

WARUNEK PODOBIEŃSTWA WSPÓLCZYNNIKA SKURCZU POPRZECZNEGO W FOTOPLASTYCZNOŚCI

ANDRZEJ LITWKA (POZNAŃ)

1. Wstęp

Przy modelowaniu sprężysto-plastycznych zagadnień metodą fotoplastyczności istotny jest problem podobieństwa modelowego. Z dotychczasowych prac [2, 5, 7, 9] wynika, że wartości naprężeń obliczone na podstawie badań przeprowadzonych metodą fotoplastyczności mogą być przeniesione na geometrycznie podobny i podobnie obciążony element wykonany z takich materiałów konstrukcyjnych, jak stal, aluminium lub mosiądz. Jest to możliwe z uwagi na to, że celuloid używany jako materiał modelowy w fotoplastyczności oraz wymienione materiały konstrukcyjne spełniają następujące warunki:

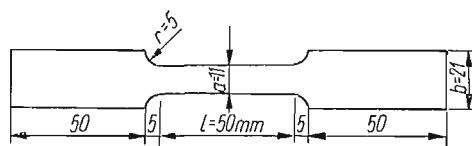
- a) krzywe rozciągania materiału modelowego oraz materiału, z którego wykonany jest prototyp muszą być podobne,
- b) zachowanie obu materiałów w obszarze plastycznym powinno być opisywane tym samym warunkiem plastyczności,
- c) współczynniki skurczu poprzecznego ν zarówno w obszarze sprężystym, jak i plastycznym powinny być dla obu materiałów równe lub zbliżone.

Dwa pierwsze warunki były przedmiotem licznych badań [2, 6, 7, 8], mniej natomiast uwagi poświęcono warunkowi trzeciemu. Problem spełnienia tego warunku rozstrzygany był w oparciu o znane stwierdzenie [10] mówiące, że współczynnik skurczu poprzecznego dla odkształceń plastycznych zbliża się do granicznej wartości 0,5. Dla bliższego poznania tego problemu przeprowadzone zostały badania współczynnika ν w zakresie sprężysto-plastycznym dla celuloиду oraz stopów aluminium PA2 i PA4. Badania przedstawione w niniejszej pracy nie obejmują pomiarów współczynnika skurczu poprzecznego dla innych materiałów konstrukcyjnych, gdyż były one przedmiotem pracy [3].

2. Celuloid

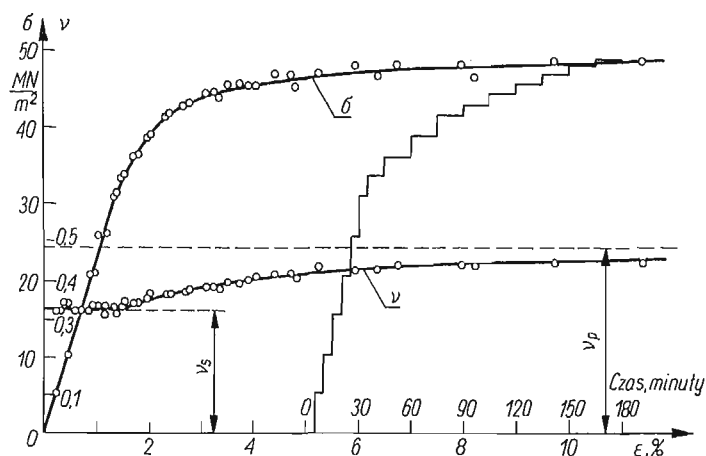
Badania współczynnika ν przeprowadzono na próbkach osiowo rozciąganych, których kształt i wymiary pokazano na rys. 1, drogą równoczesnego pomiaru wydłużenia osiowego próbki oraz poprzecznego zwężenia. Grubość próbek wynosiła około 3 mm. Do pomiaru wydłużenia użyto katetometru Wild KM801 dającego dokładność pomiaru $\pm 0,01$ mm, natomiast zwężenie próbki mierzono odpowiednio przebudowanym tensometrem mechanicznym B. Holle MK3 o dokładności $\pm 0,001$ mm. Długość bazy pomiarowej dla odkształceń podłużnych próbki wynosiła 40 mm, natomiast odkształcenie poprzecz-

ne mierzono na bazie około 9 mm, której długość każdorazowo przed zamontowaniem tensometru na próbce mierzono komparatorem Abee'go o dokładności pomiaru $\pm 0,001$ mm.



Rys. 1. Próbki użyte do badań

W omawianych badaniach zrezygnowano z zastosowania jednego ze sposobów eliminacji czynnika czasu na kształt krzywej rozciągania dla celuloidu, gdyż w danym przypadku byłoby to zbędnym utrudnieniem badań. Obciążenie próbek przeprowadzono w sposób umożliwiający otrzymanie możliwie dużej ilości odczytów odkształceń w zakresie sprężysto-plastycznym.

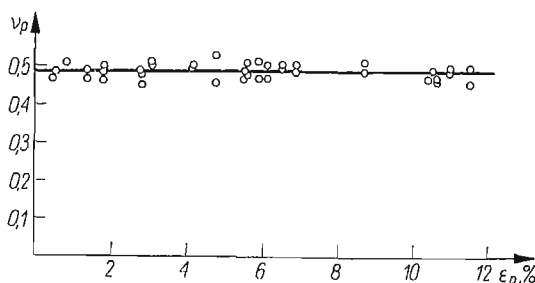


Rys. 2. Krzywa rozciągania, przebieg zmienności obciążenia w czasie badania oraz krzywa zmienności współczynnika skurczu poprzecznego dla celuloidu

Przebieg zmienności obciążenia w czasie badania przedstawiony został na rys. 2. Na rysunku tym wykreślono również otrzymaną z badań krzywą rozciągania celuloidu oraz naniesiono obliczone na podstawie pomiarów wartości współczynnika ν .

Z rozkładu punktów pomiarowych wynika, że współczynnik skurczu poprzecznego dla celuloidu wzrasta od wartości ν_s , odpowiadającej zakresowi liniowo sprężystemu, do pewnej granicznej wartości ν_p , która jest współczynnikiem skurczu poprzecznego dla odkształceń trwałych. Wielkość współczynnika ν_s wyznaczona jako średnia z 44 pomiarów wynosi $\nu_s = 0,326 \pm 0,006$. Współczynnik ν_p wyznaczono natomiast na podstawie trwałych odkształceń próbek po ich odciążeniu. Pomiar trwałego wydłużenia próbek przeprowadzono za pomocą katetometru, a trwałe zwężenie mierzono śrubą mikrometryczną. Wyniki otrzymane z pomiarów przeprowadzonych na próbkach wykazujących

odkształcenia trwałe w zakresie 0,5–12% przedstawia rys. 3. Średnia wielkość współczynnika skurczu poprzecznego dla odkształceń trwałych otrzymana z 43 pomiarów wynosi $\nu_p = 0,486 \pm 0,007$.



Rys. 3. Współczynnik skurczu poprzecznego ν_p przy różnych odkształceniach trwałych dla celulozoidu

W przypadku, gdy odkształcenie próbki składa się z odkształcenia sprężystego ν_s oraz trwałego odkształcenia plastycznego ν_p , co dotyczy każdego z punktów leżących na krzywej rozciągania powyżej granicy sprężystości, współczynnik skurczu poprzecznego ν może być obliczony z zależności

$$\nu = \frac{\nu_s \varepsilon_s + \nu_p \varepsilon_p}{\varepsilon_s + \varepsilon_p}.$$

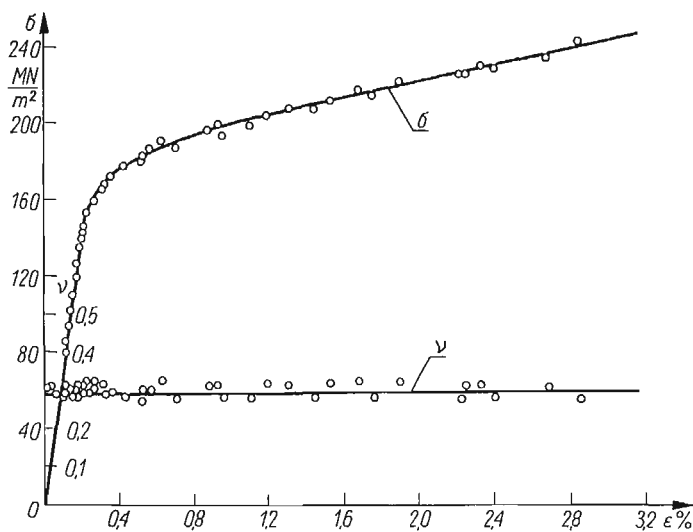
Zależność tę w nieco innej postaci podali BAHUAUD i BOIVIN [1] oraz JEREMIEJEW [3]. Linia ciągła na rys. 2 przedstawia przebieg zmienności współczynnika ν według podanej zależności, przy czym za ν_s i ν_p podstawiono wyznaczone poprzednio wartości, natomiast ε_s i ε_p odczytywano dla poszczególnych punktów z krzywej rozciągania przedstawionej na rys. 2. Z rysunku tego wynika, że rozkład punktów odpowiadających zmierzonym wartościom współczynnika skurczu poprzecznego ν w zakresie sprężysto-plastycznym dokładnie odwzorowuje przebieg krzywej opisanej powyższą zależnością.

3. Stopy aluminium

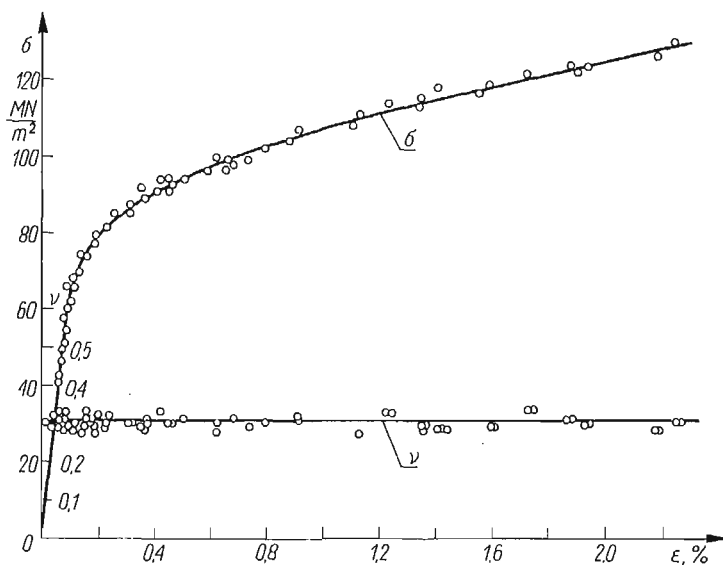
W podobny sposób jak dla celulozoidu przeprowadzono pomiary współczynnika skurczu poprzecznego dla stopów aluminium PA2-M (wyżarzony, miękki) i PA4-T1 (prze-sycony, sztucznie starzony). Próbki użyte do badań wycinano z blachy o grubości 5 mm dla stopu aluminium PA4 i 1 mm dla stopu aluminium PA2, przy czym oś podłużna próbek pokrywała się z kierunkiem walcowania. Kształt próbek był podobny do kształtu próbek celulozoidowych przedstawionych na rys. 1, przy czym ich wymiary liniowe były następujące (w mm)

Stop aluminium	Wymiary próbek			
	a	l	r	b
PA2	22	140	15	50
	30	210	20	60
PA4	30	250	20	70

Wydłużenie próbek mierzono tensometrem mechanicznym B. Holle Mk3 o najmniejszej działce 0,01 mm, a nie jak w przypadku celulozoidu katetometrem, natomiast pomiaru zwężenia poprzecznego dokonywano odpowiednio przebudowanym tensometrem me-



Rys. 4. Krzywa rozciągania i współczynnik skurczu poprzecznego dla stopu aluminium PA2



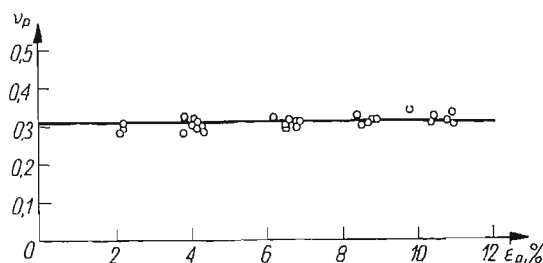
Rys. 5. Krzywa rozciągania i współczynnik skurczu poprzecznego dla stopu aluminium PA4

chanicznym B. Holle Mk3 o dokładności $\pm 0,001$ mm. Baza pomiarowa dla odkształceń podłużnych wynosiła 100 mm, a dla odkształceń poprzecznych 20 lub 28 mm, w zależności od szerokości próbki. Siłę obciążającą dla próbek wykonanych ze stopu PA2, podobnie jak dla celulozoidu, zrealizowano w układzie obciążającym polaryskopu, natomiast

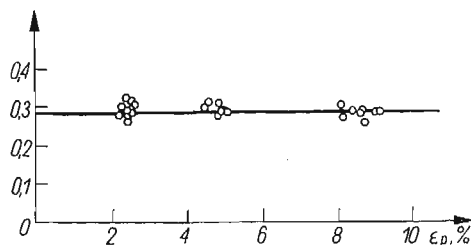
badanie próbek ze stopu PA4 wykonano w maszynie wytrzymałościowej ZD-10 WPM Leipzig.

Przebieg otrzymanych z pomiarów krzywych rozciągania dla aluminium PA2 i PA4 oraz rozkład zmierzonych wartości współczynnika ν przedstawiają rys. 4 i 5. Z rysunków tych wynika, że współczynnik skurczu poprzecznego dla stopów aluminium nie wzrasta w zakresie sprężysto-plastycznym, jak to miało miejsce w przypadku celulozoidu oraz innych materiałów konstrukcyjnych przebadanych w pracy [3].

Dla sprawdzenia otrzymanych wyników przeprowadzono, jak w p. 2, pomiary ν_s i ν_p . Pomiary ν_s przeprowadzono w trakcie obciążenia próbek poniżej granicy sprężystości, natomiast ν_s mierzono na podstawie trwałych odkształceń próbek pozostających po ich odciążeniu. Trwałe odkształcenia podłużne próbek mierzono komparatorem Abee'go z dokładnością $\pm 0,001$ mm na bazie pomiarowej o długości 22 lub 30 mm, a trwałe odkształcenia poprzeczne mierzono śrubą mikrometryczną z dokładnością $\pm 0,01$ mm przy bazie pomiarowej równej szerokości próbki, to znaczy 22 lub 30 mm.



Rys. 6. Współczynnik skurczu poprzecznego ν_p przy różnych odkształceniach trwałych dla stopu aluminium PA2



Rys. 7. Współczynnik skurczu poprzecznego ν_p przy różnych odkształceniach trwałych dla stopu aluminium PA4

Średnie wartości ν_s i ν_p , obliczone na podstawie 33–38 niezależnych pomiarów przedstawiają się następująco:

Stop aluminium	ν_s	ν_p
PA2	$0,306 \pm 0,009$	$0,307 \pm 0,006$
PA4	$0,289 \pm 0,006$	$0,288 \pm 0,006$

Pomiary współczynnika ν_p przeprowadzono na próbkach wykazujących odkształcenia trwałe, w granicach 2–11%. Wyniki tych pomiarów przedstawiają rys. 6 i 7.

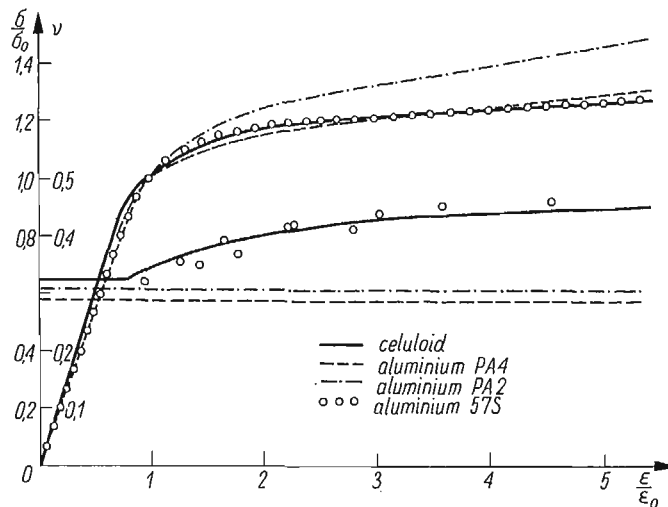
Z podanego powyżej zestawienia średnich wartości ν_s i ν_p wynika, że dla obu badanych stopów aluminium współczynnik skurczu poprzecznego dla odkształceń sprężystych jest równy współczynnikowi dla odkształceń plastycznych, to znaczy $\nu_s = \nu_p$. Podstawiając tę równość do zależności podanej w p. 2 otrzymuje się $\nu = \nu_s = \nu_p = \text{const}$. Linie ciągłe na rys. 4 i 5 przedstawiające powyższy wynik odpowiadają dość dobrze rozkładowi punktów pomiarowych.

Dla zbadania wpływu kierunku walcowania na wartość współczynnika skurczu poprzecznego dla odkształceń trwałych przeprowadzono pomiary ν_p na próbkach wykonanych ze stopu PA2 wyciętych pod kątem 90° i 50° do kierunku walcowania. Dla kąta 90° otrzymano $\nu_p = 0,308 \pm 0,006$, a dla kąta 50° $\nu_p = 0,408 \pm 0,009$. Podane wartości są średnimi obliczonymi z 21 niezależnych pomiarów.

Odstępstwo wartości ν_p dla stopów aluminium od ogólnie przyjmowanej wartości zbliżonej do 0,5, jak również wpływ kierunku walcowania blachy na współczynnik skurczu poprzecznego dla stopu PA2 wskazuje na konieczność przeprowadzenia bliższych badań własności mechanicznych stopów aluminium.

4. Porównanie wyników

Dla przeprowadzenia porównania wyników otrzymanych w p. 2 i 3 wykonano bezwymiarowe wykresy krzywych rozciągania dla stopów aluminium PA2 i PA4 oraz bezwymiarowy wykres krzywej rozciągania celuloidu dla czasu badania 300 minut otrzymany w sposób opisany w pracy [4]. Krzywe te wraz z odpowiadającymi im wykresami zmienności współczynnika skurczu poprzecznego przedstawia rys. 8. Na rysunku tym na-



Rys. 8. Bezwymiarowe krzywe rozciągania i współczynnik skurczu poprzecznego dla celuloidu i stopów aluminium

niesiono również krzywą rozciągania stopu aluminium 57S użytego przez THEOCARISA i MARKETOSA do badań przedstawionych przez nich w pracy [11]. Praca ta dotyczyła sprężysto-plastycznego rozkładu odkształceń i naprężeń w rozciąganych osiowo pasmach osłabionych otworem kołowym.

Badania przeprowadzili oni na modelach wykonanych ze stopu aluminium za pomocą metody optycznie czulej warstwy powierzchniowej w połączeniu z metodą analogii elektrycznej. Poza założeniem plastycznej nieściśliwości przy obliczaniu składowych stanu naprężenia, w oparciu o wyznaczone doświadczalnie składowe odkształceń, THEOCARIS i MARKETOS w pracy swej nie podali żadnych informacji odnośnie współczynnika ν użytego do badań materiału. Na podstawie zamieszczonych w powyższej pracy wykresów odkształceń ε_x i ε_y , możliwe było dla punktów leżących na krawędzi modelu wyznaczenie współczynnika skurczu poprzecznego $\nu = |\varepsilon_x/\varepsilon_y|$. Otrzymane tą drogą wartości ν dla stopu aluminium 57S przedstawiono na rys. 8.

Na podstawie wykresów przedstawionych na rys. 8 można stwierdzić, że krzywa rozciągania celulozoidu wykazuje podobieństwo do krzywych rozciągania dla stopów aluminium PA4 i 57S, natomiast krzywa rozciągania aluminium PA2 odbiega znacznie od krzywej dla celulozoidu. Znacznie odbiegają od siebie także wykresy zmienności współczynnika ν dla celulozoidu oraz stopów aluminium PA2 i PA4. Dotyczy to zakresu powyżej granicy sprężystości, gdyż jak wynika z pomiarów omówionych w p. 2 i 3, wartości ν_s dla tych trzech materiałów są do siebie zbliżone. Rozbieżności występujące w obszarze odkształceń sprężysto-plastycznych wynikają z anomalii zaobserwowanej w badanych stopach aluminium, polegającej na równości $\nu_s = \nu_p$ w przeciwieństwie do większości materiałów, gdzie $\nu_p \neq \nu_s$, a ponadto $\nu_p \cong 0,5$. Z rys. 8 wynika również, że anomalia ta nie występuje w przypadku aluminium 57S, gdyż z rozkładu obliczonych wartości ν wynika, że współczynnik skurczu poprzecznego dla tego materiału wzrasta do pewnej granicznej wartości zbliżonej do 0,5. Z uwagi jednak na to, że przedstawione wyniki dla tego materiału otrzymano drogą pośrednią przy pomocy metody warstwy optycznie czulej, wniosek ten nie może być traktowany jako ostateczny.

Podsumowując przeprowadzone badania należy stwierdzić, że warunek równości współczynników skurczu poprzecznego w zakresie odkształceń sprężysto-plastycznych nie jest spełniony dla celulozoidu oraz stopów aluminium PA2 i PA4. Warunek ten jest jednak spełniony w przypadku aluminium 57S oraz, co wynika z pracy [3], dla innych materiałów konstrukcyjnych, takich jak mosiądz i pewne gatunki stali.

Literatura cytowana w tekście

1. J. BAHUAUD, M. BOIVIN, *Nouvel aspect des formules du coefficient de Poisson sécant et tangent*, Journal de Mécanique, 4, 8 (1969), 553–564.
2. M. M. FROCHT, R. A. THOMSON, *Studies in photoplasticity*, Archiwum Mechaniki Stosowanej, 2, 11 (1959), 157–171.
3. А. Е. ЕРЕМЬЕВ, *К вопросу о получении коэффициента поперечной деформации материалов в упруго-пластической области*, Труды метрологических институтов СССР, 1969, вып. 104 (164), 140–143.
4. A. LITEWKA, *Polaryzacyjno-optyczna metoda wyznaczania składowych płaskiego stanu naprężenia w obszarze plastycznym*, Rozprawy Inżynierskie, 4, 17 (1969), 693–704.
5. A. LITEWKA, *Modelowanie płaskich sprężysto-plastycznych zagadnień metodą fotoplastyczności*, Mechanika Teoretyczna i Stosowana, 1, 8 (1970) 19–26.
6. E. MÖNCH, R. JIRA, *Studie zur Photoplastizität von Celluloid am Rohr unter Innerdruck*, Zeitschrift für Angewandte Physik, 9, 7 (1955), 450–453.
7. E. MÖNCH, R. LORECK, *A study of the accuracy and limit of application of plane photoplastic experiments*, Photoelasticity, Pergamon Press, Oxford—London—New York—Paris 1963, 169–184.

8. В. П. НЕТРЕВКО, *Проверка и уточнение основных законов фотопластичности целлулоида*, Вестник Московского университета, Математика, механика, 2 (1963), 53–59.
9. В. П. НЕТРЕВКО, В. Д. КОПЫТОВ, *К вопросу о моделировании напряженно-деформированного состояния при упруго-пластических деформациях поляризационно-оптическим методом*, Вестник Московского университета, Математика, механика, 3 (1970), 93–98.
10. W. OLSZAK, P. PERZYNA, A. SAWCZUK, *Teoria plastyczności*, PWN, Warszawa 1965, s. 63.
11. P. S. THEOCARIS, E. MARKETOS, *Elastic-plastic analysis of perforated thin strips of the strain-hardening material*, Journal of the Mechanics and Physics of Solids, 6, 12 (1964), 377–390.

Р е з ю м е

УСЛОВИЕ ПОДОБИЯ КОЭФФИЦИЕНТА ПОПЕРЕЧНОЙ ДЕФОРМАЦИИ
В ФОТОПЛАСТИЧНОСТИ

В работе представлены исследования коэффициента поперечной деформации в упруго-пластической области для целлулоида в алюминиевых сплавах ПА2 и ПА4. Результаты исследований показывают, что для этих материалов условие подобия коэффициентов поперечной деформации не выполняется. Это является результатом постоянства коэффициента поперечной деформации алюминиевых сплавов за пределом упругости. Коэффициент этот не возрастает до предельной величины 0,5, а остается равным коэффициенту для упругих деформаций.

S u m m a r y

SIMILARITY CONDITION OF THE LATERAL CONTRACTION COEFFICIENT IN
PHOTOPLASTICITY

The results of measurements of the lateral contraction coefficient ν in the elastic-plastic deformation domain for celluloid and aluminium alloys PA2 and PA4 are presented. From the experiments it follows that the model similarity condition concerning the equality of the coefficient ν for these materials is not fulfilled. The conclusion results from the observation that in the case of aluminium Poisson's ratio does not increase, after passing the elastic limit, to the limiting value of about 0.5; it remains constant and equal to the lateral contraction coefficient of purely elastic deformations.

POLITECHNIKA POZNAŃSKA

Praca została złożona w Redakcji dnia 24 stycznia 1972 r.
