

SZACOWANIE WSPÓŁCZYNNIKA TARCIA NA CZOŁACH ŚCISKANEJ PLASTYCZNIE PRÓBKII
WALCOWEJ

ZDZISŁAW MALINOWSKI, JANUSZ KLEPACZKO (WARSZAWA)

1. Założenia wstępne

Dotychczasowa literatura dotycząca plastycznego ściskania próbek walcowych pomiędzy praktycznie nieodkształcalnymi płytami jest niezwykle obszerna. Dokładne poznanie wszystkich efektów towarzyszących próbie ściskania materiałów, w tym metali, stanowi podstawowy problem w badaniu ich własności plastycznych. Przy czym można tu wyróżnić następujące trzy kierunki badawcze:

a) teoretyczny opis procesu ściskania krążków na gruncie teorii plastyczności, w którym zmierza się do coraz bardziej dokładnego ujęcia problemu,

b) doświadczalne wyznaczanie krzywych umocnienia dla warunków idealnych (bez tarcia) przez sprowadzenie rezultatów uzyskanych dla próbek o różnej smukłości $s_0 = h_0/d_0$ do wartości dla $s_0 = \infty$; h_0 oznacza początkową wysokość próbki, d_0 oznacza jej początkową średnicę,

c) doświadczalne określanie przy pomocy ściskania cienkich krążków najbardziej przydatnych smarów z punktu widzenia technologii plastycznego formowania metali, co wiąże się bezpośrednio z wartościami współczynnika tarcia na czołach krążka.

Również literatura dotycząca teoretycznej analizy procesu plastycznego ściskania krążków jest bardzo obszerna. Należy tu wymienić przede wszystkim klasyczną pracę SIEBLA [11]. W pracy tej założono, że $\sigma_r = \sigma_\theta$ oraz przyjęto warunek plastyczności w postaci $\sigma_0 = \sigma_z - \sigma_r$. Następnie przekształcono uproszczone równanie równowagi zapisane we współrzędnych cylindrycznych (z, r, θ)

$$(1) \quad \frac{d\sigma_r}{dr} + \frac{\sigma_r - \sigma_\theta}{r} = -\frac{2\mu\sigma_z}{h}$$

do postaci

$$(2) \quad \frac{d\sigma_z}{dr} + \frac{2\mu\sigma_z}{h} = 0.$$

Z kolei całkując równanie (2) dla warunku brzegowego $\sigma_z = \sigma_0$, gdy $r = a$ otrzymano następującą zależność opisującą rozkład naprężeń poosiowych w funkcji promienia

$$(3) \quad \sigma_z(r) = \sigma_0 \exp \frac{2\mu}{h} (a-r),$$

gdzie μ oznacza współczynnik tarcia, σ_0 jest aktualnym naprężeniem plastycznego płynięcia przy ściskaniu, h stanowi bieżącą wysokość krążka, a jest bieżącym maksymalnym promieniem.

Średnie naprężenie poosiowe $\bar{\sigma}_z$ uzyskuje się przez scałkowanie wyrażenia (3) i podzielenie wyniku przez aktualne pole przekroju próbki, stąd

$$(4) \quad \bar{\sigma}_z = \sigma_0 \frac{2}{\alpha^2} (e^\alpha - \alpha - 1),$$

gdzie

$$\alpha = \frac{2\mu a}{h}.$$

Ponieważ spełniony jest warunek stałej objętości materiału próbki, to zachodzi równość

$$a^2 h = a_0^2 h_0$$

wyrażenie na α przekształca się do postaci

$$(5) \quad \alpha = \frac{2\mu a_0 h_0^{1/2}}{h^{3/2}}.$$

W pracy [10] wykazano, że wyrażenia (3) i (4) są słuszne jedynie wtedy, gdy współczynnik tarcia μ , przy danej wartości a/h , nie przekracza pewnej wartości krytycznej μ_k , którą wyznacza się z warunku

$$(6) \quad \frac{a}{h} \leq \frac{1}{2\mu_k} \ln \left(\frac{1}{2\mu_k} \right).$$

Gdy warunek (6) nie jest spełniony, to dla $r \leq r_k$, przy ograniczeniu $0 < r_k < a$, pojawia się pewna strefa, gdzie obserwuje się tarcie szczipne i wzajemny poślizg materiału próbki względem ściskającej płyty nie zachodzi. Bardziej szczegółowa dyskusja tego zjawiska wraz z odpowiednimi zależnościami na naprężenie średnie $\bar{\sigma}_z$ została zamieszczona na przykład w pracach [10] i [12].

Przedstawione rozwiązanie (4) jest rozwiązaniem przybliżonym, a ponadto ogranicza się do odpowiednio małych wartości odkształcenia i współczynnika tarcia μ .

Próbę bardziej dokładnego rozwiązania zagadnienia przy dowolnych wartościach współczynnika tarcia μ podjęto w pracy [7] wykorzystując graficzną metodę konstruowania pól statycznie i kinematycznie dopuszczalnych, zaproponowaną pierwotnie w pracy [9].

Pewne przybliżone metody szacowania średniego nacisku omówiono także w pracy [13]. Należy podkreślić, że wspomniane rozważania teoretyczne ograniczają się jedynie do modelu ciała sztywno-idealnie plastycznego.

Nieco odmienne zagadnienie stanowią prace teoretyczne uwzględniające w procesie ściskania również lepkość materiału, a także jego bezwładność poprzeczną, należy tu wymienić prace [2], [4] oraz [5].

Spośród prac dotyczących drugiego kierunku należy przede wszystkim wymienić pracę [3], gdzie po przeprowadzeniu serii doświadczeń na próbkach o różnej smukłości s_0 , ograniczono się do wyznaczenia krzywych umocnienia miedzi i kilku jej stopów dla $s_0 = \infty$. Metoda ta była później wielokrotnie wykorzystywana przez różnych autorów.

Wreszcie spośród prac ostatniej grupy można wymienić wspomnianą pracę [10] oraz ponadto prace [6], [8] i [14]. We wszystkich wymienionych w tej grupie pracach wyniki doświadczeń nanoszono w postaci wykresów we współrzędnych $(\bar{\sigma}_z/\sigma_0, a/h)$ celem porównania z wynikiem teoretycznym (4), który w tych współrzędnych przedstawiano w postaci rodziny linii dla stałych wartości współczynnika tarcia μ . Stwierdzono, że dla małych wartości μ zależność (4) wykazuje zadowalającą dokładność w porównaniu z wynikami doświadczalnymi. Ponadto w pracach [6] i [14] zmierzono doświadczalnie przy pomocy odpowiednich miniaturowych czujników szpilkowych rozkład naprężeń normalnych $\sigma_z(r)$ wzdłuż promienia, stwierdzając dla wartości ε mniejszych od 0,05 dobrą zgodność z równaniem (3).

2. Podstawowe zależności

Ponieważ przeprowadzone przez innych autorów doświadczenia potwierdza ją przydatność równania (4), dla warunków praktycznych istnieje zatem możliwość bezpośredniego szacowania współczynników tarcia przy wykorzystaniu tego równania. Należy jednak założyć, że współczynniki tarcia oraz maksymalne odkształcenia nie przekraczają odpowiednich wartości przy równoczesnym spełnieniu warunku (6).

Po wprowadzeniu inżynierskiej miary odkształcenia

$$\varepsilon = \frac{h_0 - h}{h_0} \quad \text{lub} \quad h = h_0(1 - \varepsilon)$$

oraz warunku nieściśliwości materiału krążka

$$a = a_0 \left(\frac{h_0}{h} \right)^{1/2} \quad \text{lub} \quad a = a_0(1 - \varepsilon)^{-1/2},$$

równanie (3) przekształca się do postaci

$$(7) \quad \beta(r) = \exp \alpha \left[1 - \frac{r}{a_0} (1 - \varepsilon)^{1/2} \right],$$

gdzie

$$\beta(r) = \frac{\sigma_z(r)}{\sigma_0}$$

oraz na podstawie (5)

$$(8) \quad \alpha = \frac{\mu}{s_0(1 - \varepsilon)^{3/2}}; \quad s_0 = \frac{h_0}{2a_0}.$$

Jak wspomniano poprzednio, s_0 oznacza początkową smukłość próbki. Równanie (4) oraz warunek (6) można zapisać w formie

$$(9) \quad \bar{\beta} = \frac{2}{\alpha^2} (e^\alpha - \alpha - 1); \quad \bar{\beta} = \frac{\bar{\sigma}_z}{\sigma_0},$$

$$(10) \quad 1 < \frac{1}{\alpha_k} \ln \left(\frac{1}{2\mu_k} \right); \quad \alpha_k = \frac{\mu_k}{s_0(1 - \varepsilon)^{3/2}}.$$

Otrzymane zależności (7), (8) i (9) umożliwiają wyznaczenie w różny sposób współczynnika tarcia μ w oparciu o odpowiednie dane doświadczalne.

I tak, dysponując zredukowanym rozkładem naprężeń $\beta(r)$ wzdłuż promienia, otrzymanym na drodze doświadczalnej z pomiarów czujnikami szpilkowymi, można wyznaczyć $\mu(r)$ posługując się zależnością (7), stąd

$$(11) \quad \mu(r) = \frac{s_0(1-\varepsilon)^{3/2} \ln \beta(r)}{1 - \frac{r}{a_0}(1-\varepsilon)^{3/2}}.$$

Ponieważ jednak przy wyprowadzaniu wzoru (7) założono, że μ nie zależy od r , błąd tak wyznaczonego rozkładu $\mu(r)$ jest tym większy, im wartości $\mu(r)$ bardziej odbiegają od wartości stałej. Stąd też postępowanie takie jest racjonalne, gdy wartości ε i μ są odpowiednio małe. W ten sposób obliczono w pracy [14] wartości $\mu(r)$ dla aluminium przy $\varepsilon = 0,02$ i przy użyciu mydła jako smaru.

Jeżeli rozkład współczynnika tarcia μ nie jest stały wzdłuż promienia, można również wyznaczyć $\mu(r)$ bezpośrednio z równania (2). Dokładna metoda oparta na lokalnych pomiarach nacisku σ_z i naprężenia stycznego τ czujnikami szpilkowymi, skośnie umieszczonymi na osi z , została opisana w pracy [14]. Uzyskane na podstawie tej metody rozkłady $\mu(r)$ są jakościowo podobne do wynikających ze wzorów (2) i (7). Gdy nie dysponuje się doświadczalnie wyznaczonym rozkładem $\beta(r)$, a jedynie wartością naprężenia średniego $\bar{\beta}$, można korzystając z zależności (9) wyznaczyć średnią wartość μ . W tym celu należy przeprowadzić serię doświadczeń pozwalających na otrzymanie zależności $\bar{\beta}(s_0, \varepsilon)$, gdzie początkowa smukłość s_0 jest parametrem. Ponieważ jednak μ wchodzi do zależności (9) w sposób uwikłany, przeto wartość współczynnika tarcia należy wyznaczyć na drodze numerycznej. Dodatkową trudnością jest posługiwanie się modelem ciała sztywno-idealnie plastycznego dla opisu zachowania się realnych metali wykazujących zjawisko umocnienia.

Zjawisko umocnienia można do pewnego stopnia uwzględnić przyjmując jako σ_0 dla danego odkształcenia wartość σ odpowiadającą temu samemu odkształceniu na rzeczywistej krzywej umocnienia uzyskanej dla $s_0 \rightarrow \infty$. Sytuacja taka została przedstawiona na rys. 1.

Równanie (9) może zostać wykorzystane do obliczeń numerycznych μ przy pomocy kolejnych przybliżeń: w dwóch następujących postaciach:

$$(12) \quad \mu = s_0(1-\varepsilon)^{3/2} \left(e^{\alpha - \bar{\beta} \frac{\alpha^2}{2}} - 1 \right),$$

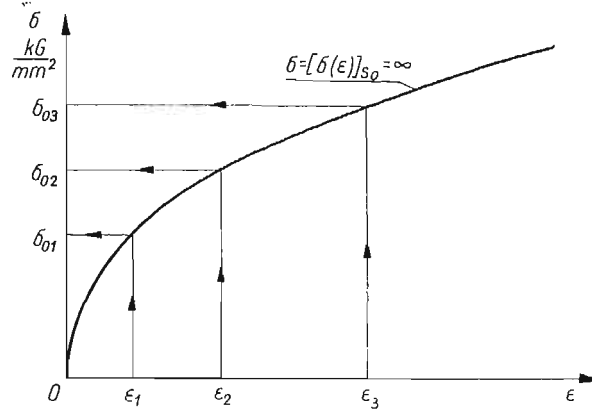
lub

$$(13) \quad \mu = s_0(1-\varepsilon)^{3/2} \ln \left(\alpha + \bar{\beta} \frac{\alpha^2}{2} + 1 \right).$$

Przy danych wartościach s_0 , $\bar{\beta}$ oraz ε należy dać spodziewaną wartość μ i z równania (8) obliczyć α , a następnie sprawdzić zależność (12) lub (13). Kolejne przybliżenia prowadzą do wyznaczenia dokładnej wartości μ .

Po rozwinięciu e^α w szereg oraz przy założeniu małych wartości α równanie (9) można zapisać w formie

$$(14) \quad \bar{\beta} = 1 + 2\frac{\alpha}{3!} + 2\frac{\alpha^2}{4!} + 2\frac{\alpha^3}{5!} + \dots$$



Rys. 1. Schemat wyznaczania obliczeniowej wartości naprężenia plastycznego płynięcia σ_0 dla danego odkształcenia

Po pominięciu wyrazów zawierających α w potęgze wyższej od jedności otrzymuje się wzór przybliżony

$$(15) \quad \mu = 3s_0(1-\epsilon)^{3/2}(\bar{\beta}-1).$$

Ze względu na to, że wyniki doświadczalne nie zawsze pozwalają na dokładne wyznaczenie σ_0 dla $s_0 \approx \infty$ można skorzystać z równania (12) przekształconego do postaci

$$(16) \quad \mu = s_0 \frac{\partial \mu}{\partial s_0} - \frac{\alpha^2(1-\epsilon)^{3/2}s_0^2}{2 \left[(e^\alpha - 1) \left(1 - \frac{2}{\alpha} \right) + 2 \right]} \left(- \frac{\partial \bar{\beta}}{\partial s_0} \right),$$

przy czym w praktyce wyrażenie $s_0 \frac{\partial \mu}{\partial s_0}$ jest zwykle pomijane. Pominięcie wyrażenia

$s_0 \frac{\partial \mu}{\partial s_0}$ jest równoznaczne z założeniem $\mu(s_0) = \text{const}$.

W takim przypadku wzór (16) przyjmuje postać

$$(17) \quad \mu = \frac{\alpha^2(1-\epsilon)^{3/2}s_0^2}{2 \left[(e^\alpha - 1) \left(1 - \frac{2}{\alpha} \right) + 2 \right]} \left(- \frac{\partial \bar{\beta}}{\partial s_0} \right)$$

oraz w przybliżeniu

$$(18) \quad \mu = 3s_0(1-\epsilon)^{3/2} \left(- \frac{\partial \bar{\beta}}{\partial s_0} \right).$$

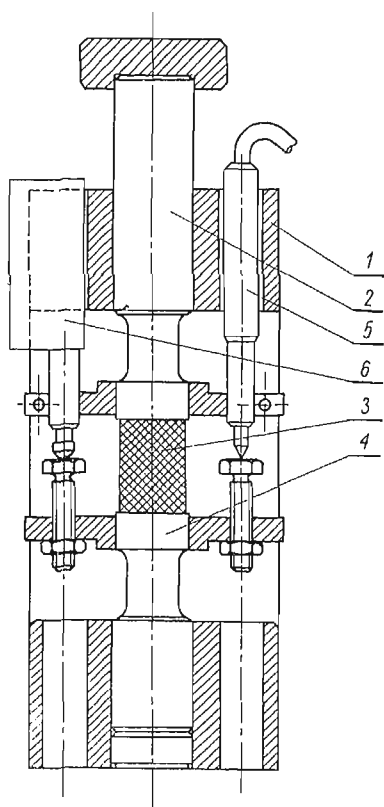
Należy zatem zróżniczkować względem s_0 otrzymaną z doświadczeń zależność $\bar{\beta}(s_0, \epsilon)$, a wartości pochodnej $\frac{\partial \bar{\beta}}{\partial s_0}$ podstawić do równania (16) i obliczyć μ .

Otrzymano więc kilka zależności umożliwiających efektywne szacowanie współczynnika tarcia μ po przeprowadzeniu serii doświadczeń polegających na ścisnaniu próbek o różnej smukłości s_0 . Celem pracy jest wykazanie efektywności proponowanej metody oraz porównanie wartości μ obliczonych z różnych podanych wyżej zależności.

3. Opis i wyniki doświadczeń

Celem doświadczeń było wyznaczenie zależności $\bar{\beta}(s_0, \epsilon)$. Zależność tę można uzyskać na podstawie znajomości krzywych umocnienia dla procesu ścisnania próbek o różnych smukłościach s_0 . Próbie ścisnania poddano serię próbek o następujących wartościach smukłości s_0 : 0,1; 0,125; 0,162; 0,2; 0,25; 0,33; 0,4; 0,5; 0,667; 1,0 i średnicy początkowej $d_0 = 14$ mm.

Próbki z technicznie czystego aluminium w stanie wyżarzonym rekrytalizacyjnie ścisnano w specjalnym przyrządzie, przedstawionym schematycznie na rys. 2. Czoła pró-

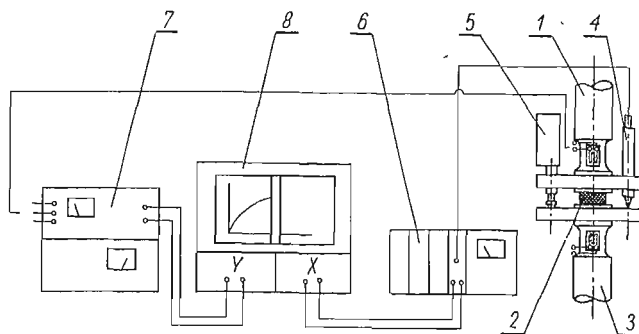


Rys. 2. Przekrój przyrządu do ścisnania próbek

1 — korpus, 2 — stempel z dynamometrem, 3 — próbka, 4 — kowadełko z dynamometrem, 5 — czujnik indukcyjny, 6 — czujnik zegarowy

bek były dokładnie toczone z zachowaniem równoległości i smarowane sproszkowanym MoS_2 . Przyrząd umieszczano w kinematycznej maszynie wytrzymałościowej. Dokładny zapis siły oraz skrócenia próbki odbywał się przy pomocy pisaka X-Y. Sygnał siły uzyskiwano z tensometrów elektrooporowych naklejonych na dynamometrze, natomiast sygnał przemieszczenia czoł próbki z czujnika indukcyjnego. Na rys. 3 przedstawiono schemat

pomiarowy przyrządu. Prędkość odkształcenia przy różnych wartościach s_0 była prawie równa i wynosiła w przybliżeniu $8 \times 10^{-4} \text{S}^{-1}$. Przekroje uzyskanej powierzchni we współrzędnych $(\sigma, \varepsilon, s_0$ lub $1/s_0)$ płaszczyznami stałych odkształceń $\varepsilon = 0,01; 0,03; 0,05; 0,10; 0,15$, zamieszczono na rys. 4a i b.



Rys. 3. Schemat pomiarowy próby ściskania

1 — stempel z naklejonymi tensometrami (dynamometr), 2 — próbka, 3 — kowadełko z naklejonymi tensometrami (dynamometr), 4 — czujnik indukcyjny, 5 — czujnik zegarowy, 6 — wzmacniacz N-101, 7 — mostek tensometryczny ZPT-147, 8 — pisak X-Y Endim 2200

Jak wynika z rys. 4b krzywe $\sigma(s_0)$ dla $\varepsilon = 0,03$ i $\varepsilon = 0,05$ w zakresie $s_0 < 0,25$ są bardziej strome, niż krzywe dla odkształceń 0,01; 0,10; i 0,15. Przyczyną tego jest wystąpienie w tym obszarze efektu Portevin-Le Chatelier (na przykład praca [1]). Jako miarę naprężenia przyjęto naprężenie rzeczywiste $\sigma = P/F$, gdzie P oznacza siłę, a F bieżące pole przekroju próbki. W dalszej części pracy zakłada się, że $\bar{\sigma}_z \equiv \sigma$. Dla odkształceń przyjęto miarę $\varepsilon = \frac{\Delta h}{h_0}$. Wykresy σ wykonano w zależności od s_0 i od $1/s_0$, uzyskując

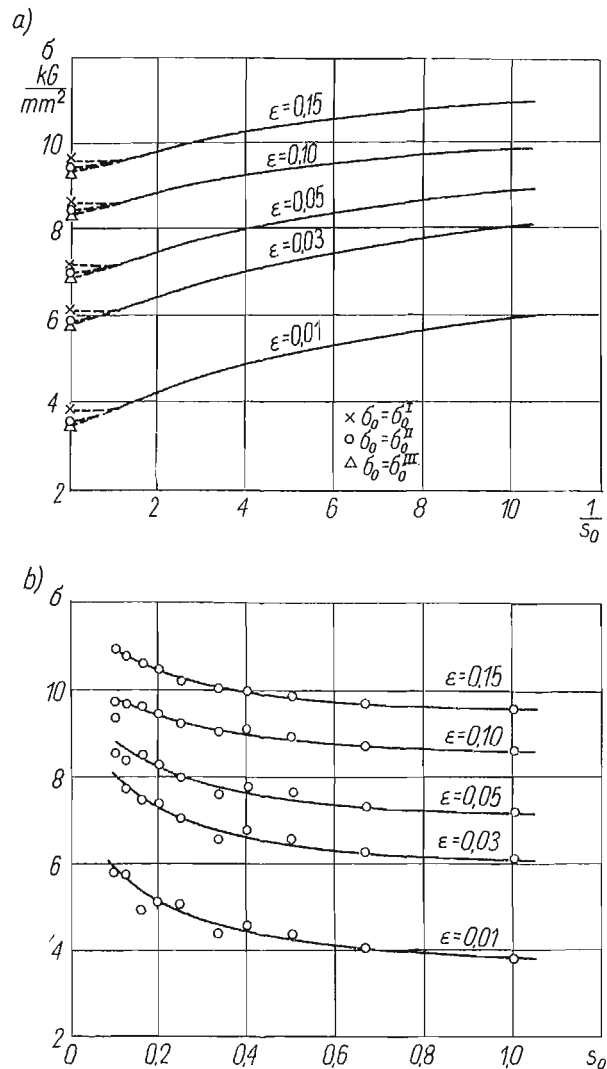
w ten sposób możliwość ekstrapolacji w obu przypadkach granicznych, tzn. gdy $s_0 \rightarrow 0$ i $s_0 \rightarrow \infty$. Na rys. 4 przedstawiono różne sposoby ekstrapolacji σ przy $s_0 \rightarrow \infty$. Ponieważ wartości σ dla $s_0 = \infty$ traktowane są jako σ_0 , sposób ekstrapolacji ma bardzo duży wpływ na wyniki obliczeń wartości μ ze wzorów (12) lub (15). Dla lepszego zbadania przydatności proponowanej metody skorzystano także z wyników badań przeprowadzonych dla miedzi, a zamieszczonych w pracy [3]. Zaczerpnięte z pracy [3] przekroje powierzchni $(\sigma, \varepsilon, s_0)$ dla próbek o wartościach $s_0 = 0,25; 0,33; 0,5; 1,0; 1,5$; przedstawia rys. 5. Czoła używanych w pracy [3] próbek były toczone, nie były jednak smarowane podczas procesu ściskania. Maksymalne odkształcenie wynosiło 0,60.

4. Wyniki obliczeń współczynnika tarcia

Korzystając z wyznaczonych doświadczalnie zależności $\sigma(1/s_0)$ dla $\varepsilon = \text{const}$ oraz ze wzorów (12), (15) i (17) można obliczyć wartości średniego współczynnika tarcia μ pomiędzy próbką i ściskającymi ją stemplami.

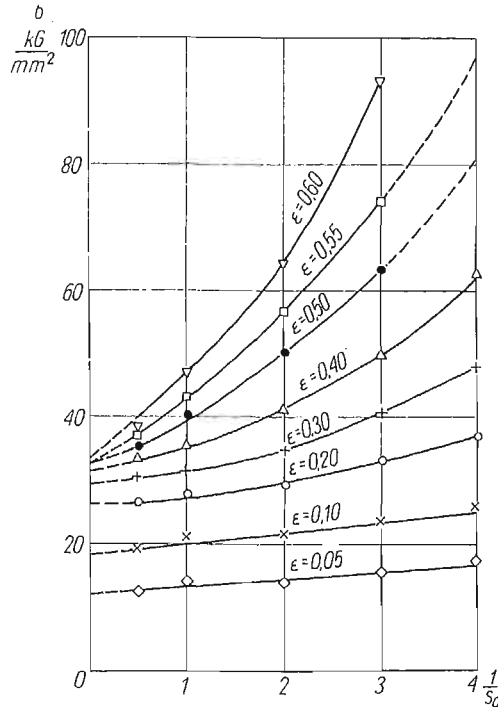
We wzorze (12) μ występuje w postaci uwikłanej. Dodatkową trudność stanowi to, że metoda kolejnych przybliżeń w odniesieniu do tego wzoru jest stosunkowo wolno

zbieżna względem μ , a jej zbieżność zależy od s_0 i ε . W związku z tym obliczenia przeprowadzono na maszynie cyfrowej «Odra 1204» według programu zapewniającego uzyskanie dokładnych rozwiązań. Również na tej maszynie według odpowiednio ułożonego pro-



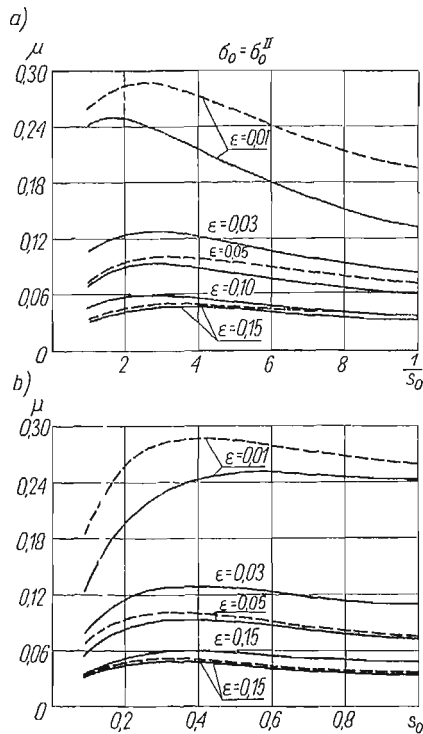
Rys. 4. Doświadczalnie wyznaczone dla próbek aluminiowych wartości naprężenia σ w funkcji $1/s_0$ oraz s_0 ; a) zależność $\sigma(1/s_0)$, b) zależność $\sigma(s_0)$

gramu wykonano obliczenia μ z zależności (17). W tym przypadku na podstawie danych doświadczalnych należało obliczać pochodną $\frac{\partial}{\partial s_0} \left(\frac{\sigma}{\sigma_0} \right)$, co pociągało za sobą konieczność interpolacji i znajdowania analitycznych zależności opisujących krzywe doświadczalne $\sigma(s_0, \varepsilon)$.

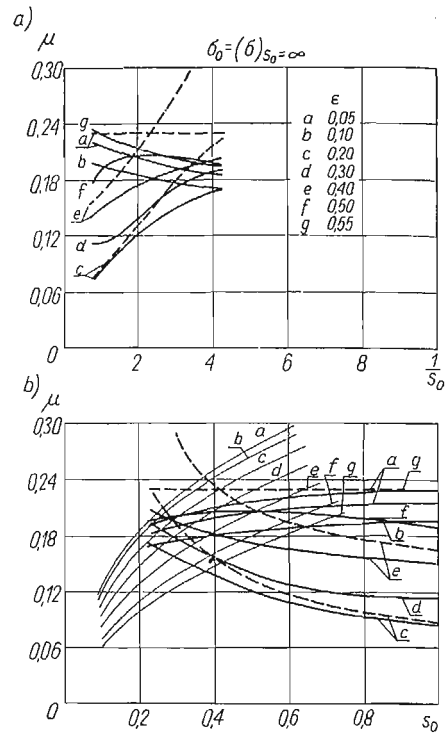
Rys. 5. Zależności $\sigma(1/s_0)$ dla miedzi według pracy [3]

Na rys. 6a i b zostały przedstawione obliczone numerycznie na podstawie wzorów (12) oraz (15) wartości μ , odpowiadające uzyskanym doświadczalnie dla próbek aluminiowych zależnościom według rys. 4a i b. W obliczeniach przyjęto jako σ_0 wartość σ dla $s_0 = \infty$ oznaczoną na rys. 4a przez σ_0^{II} . Taki sposób ekstrapolacji σ_0 przy $s_0 \rightarrow \infty$ należy przyjąć, jeżeli uwzględni się charakter zależności $\sigma(s_0)$ w przedziale $0,5 < s_0 < 1$, oraz warunek, że $\left(\frac{\partial \sigma}{\partial s_0}\right)_{s_0=\infty} = 0$.

Na rys. 7a i b przedstawione zostały wyniki obliczeń μ na podstawie wzorów (12) i (15) przy wykorzystaniu wyznaczonych doświadczalnie w pracy [3] krzywych $\sigma(1/s_0)$ dla miedzi, zamieszczonych uprzednio na rys. 5. Jako granicę plastyczności σ_0 dla danego odkształcenia przyjmowano ekstrapolowaną na rys. 5 wartość σ dla $s_0 \rightarrow \infty$. W celu lepszego pokazania właściwości wzorów (12) i (15) wyniki obliczeń przedstawiono w zależności od s_0 , jak również od $1/s_0$. Zakresy smukłości s_0 i odkształceń ϵ , w których obliczano μ dla aluminium i miedzi zawierają się w następujących granicach: $0 \leq \epsilon \leq 0,15$, $0,25 \leq s_0 \leq 1$. Porównując w tym obszarze wyniki uzyskane dla aluminium — rys. 6 i dla miedzi — rys. 7, widzimy, że charakter zależności $\mu(s_0)$ jest w obu przypadkach podobny. Współczynnik μ wzrasta wraz ze wzrostem s_0 . Zarówno dla aluminium, jak i dla miedzi przyjęto w tym przypadku prostoliniową zależność $\sigma(1/s_0)$ w omawianym zakresie wartości ϵ i s_0 . Na podstawie otrzymanych wyników ze wzoru przybliżonego (15) (rys. 6 i rys. 7 — linia przerywana) można stwierdzić, że wzór ten szacuje wartość μ od góry. Daje on tym lepsze przybliżenie, im mniejsze są wartości α , a więc błąd wzrasta wraz ze zwiększeniem



Rys. 6. Wartości współczynnika tarcia μ dla próbek aluminiowych obliczone z zależności (12) — linia ciągła oraz z zależności (15) — linia przerywana; a) μ w funkcji $1/s_0$, b) μ w funkcji s_0 .
W obliczeniach przyjęto $\sigma_0 = \sigma_0^{\text{II}}$



Rys. 7. Wartości współczynników tarcia μ dla próbek miedzianych obliczone z zależności (12) — linia ciągła oraz z zależności (15) — linia przerywana; a) μ w funkcji $1/s_0$, b) μ w funkcji s_0 . Linie cienkie, ciągłe ilustrują warunek (10). W obliczeniach przyjęto $\sigma_0 = (\sigma)_{s_0=\infty}$.

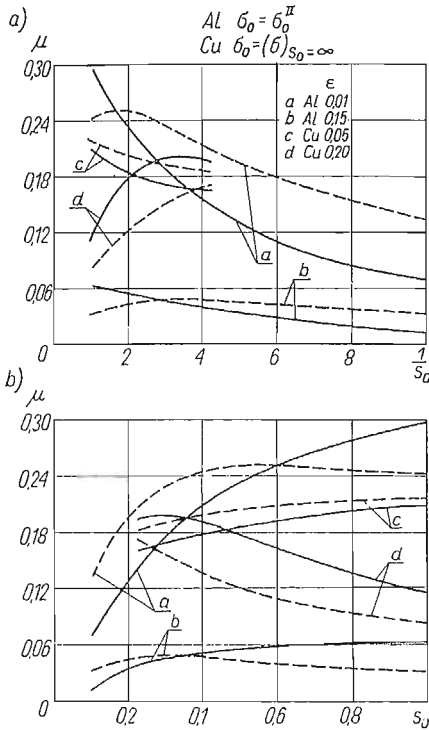
się μ i ε oraz maleje gdy, s_0 wzrasta. Na rys. 8 zestawiono wyniki uzyskane dla próbek aluminiowych i miedzianych przy wykorzystaniu odpowiednio wzoru (12) lub (17). W obliczeniach przyjmowano $\sigma_0 = \sigma_0^{\text{II}}$ dla aluminium oraz $\sigma_0 = (\sigma)_{s_0=\infty}$ dla miedzi. Widzimy, że gdy zachodzi warunek $\frac{\partial \mu}{\partial s_0} = 0$ wartości μ uzyskane z zależności (12) i (17) są

równe, natomiast w przypadku ogólnym różnią się o $\frac{\partial \mu}{\partial s_0} s_0$.

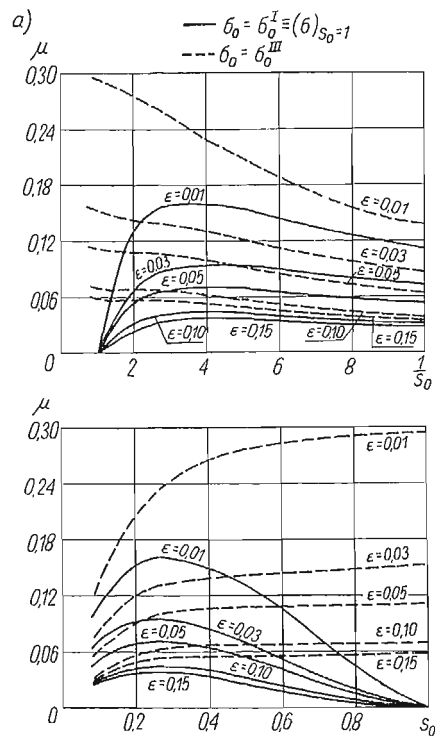
5. Dyskusja wyników doświadczeń i obliczeń numerycznych

Obliczając współczynnik tarcia z zależności (12), (15) i (17) należy znać aktualną granicę plastycznego płynięcia σ_0 . Wartości σ_0 przy różnych sposobach ekstrapolacji oznaczono na rys. 4a przez σ_0^{I} , σ_0^{II} , σ_0^{III} . Wyniki obliczeń μ według wzoru (12) dla próbek aluminiowych przy przyjęciu jako σ_0 odpowiednio σ_0^{I} i σ_0^{II} są podane na rys. 9a i b. Wartość σ_0^{I} odpowiada wartości σ dla $s_0 = 1$, σ_0^{II} odpowiada prostoliniowej ekstrapolacji σ

dla $s_0 \rightarrow \infty$. Widzimy, że wpływ σ_0 na μ zależy od s_0 i zwiększa się, gdy s_0 wzrasta. Przy przyjęciu $\sigma_0 = (\sigma)_{s_0=1} \equiv \sigma_0^I$ stwierdzono na podstawie wzoru (12), że niezależnie od wartości ε w granicy otrzymuje się $s_0 \rightarrow 1$, $\mu \rightarrow 0$. Analogiczne wyniki obliczeń, uzyskane



Rys. 8. Wartości współczynnika tarcia μ dla próbek aluminiowych i miedzianych obliczone z zależności (12) — linia przerywana i (17) — linia ciągła; a) μ w funkcji $1/s_0$, b) μ w funkcji s_0 . W obliczeniach przyjęto $\sigma_0 = \sigma_0^{II}$ dla aluminium oraz $\sigma_0 = (\sigma)_{s_0=\infty}$ dla miedzi

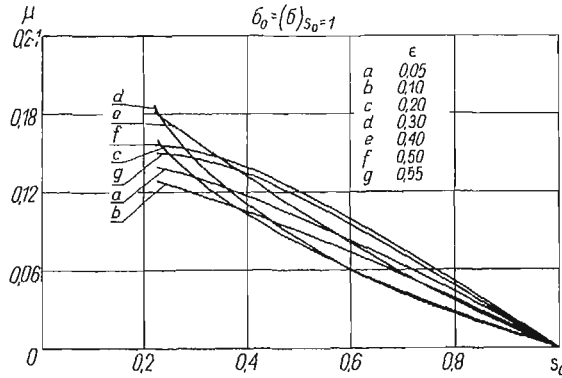


Rys. 9. Wartości współczynnika tarcia μ dla próbek aluminiowych obliczone z zależności (12) przy przyjęciu $\sigma_0 = \sigma_0^I \equiv (\sigma)_{s_0=1}$, — linia ciągła oraz $\sigma_0 = \sigma_0^{III}$ — linia przerywana. Wyniki obliczeń przedstawiono w funkcji $1/s_0$ oraz s_0 ; a) μ w funkcji $1/s_0$, b) μ w funkcji s_0

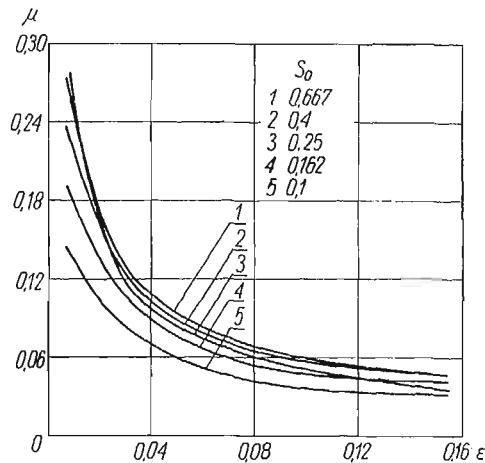
dla miedzi na podstawie krzywych doświadczalnych $\sigma(1/s_0)$ z rys. 5 i przy przyjęciu $\sigma_0 = (\sigma)_{s_0=1}$, przedstawiono na rys. 10.

Podobne własności, jak wzór (12) wykazuje również wzór przybliżony (15). W oparciu o analizę otrzymanych wyników można stwierdzić, że jako dobre oszacowanie wartości μ , które otrzymuje się na podstawie zależności (12) i (15), należy przyjmować wartości μ dla próbek o smukłościach $s_0 \leq 0,3$. Znacznie mniejsze różnice w wartościach μ przy przyjęciu różnych σ_0 otrzymuje się ze wzoru (17). Ponieważ dla dużych s_0 pochodna $\frac{\partial \mu}{\partial s_0}$ jest bardzo mała, stąd wzór (17) może mieć pewne znaczenie dla szacowania współczynnika tarcia przy wykorzystaniu próbek o większych smukłościach. Wzór ten jest jednak obciążony błędem wynikającym z pominięcia wyrażenia $s_0 \frac{\partial \mu}{\partial s_0}$, a więc zależnym od charakteru zmienności $\mu(s_0)$, co zmniejsza jego praktyczną przydatność.

Na podstawie otrzymanych wyników obliczeń numerycznych można pokazać, jak zmienia się współczynnik tarcia μ w zależności od odkształcenia przy ściskaniu krążków o różnych smukłościach.



Rys. 10. Wyniki obliczeń współczynnika tarcia μ z zależności (12) dla próbek miedzianych. W obliczeniach przyjęto $\sigma_0 = (\sigma)_{s_0=1}$



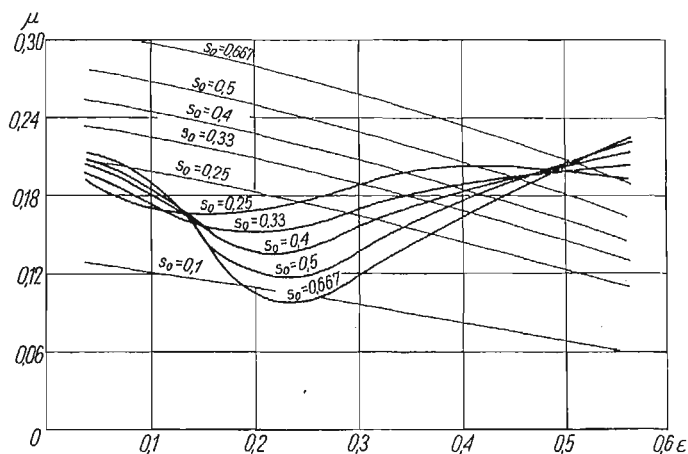
Rys. 11. Wartości współczynnika tarcia μ w zależności od odkształcenia dla próbek aluminiowych, uzyskane na podstawie wyników przedstawionych linią ciągłą na rys. 6

Na rys. 11 i rys. 12 zamieszczone są krzywe ilustrujące zależność $\mu(\epsilon)$. Sporządzono je na podstawie rys. 6 dla aluminium i rys. 7 dla miedzi. Jak wynika z pracy [14], krzywe te zależą w dużym stopniu, zarówno jakościowo, jak i ilościowo, od materiału próbek, rodzaju ich powierzchni oraz użytego przy ściskaniu smaru. Dlatego też rys. 11 i rys. 12 odnoszą się tylko do próbek aluminiowych i miedzianych ściskanych w ściśle określonych warunkach, które zostały uprzednio podane.

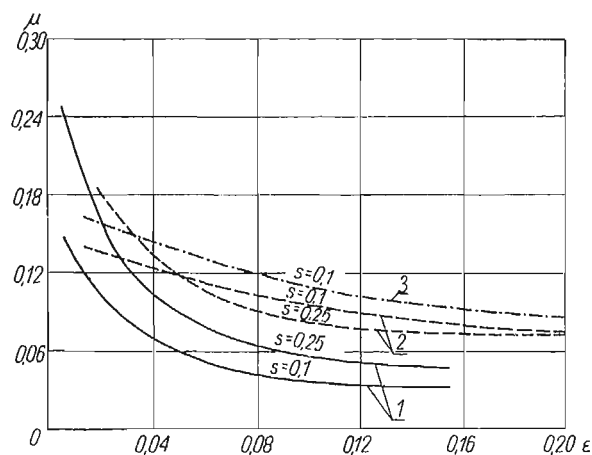
Na rys. 13 zestawiono krzywe (linia ciągła) dla $s_0 = 0,1$ i $s_0 = 0,25$ wzięte z rys. 11, z odpowiednimi krzywymi z pracy [14] (linia przerywana), odnoszącymi się również do próbek aluminiowych smarowanych MoS_2 . Należy podkreślić, że wartości μ w pracy [14] zostały uzyskane inną metodą, mianowicie na podstawie pomiarów nacisku skośnie

osadzonymi czujnikami. Widzimy, że charakter krzywych jest podobny, natomiast różnice w wartościach μ należy prawdopodobnie tłumaczyć nieco odmiennymi warunkami przeprowadzonych w obu pracach eksperymentów.

Na rys. 13 przedstawiono także (linia kreska-kropka) wartości μ uzyskane na drodze numerycznej z zależności (12) dla próbek o smukłości $s_0 = 0,1$, badanych w pracy [14]. Porównanie tych wartości z wartościami μ przedstawionymi linią przerywaną, a uzyska-



Rys. 12. Zależności współczynnika tarcia μ od odkształcenia uzyskane dla próbek miedzianych na podstawie wyników przedstawionych linią ciągłą na rys. 7. Linie cienkie ilustrują warunek (10) powstawania strefy tarcia szcpego



Rys. 13. Porównanie wyników uzyskanych dla próbek aluminiowych smarowanych MoS_2
1 — krzywe obliczone z zależności (12) według rys. 11, 2 — krzywe uzyskane inną, niezależną metodą w pracy [14], 3 — krzywa uzyskana na podstawie zależności (12) oraz danych doświadczalnych odpowiadających krzywej 2 dla $s_0 = 0,1$

nymi w pracy [14] metodą bardziej dokładną wskazuje, że obydwie metody dają w tym przypadku zbliżone rezultaty. Ponieważ jednak proponowana metoda szacowania μ jest mniej pracochłonna, nadaje się ona bardziej do praktycznego zastosowania.

Na rys. 12 i rys. 7b naniesiono linie stanowiące warunek (10) i określające zależność pomiędzy parametrami μ , s_0 , ε , dla których na powierzchni próbki pojawia się strefa z tarcie szcpeym. Jednakże na podstawie przedstawionych wyników trudno jest ustalić jednoznaczny związek pomiędzy charakterem zmienności μ a punktem, w którym powinno wystąpić tarcie szcpe.

6. Wnioski

Uzyskane w niniejszej pracy wyniki wskazują, że proponowana metoda oparta na uproszczonej analizie Siebla daje możliwość szacowania współczynnika tarcia μ na powierzchniach ściskanych próbek walcowych i nadaje się do praktycznego zastosowania. Porównanie wyników uzyskanych tą metodą z wynikami bardziej dokładnych badań, zamieszczonymi w pracy [14], wskazuje na dobrą jakościową i ilościową ich zgodność. Zastosowane w teoretycznej analizie uproszczenia dotyczące różniczkowego równania równowagi, modelu rozważanego ciała, a także założenie stałego na powierzchni próbki współczynnika tarcia μ nie powodują w tym wypadku dużego błędu. W pracy nie wnikano w fizyczną stronę zjawisk mających wpływ na wartość współczynnika tarcia, a zachodzących wewnątrz i na powierzchni ściskanej próbki. W związku z tym przeprowadzono tylko ilościową analizę uzyskanych zależności $\mu(\varepsilon)$ oraz $\mu(s_0)$.

Przedstawiona metoda może mieć praktyczne znaczenie dla badania przydatności smarów stosowanych w procesach przeróbki plastycznej. Można ją również stosować do procesów dynamicznych. Należy jednak skorzystać wówczas z ogólniejszych zależności wypracowanych dla modelu ciała lepkoplastycznego, na przykład prace [4] oraz [5].

Potrzebne w tym przypadku do wyznaczenia współczynnika tarcia dane doświadczalne są takie same, jak dla procesu statycznego. Wyznaczanie jednak dynamicznych krzywych umocnienia jest o wiele trudniejsze i wymaga stosowania skomplikowanej aparatury badawczej.

Literatura cytowana w tekście

1. J. F. BELL, *The Physics of Large Deformation of Crystalline Solids*, Springer, 1968.
2. R. L. CARLSON, *Compression of a viscoplastic disk*, J. Basic Engng., 4, **86** (1964), 700.
3. M. COOK, E. C. LARKE, *Resistance of copper and copper alloys to homogeneous deformation in compression*, J. Inst. Metals, **71** (1945), 371.
4. J. B. HADDOW, *On the compression of a thin disk*, Int. J. Mech. Sciences, 10, 7 (1965), 657.
5. J. KLEPACZKO, *Lateral Inertia Effects in the Compression Impact Experiments*, Inst. Fund. Tech. Res. Reports (Prace IPPT PAN), 17, 1969.
6. S. KOBAYASHI, A. G. MACDONALD, E. G. THOMSEN, *Some aspects of press forging*, Int. J. Mech. Sciences, 2/3, **1** (1960), 282.
7. K. KWASZCZYŃSKA, Z. MRÓZ, *A theoretical analysis of plastic compression of short circular cylinders*, Arch. Mech. Stos., 5, **19** (1967), 787.
8. A. MACDONALD, S. KOBAYASHI, E. G. THOMSEN, *Some problems of press forging lead and aluminum*, J. Eng. Ind., **82** (1960), 246.
9. Z. MRÓZ, *Graphical solution of axially symmetric problem of plastic flow*, ZAMP, **18** (1967), 219.

10. W. SCHROEDER, D. A. WEBSTER, *Press-forging thin sections: effect of friction, area, and thickness on pressures Required*, J. Appl. Mech., **16** (1949), 289.
11. E. SIEBEL, *Grundlagen zur Berechnung des Kraft und Arbeitsbedarf bei Schmieden und Walzen*, Stahl u. Eisen, Düsseldorf, **41**, **43** (1923), 1295.
12. E. G. THOMSEN, C. H. YANG, S. KOBAYASHI, *Plastic Deformation in Metal Processing*, Mac Millan, 1965.
13. L. TÓTH, *Die Wirkung des Schmierens Beim Stauchen von Metallen*, Acta Techn. Hung., **51** (1965), 327.
14. G. T. VAN ROOYEN, W. A. BACKOFEN, *A study of interface friction in plastic compression*, Int. J. Mech. Sciences, **1**, **1** (1960), 1.

Р е з ю м е

ОЦЕНКА КОЭФФИЦИЕНТА ТРЕНИЯ НА ПОВЕРХНОСТЯХ КОНТАКТА
ПЛАСТИЧЕСКИ СЖАТОГО ЦИЛИНДРИЧЕСКОГО ОБРАЗЦА

В работе предлагается метод оценки коэффициента трения на поверхностях контакта во время пластического сжатия цилиндрического образца. Метод основан на зависимостях, вытекающих из упрощенного теоретического анализа проблемы, данного Зибелем. Эти зависимости, преобразованные в работе к соответствующему виду, позволяют определить численно коэффициент трения на основании экспериментально установленных кривых упрочнения в процессе сжатия образцов при различных отношениях h_0/d_0 , где h_0 и d_0 обозначают соответственно начальную высоту и начальный диаметр образца. Применяя предлагаемый метод можно оценить коэффициент трения в исследованном экспериментально диапазоне отношений h_0/d_0 , диапазоне деформации образца, а также для использованной в процессе сжатия смазки. В работе даются результаты вычислений коэффициента трения, полученные для алюминиевых образцов на основе собственных опытных данных и для медных образцов — на основе экспериментальных данных, взятых из литературы. В проведенном анализе учтено влияние неточностей определения предела текучести σ_0 на значение коэффициента трения. Результаты полученные в работе сравнены с результатами известными по литературе, но вычисленными по другим методам. Оценивая пригодность предлагаемого метода следует отметить, что он годится для практического применения в исследовании статических процессов, однако существует также возможность использования его в случае динамических процессов сжатия.

Summary

ESTIMATION OF THE COEFFICIENT OF FRICTION ON THE INTERFACES OF
THE PLASTICALLY DEFORMED CYLINDRICAL SPECIMEN

In this paper the method has been proposed which makes it possible to estimate the coefficient of friction between the interfaces of the plastically deformed cylindrical specimen and loading plates. The method is based on earlier Siebel's simple theoretical analysis of this problem. The relations given by Siebel were reformulated to the proper form enabling us to estimate the coefficient of friction from the series of compression experiments on specimens of different height to diameter ratio. The method proposed can be applied to different height to diameter ratio, also to different stages of deformation and different conditions of lubrication. In the paper some numerical results are shown which have been obtained on the basis of the compression experiments on aluminium. In addition, some numerical results are shown for copper, based on earlier results given in literature. The present analysis takes into account the effect of inaccurate determination of the yield limit on the coefficient of friction, in the model of a perfectly

plastic body assumed in the considerations. The results obtained in this way are compared with the proper data taken from the different sources and obtained by different methods. It may be stated that the proposed method can be applied to the practical cases of static compression as well as to the dynamic compression experiments.

INSTYTUT PODSTAWOWYCH PROBLEMÓW TECHNIKI PAN

Praca została złożona w Redakcji dnia 3 grudnia 1971 r.
