań wykresów funkcji prądu i funkcji wirowości można sformułować następujące wnioski dotyczące omawianego tutaj płaskiego powolnego przepływu w kanale o lokalnym rozszerzeniu:

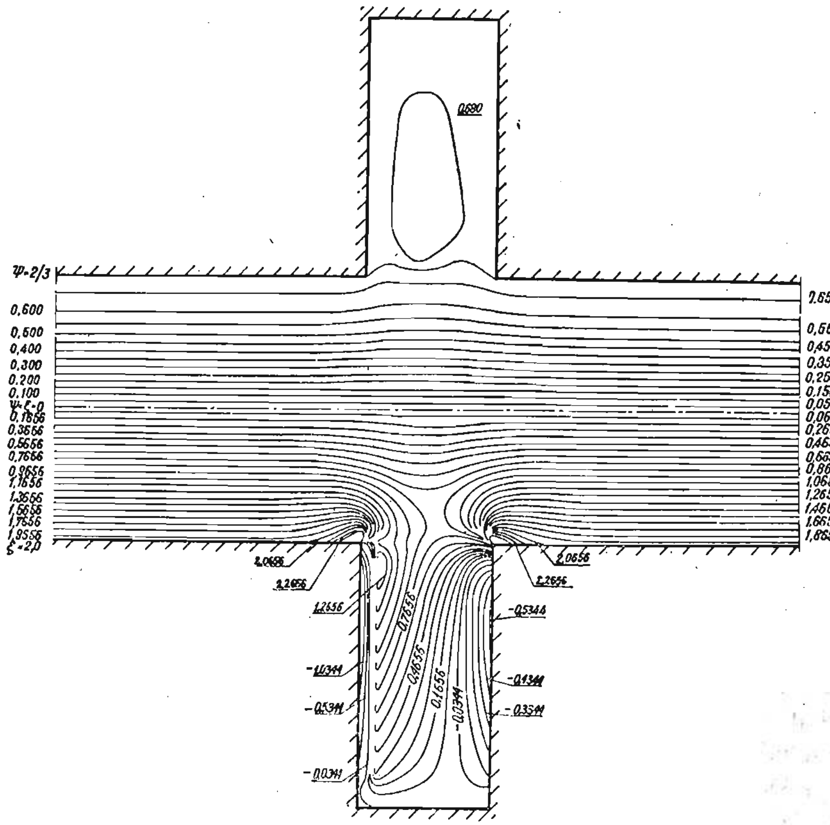
dla «wąskich» uskoków o wymiarach $d\times b = 2\times 1, 3\times 1$:

a) linia oderwania charakteryzuje się dość wyraźną symetrią względem osi uskoku,

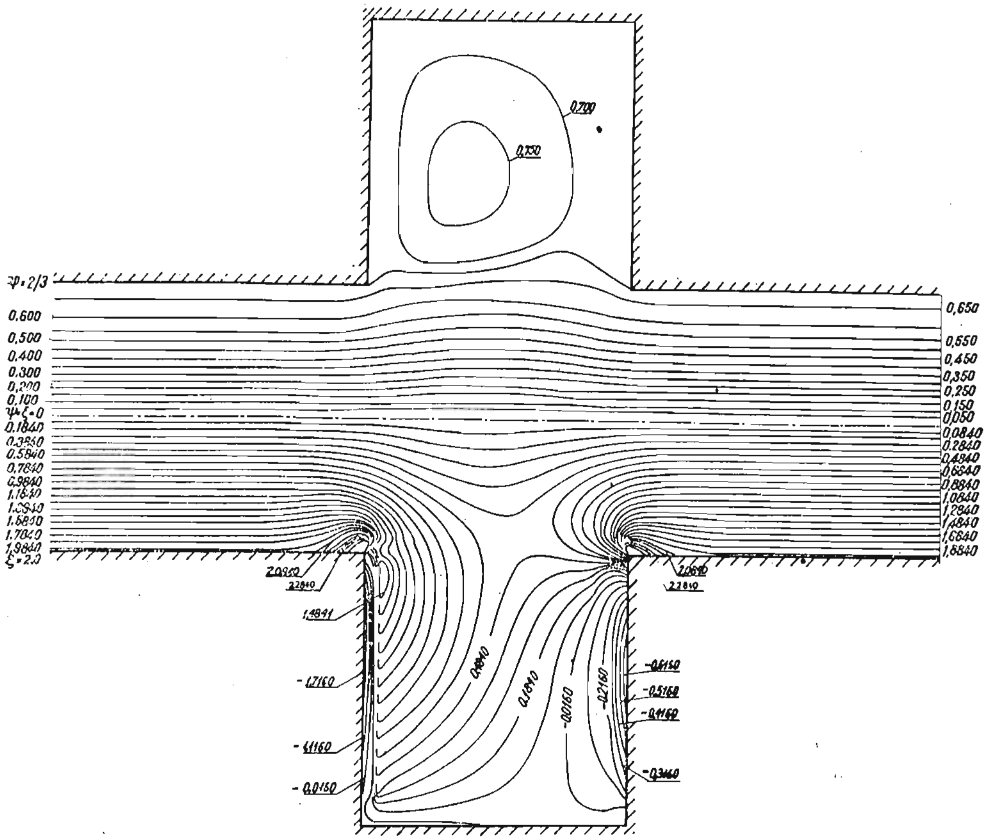
b) obszar zastoju nie ulega większym zmianom ze wzrostem liczby Reynoldsa;



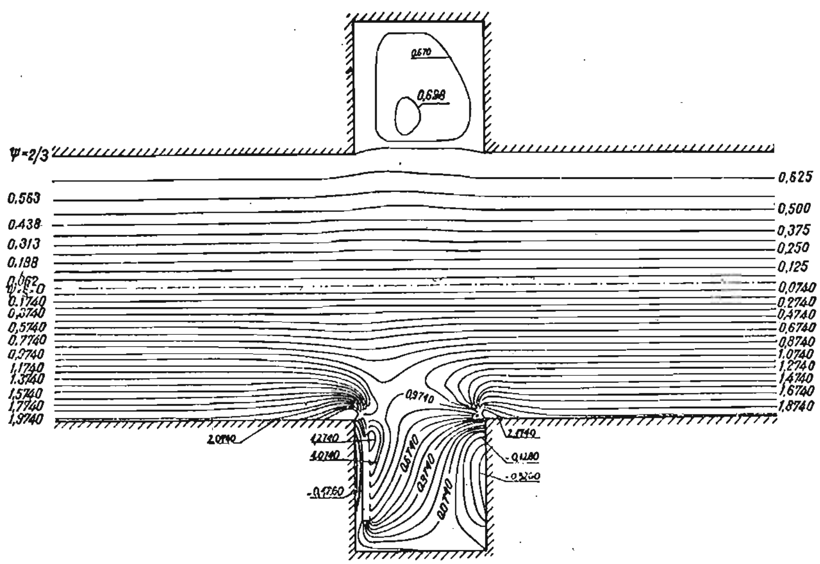
Rys. 8. Kanał o wymiarach rozszerzenia $d \times b = 2 \times 2$; Re = 5



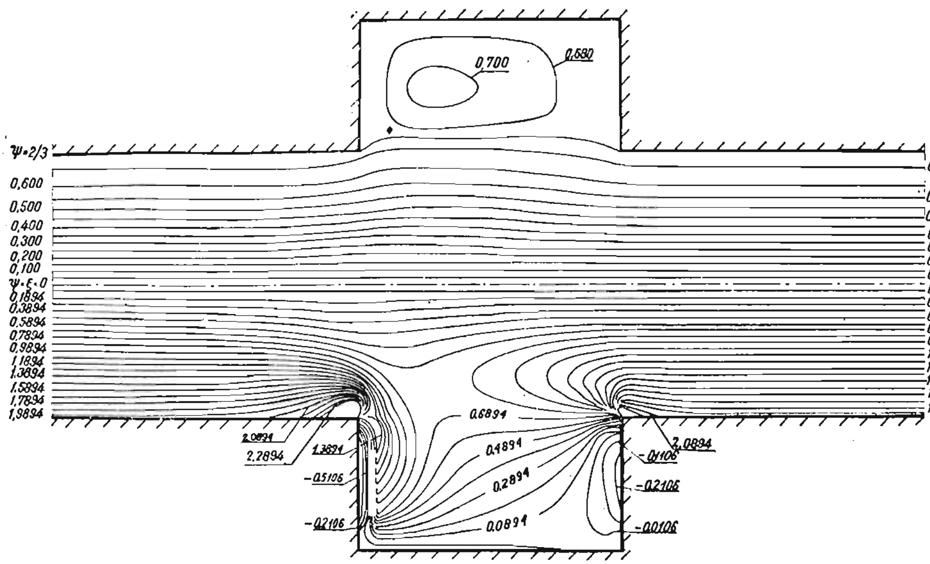
Rys. 9. Kanał o wymiarach rozszerzenia $d \times b = 3 \times 1$; Re = 5



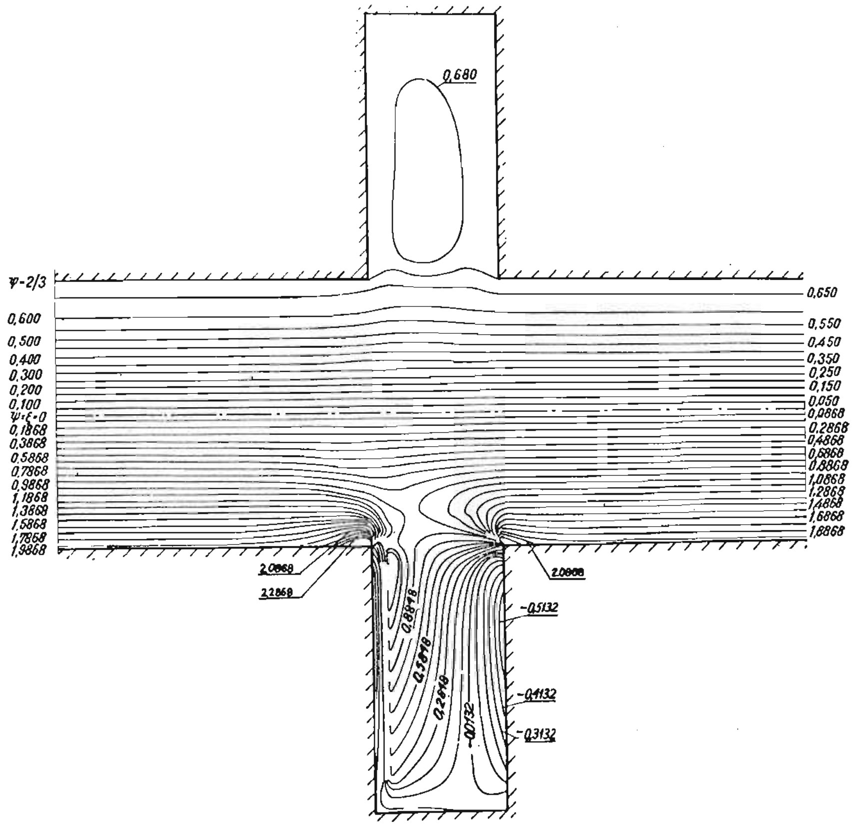
Rys. 10. Kanał o wymiarach rozszerzenia $d \times b = 3 \times 2$; Re = 5



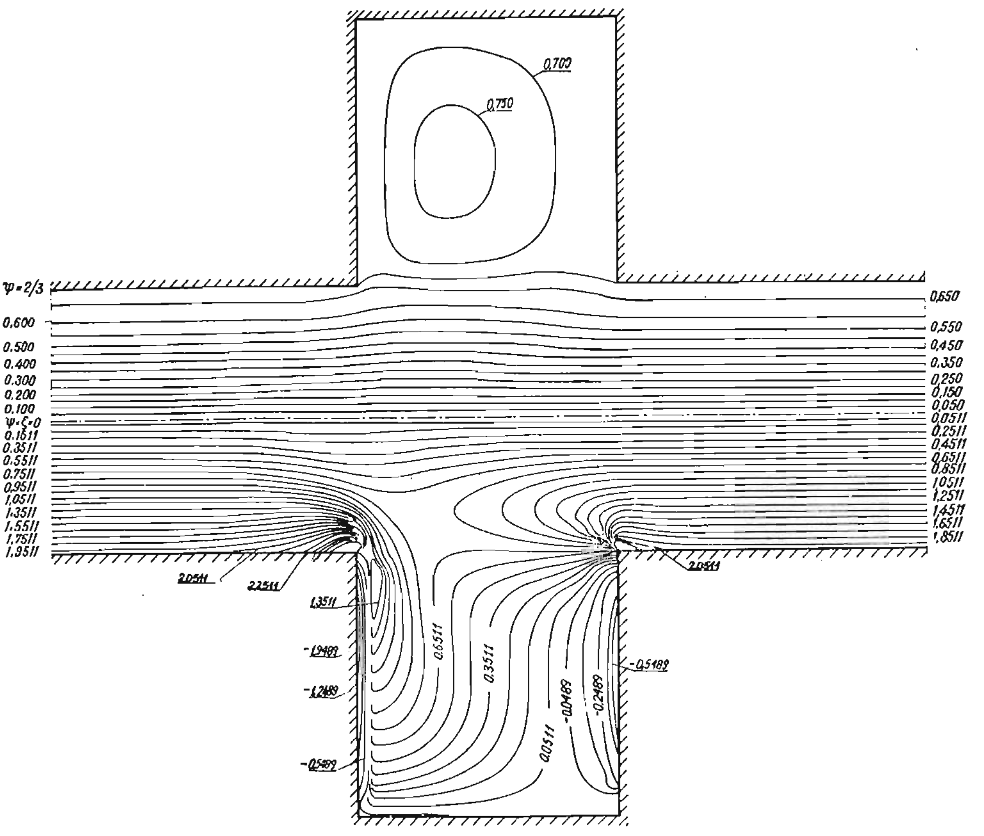
Rys. 11. Kanał o wymiarach rozszerzenia $d \times b = 2 \times 1$; Re = 50



Rys. 12. Kanał o wymiarach rozszerzenia $d\times b = 2'\times 2$; Re = 50



Rys. 13. Kanał o wymiarach rozszerzenia $d\times b = 3\times 1$; Re = 50



Rys. 14. Kanał o wymiarach rozszerzenia $d \times b = 3 \times 2$; Re = 50

dla «kwadratowego» uskoku o wymiarach $d \times b = 3 \times 2$;

c) obszar zastoju ulega nieznacznemu powiększeniu ze wzrostem liczby Reynoldsa;

dla «prostokątnego» uskoku o wymiarach $d \times b = 2 \times 2$;

d) obszar zastoju wyraźnie rośnie ze wzrostem liczby Reynoldsa,

e) ze wzrostem liczby Reynoldsa pojawia się dość wyraźna symetria linii oderwania;

dla wszystkich rodzajów uskoków:

f) środek wiru w obszarze zastoju leży bliżej ścianki będącej po stronie wlotu kanału,

g) ze wzrostem liczby Reynoldsa wzrastają wartości wirowości na ściankach uskoku.

Literatura cytowana w tekście

1. W. J. PROSNAK, *Mechanika płynów*, t. I, PWN, Warszawa 1970.
2. P. K. CHANG, *Seperation of flow*, Pergamon Press, 1966.
3. A. THOM, C. J. APELT, G. F. J. TEMPLE, *Field computations in engineering and physics*, van Nostrad Inc., New-York 1961.
4. A. THOM, C. J. APELT, *Note on the convergence of numerical solutions of the Navier-Stokes equations*, ARC, RaM, No 3061 (1956).

5. W. G. S. Lester, *Some convergence problems in the numerical solutions of the Navier-Stokes equations*, ARC, RaM, No 3329 (1960).
6. D. E. Russell, *On obtaining solutions to the Navier-Stokes equations with automatic digital computers*, ARC, RaM, No 3331 (1962).
7. Л. М. Симуни, *Численное решение задачи движения жидкости в прямоугольной яме*, ПМТФ, 6 (1965).
8. C. E. Pearson, *A computational method for viscous flow problems*, J. Fluid Mech., 4, **21** (1965).
9. O.R. Burggraf, *Analytical and numerical studies of the structure of steady separated flows*, J. Fluid Mech. 1, **24** (1966).
10. Х. Э. Калис, А. Б. Цинобер, *Плаcкопараллельное течение вязкой несжимаемой жидкости в каналах под влиянием поперечного магнитного поля*, Изв. Сиб. Отд. АН СССР, сер. тех. наук, № 8, вып. 2 (1967).
11. В. Н. Варапаев, *Численное исследование периодического струйного течения вязкой несжимаемой жидкости*, Изв. АН СССР, Механика жидкости и газа, 3 (1968).
12. К. Б. Джакупов, В. Г. Кузнецов, *О численном расчете стационарных задач вязкой несжимаемой жидкости*, Изв. АН СССР, Механика жидкости и газа, 1 (1969).
13. M. Friedman, *Flow in a circular pipe with recessed walls*, J. Appl. Mech., Trans ASME, ser. E, 1, **37** (1970).
14. J.S. Lee, J-Ch. Fung, *Flow in locally constricted tubes at low Reynolds numbers*, J. Appl. Mech. Trans. ASME, ser. E, 1, **37** (1970).
15. D. Dumitrescu, M. D. Cazacu, *Theoretische und Experimentelle Betrachtungen über die Strömung zäher Flüssigkeiten um eine Platte bei kleinen und mittleren Reynoldszahlen*, ZAMM, 5, **50** (1970).
16. M. Fortin, R. Peyret, R. Témam, *Calcul des écoulement d'un fluide visqueux incompressible*, Proc. Sec. Int. Con. Num. Methods Fluid Dyn., Sept. 17 - 19, 1970, Berkeley, Springer-Verlag, Berlin 1971.
17. R. Peyret, J. Ladevéze, *Résolution numerique de l'écoulement dans un canal avec elargissement brusque*, Euromech Coll. 27 on Numerical methods for solving the Navier-Stokes equations, Aug. 16 - 19, 1972, Jabłonna, Polska.
18. E. Walicki, *Stabilność i zbieżność prostego schematu różnicowego dla równań Naviera-Stokes'a*, Zeszyty Naukowe P. Ł, Mechanika, z. 29 (1972).
19. E. Walicki, *Przeplyw plynu lepkiego kanalem o naglym rozszerzeniu*, Arch. Bud. Masz, 2, **20** (1973).
20. J. F. Stevenson, *Flow in a tube with a circumferential wall cavity*, J. Appl. Mech. Trans ASME, ser. E, 2, 40 (1973).
21. T. Ito, Y. Suematsu, Y. Shimokawa, K. Tanaka, *A study on a bistable fluid amplifier load oscillator*, Bull. JSME, 103, 17 (1974).

Резюме

МЕДЛЕННОЕ ТЕЧЕНИЕ ВЯЗКОЙ ЖИДКОСТИ В ПЛОСКОМ КАНАЛЕ С ВНЕЗАПНЫМ МЕСТНЫМ РАСШИРЕНИЕМ

В работе представлено численное решение задачи о течении вязкой жидкости при малых значениях чисела Рейнольдса в канале с внезапным местным расширением. Уравнения Навъе-Стокса в форме Гельмгольца для плоского течения решены методом конечных разностей. Рассмотрено течение в каналах с разными размерами расширения. Результаты вычислений для чисел Рейнольдса $Re \leqslant 50$ представлены в виде графиков, линий тока и линий постоянной завихренности.

Summary

SLOW VISCOUS FLUID FLOW IN THE CHANNEL WITH A LOCALLY RECESSED WALLS

In this paper the numerical solution of viscous fluid flow with low Reynolds number in the channel with a locally recessed walls is described. The method of finite differences is used to solve the Navier-Stokes equations in the Helmholtz from for two-dimensionat flow. The flow through channels with different dimensions of local enlargement is considered. The results of numerical investigations for Reynolds number Re $\leqslant 50$ are shown in graphs of the streamlines and lines of constant vorticity.

AKDEMIA TECHNICZNO-ROLNICZA, BYDGOSZCZ

Praca zostala złożona w Redakcji 2 listopada 1974 r.