

## WPLYW NIEJEDNORODNOŚCI STANU NAPRĘŻENIA W PRZEKROJU POPRZECZNYM POŁĄCZENIA NA OBCIĄŻENIE ZWOJÓW GWINTU\*

MARIA BACZYŃSKA (KRAKÓW)

### 1. Wstęp

W analizie rozkładu obciążeń w zwojach gwintu połączeń śrubowych ogólnie przyjmowane jest założenie o równomierności rozkładu siły w przekroju poprzecznym śruby i nakrętki [1, 2, 4, 5, 6, 7, 9]. W rzeczywistości rozkłady są nierównomierne, a podane rozwiązania obarczone wynikającym stąd błędem. Obecnie podejmiemy próbę oceny tego błędu, w nawiązaniu do rzeczywistych stanów naprężenia w trzpieniu śruby i korpusie nakrętki. Ze względu na trudności teoretyczne i doświadczalne nie analizowano obiektu kołowsymetrycznego, jakim jest rozpatrywane połączenie śrubowe, zastępując go modelem płaskim, dla którego dysponowano niemal gotowym rozwiązaniem teoretycznym, łatwym do weryfikacji doświadczalnej. Można oczekiwać, że rozkłady naprężeń w przekroju wzdłużnym połączenia ( $\sigma_x$ ,  $\sigma_r$ ,  $\tau_{xr}$ ) i naprężeń w modelu płaskim o tym samym konturze ( $\sigma_x$ ,  $\sigma_y$ ,  $\tau_{xy}$ ) są jakościowo identyczne. Pozwala to na wyciąganie interesujących nas wniosków dla połączenia śrubowego na podstawie wyników analizy stosowanego modelu płaskiego.

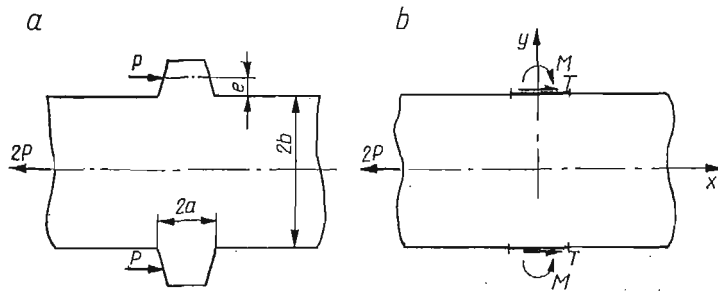
W praktycznie realizowanych połączeniach śrubowych na długości skręcania pracuje wiele zwojów, a naprężenia pochodzące od obciążenia poszczególnych zwojów nakładają się na siebie. Analiza takiego złożonego pola naprężeń nastęrczałaby w naszym przypadku duże trudności związane z koniecznością wyodrębnienia skutków obciążenia poszczególnych zwojów, tym większe, że rozkład tych obciążeń nie jest z góry znany. Trudność tę ominięto przez zastosowanie modelu z jednym zwojem pracującym. Przyjęto go w postaci płaskiej płytki z symetrycznie względem jej osi rozmieszczonymi występami, modelującymi zwój. Symetria ułatwia tu analizę zarówno teoretyczną, jak i doświadczalną, nie powodując dodatkowych trudności w interpretacji wyników. Wspomniana płytka modeluje zasadniczo tylko śrubę. Ponieważ jednak charakter współpracy zwoju z trzpieniem śruby i korpusem nakrętki jest analogiczny, wnioski uzyskane z analizy jednego z tych elementów można bez trudności rozszerzyć na całe połączenie.

Stan naprężenia w omówionym modelu określono niezależnie od siebie teoretycznie i doświadczalnie, konfrontując otrzymane w obu przypadkach wyniki.

\* Praca została wyróżniona na konkursie na prace doświadczalne z mechaniki technicznej — zorganizowanym przez Oddział PTMTS w Krakowie w 1973 r.

## 2. Teoretyczna analiza stanu naprężenia w płaskim modelu śruby obciążonej na jednym zwoju

Model śruby przyjęto tu w postaci nieskończenie długiego pasma z symetrycznie rozmieszczonymi występami (rys. 1a). Pomijając, jako nieistotną w obecnej analizie, składową promieniową obciążenia śruby, przyjęto obciążenie występów siłami  $P$  równoległymi do pasma. Po myślowym odcięciu występów, otrzymujemy pasmo gładkie, obciążone

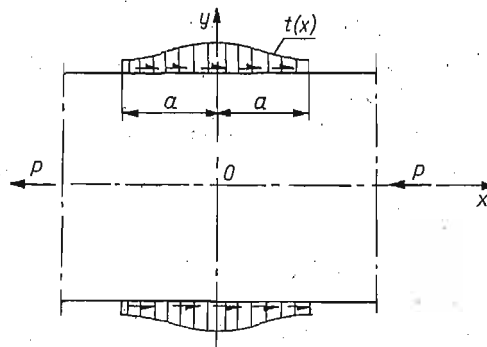


Rys. 1

żone symetrycznie na odcinkach  $2a$  siłami stycznymi  $T = P$  i momentami  $M = Pe$  (rys. 1b). Przyjęto następnie, że siły  $T$  rozkładają się równomiernie na odcinkach  $2a$ , oraz moment  $M$  realizowany jest przez liniowo rozłożone na tych odcinkach obciążenia normalne

$$(2.1) \quad t = \frac{T}{2a}, \quad p = \frac{3}{2} \cdot \frac{M}{a^3} x.$$

Dla obu powyższych rodzajów obciążenia podano oddzielnie rozwiązania, adaptując odpowiednie wzory z monografii [8] TEODORESCU. Interesujące nas wzory na naprężenia podane są tam w formie całek Fouriera, a funkcje podcałkowe — stabelatryzowane.



Rys. 2

Niestety musiano zrezygnować z korzystania z tablic, gdyż nie pozwalały one na uzyskanie wymaganych dokładności. Spowodowało to konieczność określenia wyrażeń podcałkowych w formie jawnych funkcji zmiennych przestrzennych  $(x, y)$  i parametru rozwinięcia  $(\alpha)$  i w konsekwencji dokonania odpowiednich podstawień i przekształceń.

Dla pasma obciążonego symetrycznie na brzegach siłami stycznymi  $t(x)$ , rys. 2, po wykorzystaniu wzorów (7.354) TEODORESCU i dokonaniu przekształceń omówionych bliżej w pracy doktorskiej BACZYŃSKIEJ [3] otrzymano:

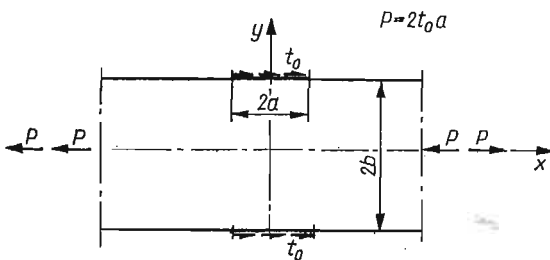
$$(2.2) \quad \begin{aligned} \sigma_x &= \frac{2t_0}{\pi} \int_0^\infty \frac{\sin \lambda \beta}{\beta} \frac{\operatorname{ch} \beta}{\operatorname{sh} \beta \operatorname{ch} \beta + \beta} (\beta \operatorname{th} \beta \operatorname{ch} \eta \beta - \eta \beta \operatorname{sh} \eta \beta - 2 \operatorname{ch} \eta \beta) \sin \lambda \beta \xi d\beta, \\ \sigma_y &= -\frac{2t_0}{\pi} \int_0^\infty \frac{\sin \lambda \beta}{\beta} \frac{\operatorname{ch} \beta}{\operatorname{sh} \beta \operatorname{ch} \beta + \beta} (\beta \operatorname{th} \beta \operatorname{ch} \eta \beta - \eta \beta \operatorname{sh} \eta \beta) \sin \lambda \beta \xi d\beta, \\ \tau_{xy} &= \frac{2t_0}{\pi} \int_0^\infty \frac{\sin \lambda \beta}{\beta} \frac{\operatorname{ch} \beta}{\operatorname{sh} \beta \operatorname{ch} \beta + \beta} [(1 - \beta \operatorname{th} \beta) \operatorname{sh} \eta \beta + \eta \beta \operatorname{ch} \eta \beta] \cos \lambda \beta \xi d\beta, \end{aligned}$$

w których

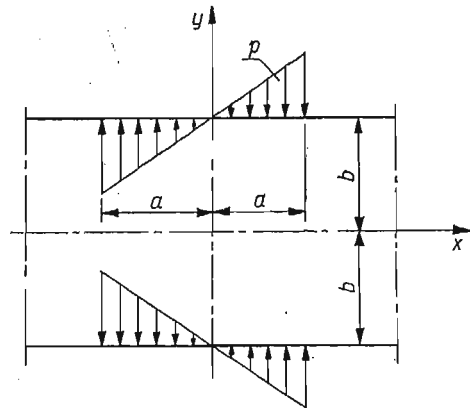
$$(2.3) \quad \lambda = \frac{a}{b}, \quad \beta = ab, \quad \xi = \frac{x}{a}, \quad \eta = \frac{y}{b}.$$

W interesującym nas przypadku (rys. 1) pasmo podparte jest jednostronnie. Przypadek ten otrzymamy nakładając na stan naprężeń opisany funkcjami (2.2) jednorodne, jednoosiowe rozciąganie w kierunku osi  $x$  naprężeniem  $\frac{a}{b} t_0$  (rys. 3), skąd

$$(2.4) \quad \sigma_x = \frac{2t_0}{\pi} \int_0^\infty \frac{\sin \lambda \beta}{\beta} \frac{\operatorname{ch} \beta}{\operatorname{sh} \beta \operatorname{ch} \beta + \beta} (\beta \operatorname{th} \beta \operatorname{ch} \eta \beta - \eta \beta \operatorname{sh} \eta \beta - 2 \operatorname{ch} \eta \beta) \sin \lambda \beta \xi d\beta + \lambda t_0.$$



Rys. 3



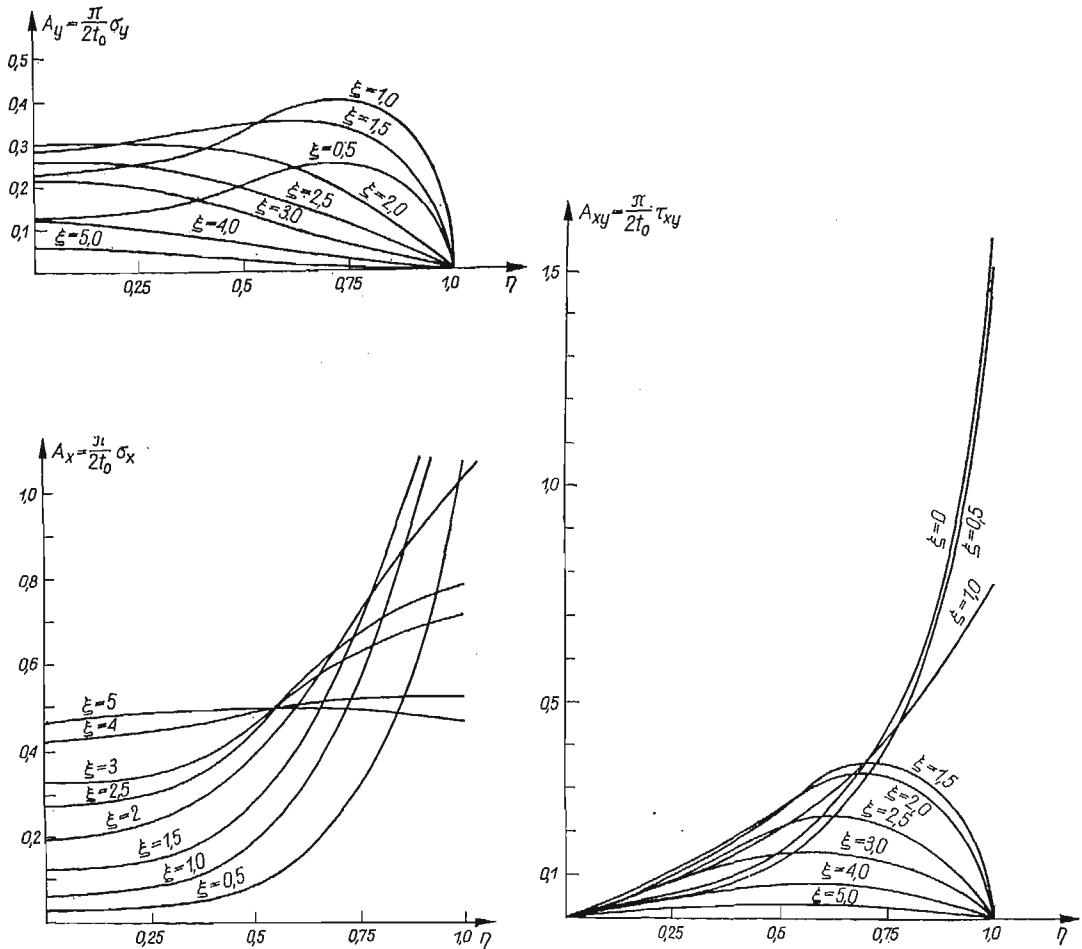
Rys. 4

Obciążenie momentowe sprowadzono do liniowo rozłożonego obciążenia normalnego, antysymetrycznego względem osi  $y$  (rys. 4). Po stosowanych przekształceniach [3] otrzymano:

$$\sigma_x = -\frac{3M}{\pi a^2} \int_0^{\infty} \frac{\sin \lambda \beta - \beta \cos \lambda \beta}{\lambda \beta^2} \frac{\operatorname{sh} \beta [(1 - \beta \operatorname{cth} \beta) \operatorname{ch} \beta \eta + \beta \eta \operatorname{sh} \beta \eta]}{\beta + \operatorname{sh} \beta \operatorname{ch} \beta} \sin \lambda \beta \xi d \beta,$$

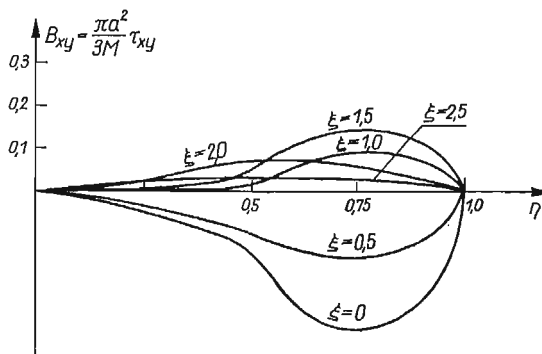
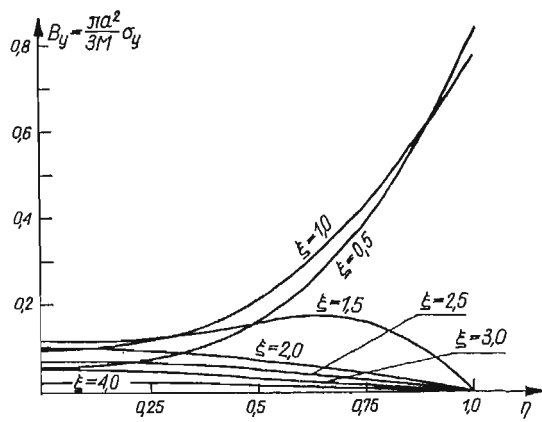
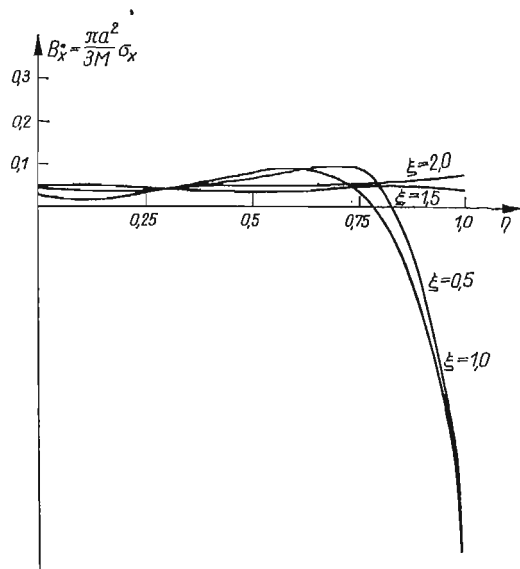
$$(2.5) \quad \sigma_y = -\frac{3M}{\pi a^2} \int_0^{\infty} \frac{\sin \lambda \beta - \beta \cos \lambda \beta}{\lambda \beta^2} \frac{\operatorname{sh} \beta [(1 + \beta \operatorname{cth} \beta) \operatorname{ch} \beta \eta - \beta \eta \operatorname{sh} \beta \eta]}{\beta + \operatorname{sh} \beta \operatorname{ch} \beta} \sin \lambda \beta \xi d \beta,$$

$$\tau_{xy} = -\frac{3M}{\pi a^2} \int_0^{\infty} \frac{\sin \lambda \beta - \beta \cos \lambda \beta}{\lambda \beta^2} \frac{\operatorname{sh} \beta (\beta \operatorname{cth} \beta \operatorname{sh} \beta \eta - \beta \eta \operatorname{ch} \beta \eta)}{\beta + \operatorname{sh} \beta \operatorname{ch} \beta} \cos \lambda \beta \xi d \beta.$$



Rys. 5

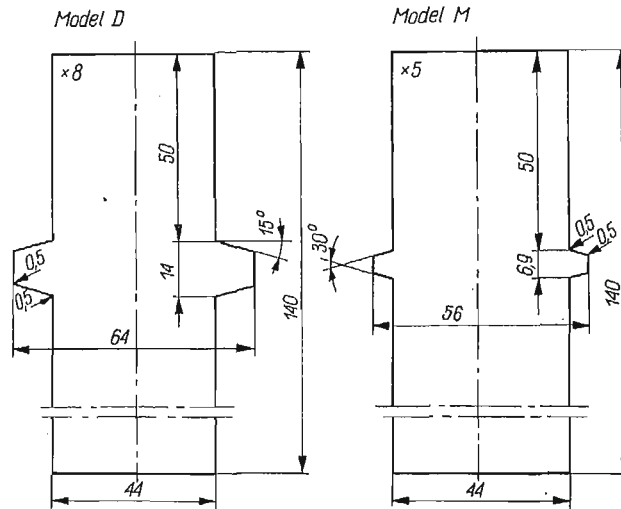
Obliczenia numeryczne wartości naprężeń wykonano w Ośrodku Elektronicznej Techniki Obliczeniowej Politechniki Krakowskiej na maszynie cyfrowej Odra 1204, dla  $\lambda = 1/3, 2$ . Otrzymane rozkłady naprężeń zilustrowano wykresami na rys. 5 i 6.



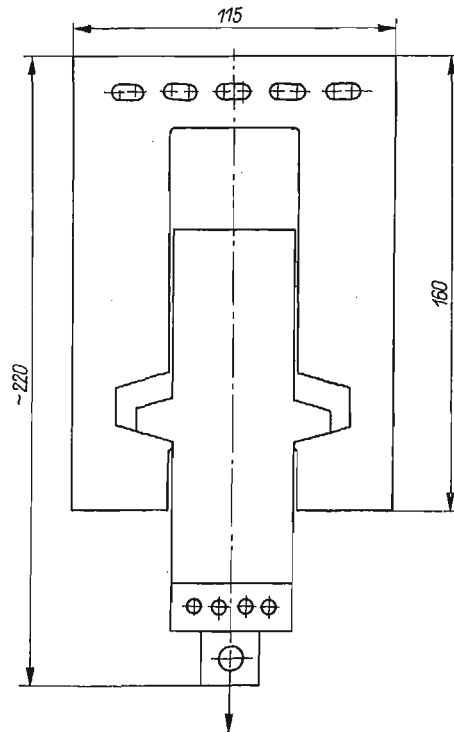
Rys. 6

### 3. Weryfikacja doświadczalna stanu naprężenia w modelu płaskim

Określony w rozdziale poprzednim stan naprężeń w modelu płaskim zweryfikowano doświadczalnie badaniami elastoptycznymi. Wykonano je na modelach o konturach pokazanych na rys. 7, stosując technikę światła przechodzącego. Model *D*, o dwukrotnie



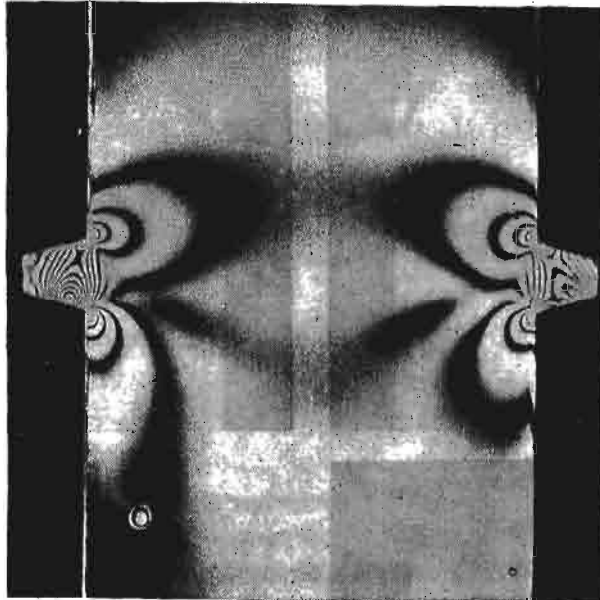
Rys. 7



Rys. 8



Model D

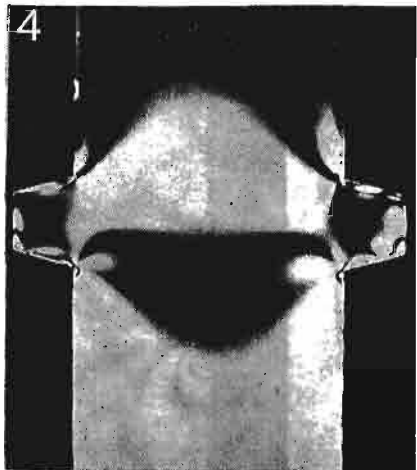
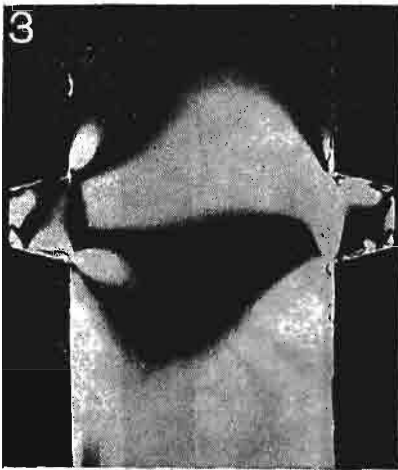
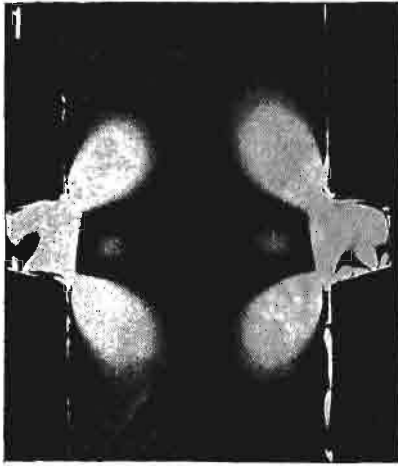


Model M

Rys. 9

powiększonym występie w stosunku do średnicy w porównaniu z proporcjami gwintu trapezowego Tr 28 × 5, wykonano drogą obróbki mechanicznej z płyty o grubości 8 mm odlanej z żywicy poliestrowej. Model *M* odpowiada proporcjom gwintu Tr 28 × 5; wykonany został z żywicy epoksydowej przez odlanie w formie kształtowej. Badania elastooptyczne przeprowadzono na polaryskopie Firmy Zeiss w Instytucie Odlewnictwa.

Sposób zamocowania modelu *D* w uchwycie pokazano na rys. 8. Na rys. 9 pokazano fotografie izochrom wykonane dla modelu *D* przy obciążeniu 96 kG, dla modelu *M* — przy obciążeniu 45 kG.

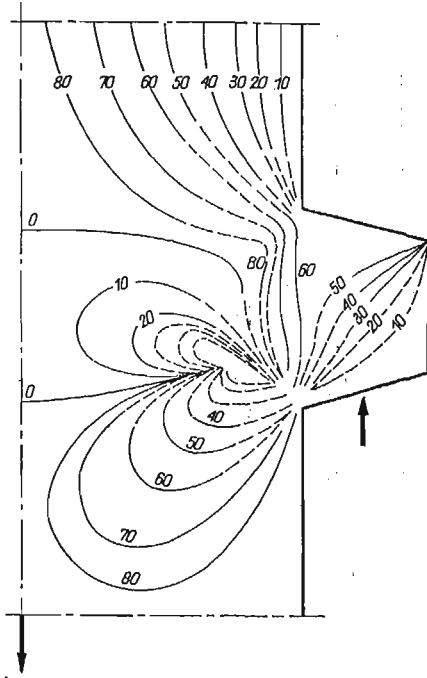


Rys. 10

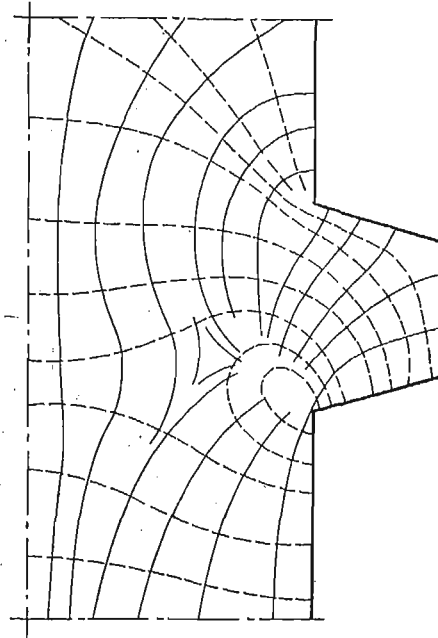


Fotografie izoklin wykonano co 10°. Część z nich dla modelu *D*, kątów 0°, 20°, 40°, 60°, 80° i obciążenia 24 kG pokazano na rys. 10. Na ich podstawie wykonano (rys. 11) izokliny i wyznaczono trajektorie naprężeń głównych (rys. 12). Linie ciągłe oznaczają przewagę naprężeń rozciągających, linie przerywane przewagę naprężeń ściskających.

Ze względu na ukierunkowany charakter omawianych badań nie zachodziła potrzeba pełnego ich opracowania. Zastosowano tu postępowanie odwrotne, sprowadzając wyniki analizy teoretycznej do postaci wyników doświadczalnych, co pozwoliło ominąć żmudne



Rys. 11



Rys. 12

i mało dokładne operacje obliczania wartości naprężeń głównych na podstawie izochrom i trajektorii naprężeń głównych. Pierwszą czynnością w tym postępowaniu było dostosowanie obciążeń modelu teoretycznego do doświadczalnego.

Oznaczmy odsunięcie sił *P* od krawędzi modelu (rys. 1) przez

$$(3.1) \quad e = ka.$$

Wówczas

$$(3.2) \quad M = 2kt_0a^2.$$

Na podstawie rys. 9 oszacowano  $k = 1,33$ . Superponując naprężenia od sił stycznych *T* i momentów *M* otrzymujemy

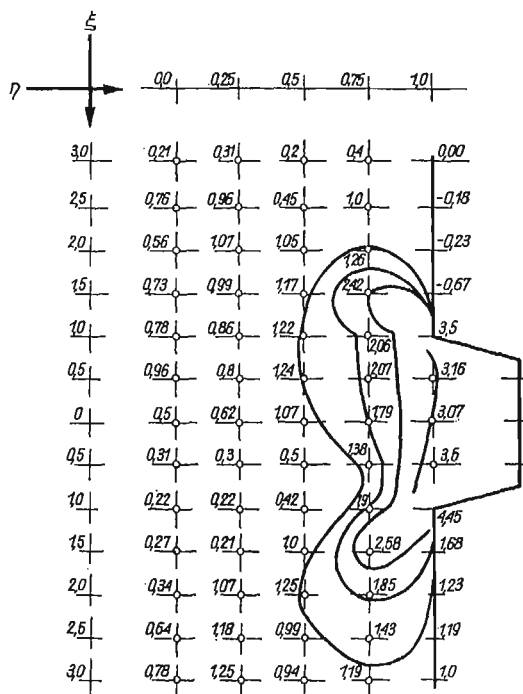
$$(3.3) \quad \sigma_x = \frac{2t_0}{\pi} \left( A_x + 3kB_x + \frac{\pi\lambda}{2} \right), \quad \sigma_y = \frac{2t_0}{\pi} (A_y + 3kB_y), \quad \tau_{xy} = \frac{2t_0}{\pi} (A_{xy} + 3kB_{xy}),$$

gdzie przez wyrażenia *A* i *B* oznaczono odpowiednie całki we wzorach (2.2) i (2.5).

Obliczono bezwymiarowe wartości naprężeń

$$(3.4) \quad s_x = \frac{\pi}{2} \frac{\sigma_x}{t_0}, \quad s_y = \frac{\pi}{2} \frac{\sigma_y}{t_0}, \quad t_{xy} = \frac{\pi}{2} \frac{\tau_{xy}}{t_0}$$

dla modelu teoretycznego i  $k = 1,33$  oraz wartości izochrom  $(s_1 - s_2) = \sqrt{(s_x + s_y)^2 + 4t_{xy}^2}$ .



Rys. 13

Na rys. 13 na tle siatki przestrzennej  $(\xi, \eta)$  wpisano wartości  $(s_1 - s_2)$  i wykreślono izochromy. Widoczna jest dobra zgodność przebiegów izochrom wyznaczonych teoretycznie i otrzymanych doświadczalnie (rys. 9) dla modeli o tych samych proporcjach wymiarowych.

#### 4. Wnioski z analizy modelu

W analizie pracy połączeń śrubowych warunkiem wyjściowym jest warunek odkształceń

$$(4.1) \quad \varepsilon_s - \varepsilon_n + \frac{df}{dx} = 0,$$

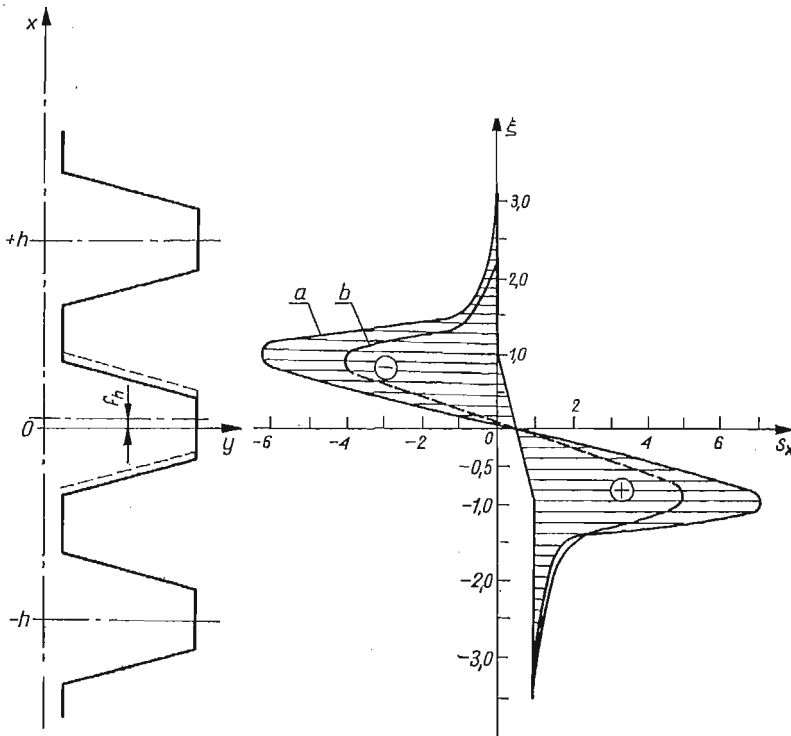
w którym  $\varepsilon_s, \varepsilon_n$  — odkształcenia odcinkowe odpowiednio rdzenia śruby i korpusu nakrętki,  $f$  — ugięcie zwojów,  $x$  — zmienna wzdłuż osi połączenia [3].

Odkształcenia  $\varepsilon_s, \varepsilon_n$  określone są przy założeniu równomiernego rozkładu siły rozcią-

gającej śrubę  $N_s$ , względnie ściskającej korpus nakrętki  $N_n$  w przekroju poprzecznym połączenia

$$(4.2) \quad \epsilon_s = \frac{N_s}{E_s F_s}, \quad \epsilon_n = \frac{N_n}{E_n F_n}.$$

Przeanalizujemy wyniki badań w aspekcie równania (4.1).



Rys. 14

Rozpatrzmy w tym celu rozkład naprężeń  $\sigma_x(s_x)$  wzdłuż brzoju modelu. Na rys. 14 pokazano rozkład tych naprężeń otrzymanych teoretycznie (krzywa *a*) i doświadczalnie

(krzywa *b*) na tle naprężeń średnich  $s_{x sr} = \frac{P}{b} \frac{\pi}{2t_0}$ .

Różnica ich wywołuje odkształcenia dodatkowe

$$(4.3) \quad \epsilon_x = \frac{\sigma_x - \sigma_{x sr}}{E},$$

rozłożone antysymetrycznie względem osi zarysu obciążonego zwoju i w konsekwencji dodatkowe przemieszczenia obciążonego zwoju względem sąsiednich. Wynoszą one

$$(4.4) \quad f_{-h} = \int_{-h}^0 \epsilon_x dx, \quad f_h = \int_0^h \epsilon_x dx,$$

odpowiednio względem zwoju poprzedniego i następnego.

W rozpatrywanym przypadku według rozwiązania teoretycznego jest

$$(4.5) \quad f_h = f_{-h} = -f_h > 0,$$

co oznacza, że zwoje sąsiadujące z obciążonymi nie zmieniły wzajemnej odległości. Dotyczy to oczywiście tylko przemieszczeń wynikających z różnicy naprężeń na brzegu i naprężeń średnich. Okazuje się, że obszar niezgodności naprężeń na brzegach ze średnimi ogranicza się do bezpośredniego sąsiedztwa z odcinkiem obciążonym. Stąd wyciągnięto wniosek, że nierównomierność ta powoduje dodatkowe przemieszczenia zwoju obciążonego, a nie ma istotnego wpływu na zwoje pozostałe. To dodatkowe przemieszczenie możemy włączyć do ugięcia zwojów i przyjąć odpowiednią charakterystykę (podatność) warstwy gwintowej.

W świetle tych badań nierównomierność rozkładu naprężeń w przekroju poprzecznym połączenia nie wpływa na charakter rozwiązania.

#### Literatura cytowana w tekście

1. M. BACZYŃSKA, W. KRZYŚ, *Analiza rozkładu sił w złączu śrubowym z gwintem jako warstwą podatną*, Czasopismo Techniczne, 6 (1971).
2. M. BACZYŃSKA, W. KRZYŚ, *Wpływ wstępnego odstawiania zwojów i luzu osiowego na rozkład sił w złączu śrubowym*, Czasopismo Techniczne, 6-M (159) (1972).
3. M. BACZYŃSKA, Praca doktorska. Politechnika Krakowska, 1973.
4. И. А. БИРГЕР, *Распределение нагрузки между витками резьбы*, Вестник машиностроения, 7, 11 (1964).
5. Б. КУКЛИН, *Уточнение расчётов резьбовых соединений*, Вестник машиностроения, 7 (1957).
6. L. MADUSCHKA, *Beanspruchung von Schraubenverbindungen und zweckmässige Gestaltung der Gewinderträger*, Forsch. Ing-Wes., 7 (1936).
7. A. POBÇA, *Kraftverteilung in axial belasteten Gewindeverbindungen*, Technische Rundschau, 44 (1966).
8. P. P. TEODORESCU, *Probleme Plane in Teoria Elasticitatii*, EA RPR, 1960.
9. Н. Е. ЖУКОВСКИЙ, *Распределение давлений на нарезках винта и гайки*, Полное собрание сочинений, ОНТИ, 1937.

#### Резюме

#### ВЛИЯНИЕ НЕОДНОРОДНОСТИ НАПРЯЖЕННОГО СОСТОЯНИЯ В ПОПЕРЕЧНОМ СЕЧЕНИИ СОЕДИНЕНИЯ НА НАГРУЗКУ ВИТКОВ РЕЗЬБЫ

Анализируется распределение нагрузки в витках резьбовых соединений с целью проверки общепринятого предположения о равномерности распределения усилий в поперечном сечении болта и гайки, и одновременно предпринимается попытка оценки погрешности. Анализ производится для плоской модели болта, нагруженного на одном витке. Теоретическое решение подкрепляется результатами поляризационно-оптических экспериментов. Автор приходит к выводу, что область, для которой напряжения по периферии отличаются от средних напряжений, ограничена к непосредственной окрестности нагруженного отрезка, что вызывает добавочное перемещение нагруженного витка и не влияет на остальные витки. Добавочные перемещения могут учитываться совместно с прогибом витков путем принятия соответствующей характеристики резьбовой зоны. Ввиду приведенных результатов исследований автор приходит к заключению, что неравномерность распределения напряжений в поперечном сечении не влияет на вид решения.

## S u m m a r y

INFLUENCE OF NONHOMOGENEITY OF THE STATE OF STRESS  
IN TRANSVERSE CROSS-SECTION OF A CONNECTION ON THE  
LOAD OF SCREW THREADS

An assumption of uniform stresses in cross-section of a screw and body of a nut is generally applied in analysis of the distribution of loads on the threads. The influence of this assumption on the solution's accuracy was not as yet considered. Analysis of the distributions of stresses and strains in screw threads applied to the flat model and verified by photoelastic tests, is presented in this paper. The results obtained show that on the loaded thread exist additional (to uniformly distributed) strains, distributed on short distance and antisymmetric to the loaded thread. The additional displacement of the loaded thread caused by these strains has no influence on the displacements of the neighbour threads and can therefore be treated as a component of the thread deflection (by means of suitable characteristic of the thread layer). In conclusion it is stated that the solutions now obtained based on the above mentioned assumption are correct in their character.

POLITECHNIKA KRAKOWSKA

*Praca została złożona w Redakcji dnia 4 lutego 1974 r.*

---