

BADANIE WPŁYWU ODKSZTAŁCENIA PLASTYCZNEGO NA ZACHOWANIE SIĘ METALU PRZY RÓŻNYCH DROGACH WTÓRNEGO OBCIĄŻENIA

KAROL T U R S K I (WARSZAWA)

1. Wprowadzenie

Badania własności plastycznych materiałów w złożonym stanie naprężenia stanowią obszerną grupę zagadnień. Ogólnym ich celem jest analiza wpływu rozmaitych czynników na powierzchnię plastyczności. Jednakże większość prac z tej dziedziny poświęcona jest określeniu zmian powierzchni plastyczności na skutek danej historii obciążenia lub wielkości odkształcenia. W wyniku takich doświadczeń ustalono, że powierzchnia plastyczności w stosunku do formy początkowej może doznawać przesunięcia, obrotu, zmiany średnicy oraz zmiany kształtu. Zauważono również, że wielkość zmian zależy nie tylko od historii obciążenia i wielkości odkształcenia, ale także od przyjętej definicji granicy plastyczności. Szczegółowo było to dyskutowane w pracach [6, 12, 18, 24, 25, 28]. Z przeprowadzonej dyskusji oraz z opublikowanych tam danych doświadczalnych wynika, że im mniejsze odkształcenie trwałe dopuszcza definicja uplastycznienia, tym silniej zaznacza się skręcenie i przesunięcie powierzchni plastyczności. Może także pojawić się na niej naroże. Ze wzrostem odkształcenia plastycznego związanego z definicją uplastycznienia efekty te słabną, natomiast ogólny kształt krzywej plastyczności odbiega dość znacznie od elipsy.

Niezależnie od historii obciążenia, podstawowymi mechanizmami zmiany powierzchni plastyczności jest jej przesunięcie i zmiana średnicy [1, 4, 5, 6, 8, 10, 14, 15].

Czasami obserwowano tylko jedno z tych zjawisk [2], [17], jednakże w większości przypadków stwierdzono, że występują one jednocześnie. Jeżeli badania przeprowadza się przy proporcjonalnych drogach obciążenia i odciążenia, to powierzchnia plastyczności obejmuje początek układu lub, co najwyżej, może przezeń przechodzić. Natomiast przy nieproporcjonalnym obciążaniu stwierdzono [1, 25, 26, 28], że może ona wychodzić w kierunku obciążenia poza punkt zerowy.

W opisanych badaniach stosowano parę sposobów wyznaczenia powierzchni plastyczności. Jedna z typowych metod postępowania polega na tym, że odkształca się szereg próbek zgodnie z założonym programem obciążenia i następnie całkowicie odciąża. Poddając potem każdą z nich obciążeniom o różnej (ale stałej dla każdej próbki) proporcji naprężeń, określamy współrzędne punktów powierzchni plastyczności.

Badania własności plastycznych przeprowadzone w pracy [16] wykonane są w sposób odmienny od tradycyjnej procedury. Zasadę postępowania wyjaśnia rys. 1. Przyjmijmy, że szereg próbek obciążamy w różnych kierunkach α_1 do α_6 aż do naprężeń, których wielkość określona jest przez powierzchnię obciążeń wstępnych i następnie całkowicie odciążamy. Wskutek tego procesu materiał nabywa pewnej anizotropii, jeżeli więc obciążymy obecnie wszystkie próbki w jednym kierunku, np. σ_2 , to z wykresów $\sigma(\epsilon)$ otrzymamy szereg wartości granicy plastyczności, które zaznaczono punktami a, b, c, d, e, f . Odkładając wektory naprężenia, wyznaczone przez te punkty, na odpowiednich kierunkach wstępnych odkształceń i łącząc ich końce, otrzymujemy wykres, dla którego przyjęto nazwę *linia wpływu odkształcenia plastycznego*.

Z takiej reprezentacji własności plastycznych uzyskuje się inne informacje, niż z analizy powierzchni plastyczności. Powierzchnia plastyczności materiału odkształconego pokazuje wpływ odkształcenia wstępnego, przy jednym programie obciążenia, na granicę plastyczności przy różnych kombinacjach naprężeń. Natomiast linia wpływu odwrotnie, pokazuje wpływ odkształcenia wstępnego, przy różnych kombinacjach naprężeń, na granicę plastyczności w jednym ustalonym kierunku obciążenia.

Koncepcja budowy linii wpływu jest pomysłem nowym, inna praca na ten temat nie jest autorowi znana.

Jeden szczególny przypadek teoretycznej linii wpływu, otrzymany na gruncie hipotezy wzmocnienia kinematycznego, został zbadany doświadczalnie w pierwszej ćwiartce płaszczyzny naprężeń w pracy [16]. W pracy niniejszej dokonano uogólnienia linii wpływu na dziewięciowymiarową przestrzeń naprężeń i wprowadzono pojęcie powierzchni wpływu odkształcenia plastycznego.

W szczególnym przypadku płaskiego stanu naprężenia, powierzchnie wpływu wyznaczono dla trzech wariantów obciążenia:

1) proste rozciąganie,

2) obciążenie zbiornika ciśnieniowego $\left(\frac{\sigma_1}{\sigma_2} = 2\right)$,

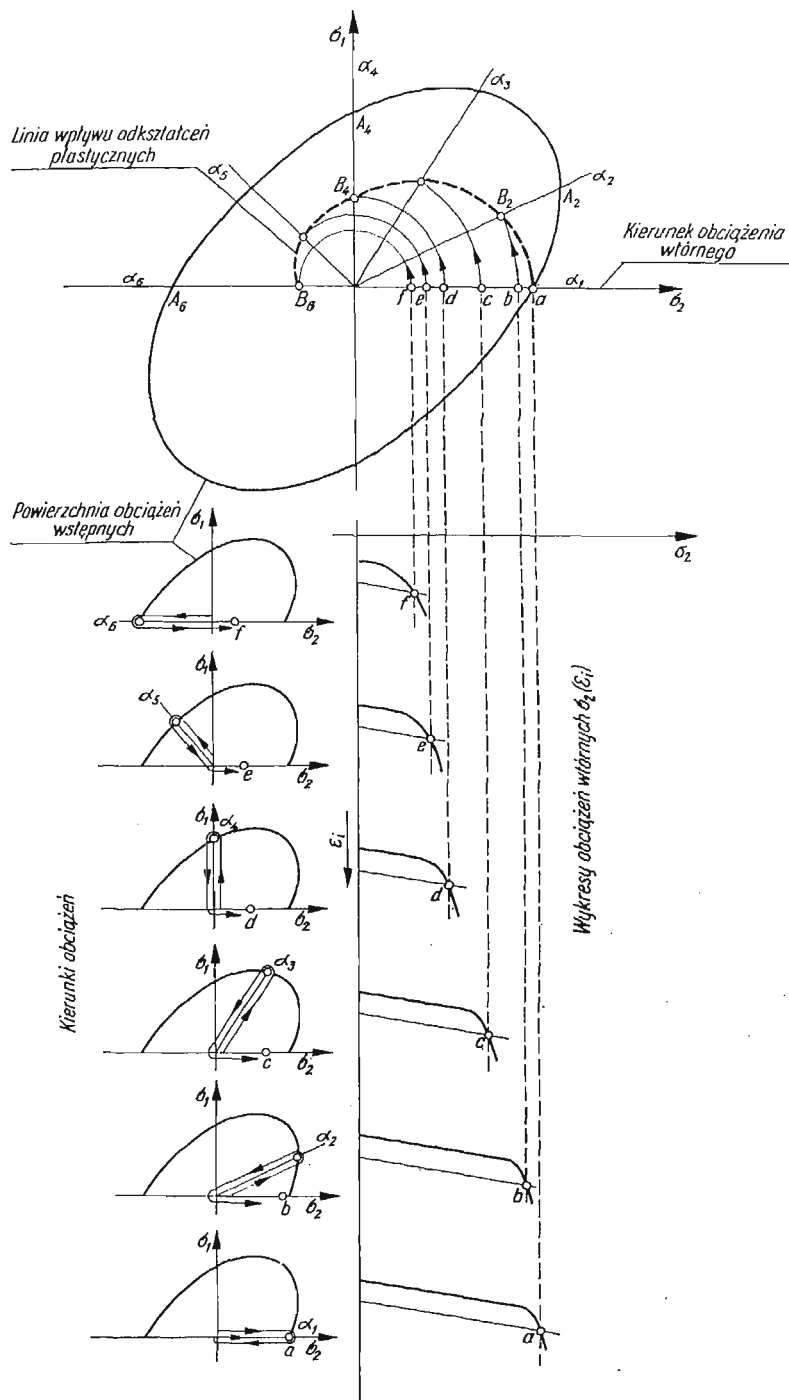
3) rozciąganie połączone ze ściskaniem ($\sigma_1 = -\sigma_2$).

Powierzchnie te wyznaczono w przypadku wzmocnienia kinematycznego, kinematyczno-izotropowego i izotropowego. Drugą z hipotez ograniczono do koncepcji podanej w pracach [23], [24] rozpatrując ją w odniesieniu do różnych wartości definicji granicy plastyczności.

Opisane na wstępie badania wykazały, że historia obciążenia może zmienić w istotny sposób powierzchnię plastyczności. Pamiętając o całej złożoności zjawiska, przy wyznaczaniu teoretycznych powierzchni wpływu uwzględniono tylko przemieszczanie i rozszerzanie powierzchni plastyczności, zaniedbując wszystkie inne efekty.

Aby zweryfikować doświadczalnie i teoretyczne powierzchnie wpływu, zbudowano przyrząd umożliwiający obciążanie próbek rurkowych w pierwszej i drugiej ćwiartce płaszczyzny naprężeń głównych. Można więc prowadzić badania przy kombinacji dwu naprężeń rozciągających oraz przy kombinacji naprężenia rozciągającego i ściskającego.

Weryfikację doświadczalną przeprowadzono dla trzech różnych wielkości obciążeń wstępnych, dobranych w sposób krytyczny z punktu widzenia rozpatrywanych hipotez wzmocnienia.



Rys. 1. Schemat budowy linii wpływu odkształcenia plastycznego

Już w pracy [16] podkreślano, że obok cech poznawczych, proponowany sposób przedstawienia własności materiału posiada też aspekt praktyczny, wskazując na możliwość ustalenia zakresu typu obróbki plastycznej na zimno dla uzyskania pożądanych własności tłoczonego detalu. Niniejsza praca potwierdza tę tezę w szerszym zakresie.

2. Powierzchnia wpływu odkształcenia plastycznego

2.1. Wstęp. Załóżmy, że mamy do czynienia z materiałem wykazującym dowolne wzmocnienie. Tensor naprężenia elementu tego materiału określony jest przez macierz $[\sigma_{ij}]$. Rodzina powierzchni plastyczności materiału wstępnie nieodkształconego opisywana jest w dziewięciowymiarowej przestrzeni naprężeń przez równanie

$$(2.1) \quad F(\sigma_{ij}) = k_0.$$

Jeżeli materiał dozna pewnego odkształcenia trwałego, jego powierzchnia plastyczności będzie opisywana bardziej złożonym związkiem

$$(2.2) \quad H(\sigma_{ij}, \lambda) = k(\lambda),$$

gdzie λ oznacza parametr charakteryzujący historię obciążenia.

Przyjmijmy obecnie dwa ograniczenia odnośnie obciążania:

a) zakładamy, że rozpatrujemy tylko proporcjonalne drogi obciążenia i odciążenia materiału,

b) materiał wstępnie nieodkształcony podlega obciążeniu w przestrzeni naprężeń, niezależnie od kierunku, do pewnej wartości naprężeń, która jest określona przez powierzchnię wypukłą i obejmującą początek układu współrzędnych. Powierzchnię tę nazywano dalej *powierzchnią obciążeń wstępnych*.

Oznaczmy przez A_k (rys. 1) punkt przecięcia drogi obciążenia z powierzchnią obciążeń wstępnych oraz przez $\nu_{ij}(A_k)$ kosinusy kierunkowe drogi obciążenia. Jeżeli poprowadzimy obciążenie wstępne do szeregu punktów A_k , to w przestrzeni naprężeń każdej z tych dróg obciążenia odpowiadać będzie inne położenie powierzchni plastyczności. Wynika stąd, że danej powierzchni obciążenia odpowiada określona rodzina powierzchni plastyczności.

Wyraźmy obecnie stan naprężenia każdego z punktów powierzchni plastyczności przez moduł naprężenia całkowitego oraz macierz kosinusów kierunkowych $[\nu_{ij}]$. Moduł r naprężenia całkowitego można obliczyć z iloczynu skalarnego tensora naprężenia:

$$(2.3) \quad r = (\sigma_{ij}\sigma_{ij})^{1/2}.$$

Przyjmijmy jako wielkość odniesienia jedno z naprężeń, które oznaczmy np. σ_a . Wprowadzając współczynniki

$$(2.4) \quad m_{ij} = \frac{\sigma_{ij}}{\sigma_a},$$

równanie (2.3) przedstawić można jako

$$(2.5) \quad r = \sigma_a(m_{ij}m_{ij})^{1/2}.$$

W celu zmierzenia wartości r , materiał trzeba poddać powtórnie obciążeniu proporcjonalnemu. W takim przypadku współczynniki m_{ij} są oczywiście stałe wzdłuż drogi obciążenia i moduł naprężenia całkowitego r zależy tylko od wielkości naprężenia odniesienia σ_a . Jeżeli przyjmiemy jeden kierunek obciążenia wtórnego dla całej rodziny powierzchni plastyczności, to można oznaczyć

$$(2.6) \quad (m_{ij}m_{ij})^{1/2} = C.$$

Wobec tego moduł naprężenia całkowitego r dla danej powierzchni plastyczności będzie funkcją naprężenia σ_a , które zależy, w ramach danego prawa wzmocnienia, tylko od położenia punktu A_k , a więc na podstawie równania (2.5) oraz (2.6) można napisać

$$(2.7) \quad r = C\sigma_a(A_k).$$

Utwórzmy obecnie funkcję $r(A_k)$ w ten sposób, że odcinki równe r odkładamy na odpowiednich kierunkach obciążeń wstępnych $0-A_k$, oznaczając otrzymane w ten sposób punkty przez B_k (rys. 1). Zbiór punktów B_k wyznacza pewną powierzchnię, z której konstrukcji wynika, że opisuje ona wpływ zmiennego kierunku wstępnego odkształcenia plastycznego na granicę plastyczności przy danej kombinacji naprężeń. Przyjęto dla tej powierzchni nazwę *powierzchnia wpływu odkształcenia plastycznego*.

Z punktu widzenia doświadczalnej weryfikacji teorii plastyczności, szczególnie interesującym przypadkiem obciążenia jest płaski stan naprężenia. Przyjmijmy, że element materiału obciążony jest naprężeniami σ_{11} ; σ_{22} ; $\tau_{12} = \tau_{21}$; $\sigma_{33} = 0$; $\tau_{13} = \tau_{31} = \tau_{23} = \tau_{32} = 0$. Z równania (2.3) otrzymujemy moduł promienia r

$$(2.8) \quad r = (\sigma_{11}^2 + \sigma_{22}^2 + 2\tau_{12}^2)^{1/2}.$$

Z równania tego wynika, że współrzędnymi przestrzeni naprężeń muszą być σ_{11} ; σ_{22} ; $\sqrt{2}\epsilon_{12}$. Przy innym wyborze współrzędnych, np. σ_{11} ; τ_{12} [18], [22] lub σ_{11} ; $\sqrt{3}\tau_{12}$ [21], [25], [26], nie można wykonywać operacji wyznaczenia powierzchni wpływu na drodze geometrycznej, ponieważ wartość r nie będzie równa modułowi naprężenia całkowitego.

Dla danego programu obciążenia można określić powierzchnię wpływu na drodze teoretycznej o ile znane jest prawo wzmocnienia materiału. Zastosowano tu następujące trzy hipotezy:

1. Hipoteza wzmocnienia kinematycznego [11], [19], oparta na pojęciu idealnego efektu Bauschingera.
2. Hipoteza wzmocnienia izotropowego [17].
3. Hipoteza wzmocnienia kinematyczno-izotropowego [23], [24] uwzględniająca efekt Bauschingera zmierzony przy próbie prostego obciążenia.

W pracy niniejszej wyznaczono powierzchnie wpływu dla przypadku obciążenia przez dwa naprężenia $\sigma_{11} = \sigma_1$; $\sigma_{22} = \sigma_2$, ponieważ przy takim układzie przeprowadzana była weryfikacja doświadczalna. Wyrażenie (2.8) sprowadza się do

$$(2.9) \quad r = (\sigma_1^2 + \sigma_2^2)^{1/2},$$

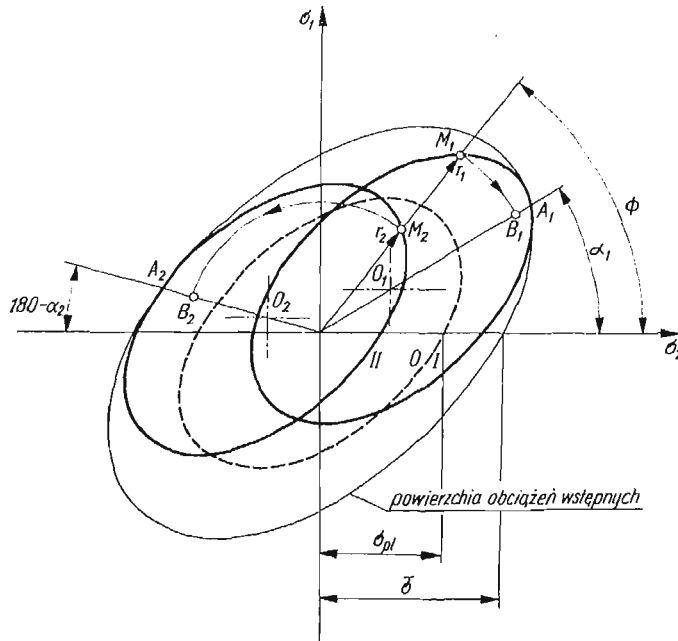
a więc powierzchnia wpływu redukuje się do linii na płaszczyźnie naprężeń głównych σ_1 ; σ_2 .

2.2. Wyznaczenie linii wpływu przy założeniu hipotezy wzmocnienia kinematycznego. Teoretyczne zasady budowy linii wpływu odkształcenia plastycznego, dla materiału izotropowego wykazującego idealny efekt Bauschingera, zostały podane w pracy [16]. Przyjmując regułę wzmocnienia kinematycznego Shielda i Zieglera [11] uzyskano równanie linii wpływu dla szczególnego przypadku prostego rozciągania.

Obecnie zajmiemy się wyznaczeniem równania linii wpływu przy tych samych założeniach, ale w przypadku badania granicy plastyczności w złożonym stanie naprężenia. Powierzchnia plastyczności materiału izotropowego określona jest przez równanie

$$(2.10) \quad \sigma_{pl}^2 = \sigma_1^2 - \sigma_1 \sigma_2 + \sigma_2^2.$$

Przyjmijmy, że materiał ten podlega wstępnemu proporcjonalnemu obciążeniu aż do osiągnięcia stałej, niezależnej od kierunku obciążenia, wartości intensywności naprężeń



Rys. 2. Wyznaczenie linii wpływu odkształcenia plastycznego przy założeniu hipotezy wzmocnienia kinematycznego

O — wstępna powierzchnia plastyczności; I, II — powierzchnia plastyczności po obciążeniu do punktu A_1 oraz A_2 ; B_1, B_2 — punkty linii wpływu odkształcenia plastycznego

stycznych. Warunek ten określa powierzchnię obciążeń wstępnych, która na płaszczyźnie naprężeń głównych $\sigma_1; \sigma_2$ (rys. 2) jest elipsą o równaniu

$$(2.11) \quad \bar{\sigma}^2 = 3\sigma_i^2 = \sigma_1^2 - \sigma_1 \sigma_2 + \sigma_2^2.$$

Zgodnie z regułą Shielda i Zieglera, początkowa powierzchnia plastyczności oznaczona O na rys. 2, przy proporcjonalnym obciążaniu np. w kierunku α_1 , doznaje przesunięcia wzdłuż tej drogi aż do zetknięcia z powierzchnią obciążeń. Położenie elipsy I określa nabyte własności plastyczne materiału. Badając następnie materiał w kierunku Φ otrzymujemy wartość granicy plastyczności oznaczoną r_1 . Odkładamy ją, jak pokazuje strzałka,

na kierunku α_1 otrzymując punkt B_1 . Powtarzając opisane czynności dla różnych kierunków α przy zachowaniu stałego kąta Φ , otrzymujemy kolejno dla kierunku α_2 punkt B_2 itp. Jak wynika z ogólnej definicji, zbiór punktów B_i wyznacza linię wpływu odkształcenia plastycznego.

Równanie elipsy przesuniętej wzdłuż dowolnej drogi obciążenia może być zapisane w postaci

$$(2.12) \quad (\sigma_1 - a) - (\sigma_1 - a)(\sigma_2 - b) + (\sigma_2 - b)^2 = \sigma_{pl}^2,$$

gdzie a, b są współrzędnymi środka elipsy.

Wprowadźmy analogicznie, jak w pracy [16], oznaczenia p, n, m . Jako współczynnik materiałowy przyjmujemy następującą wielkość

$$(2.13) \quad p = \frac{\bar{\sigma}}{\sigma_{pl}}.$$

Przyjmujemy jako zmienną niezależną na płaszczyźnie $\sigma_1; \sigma_2$ wartość

$$(2.14) \quad n = \frac{\sigma_1^A}{\sigma_2^A} = \frac{a}{b} = \operatorname{tg} \alpha,$$

a więc związaną z kierunkiem obciążenia wstępnego. Stały parametr dla danej linii wpływu, określający kierunek obciążenia wtórnego, oznaczmy przez

$$(2.15) \quad m = \frac{\sigma_1^M}{\sigma_2^M} = \operatorname{tg} \Phi.$$

Rozwiązując równania (2.11) oraz (2.12) przy wykorzystaniu (2.13), (2.14), (2.15) otrzymuje się współrzędne środka elipsy [16]

$$(2.16) \quad a = \frac{n(p-1)}{\sqrt{1-n+n^2}} \sigma_{pl}; \quad b = \frac{p-1}{\sqrt{1-n+n^2}} \sigma_{pl}.$$

Moduł promienia linii wpływu określony jest przez stan naprężenia w punkcie $\sigma_1^M; \sigma_2^M$

$$(2.17) \quad r = \sqrt{(\sigma_1^M)^2 + (\sigma_2^M)^2}.$$

Z definicji linii wpływu wynika, że współrzędne $\sigma_1^M; \sigma_2^M$ spełniają równanie (2.12). Wobec tego, po wykorzystaniu zależności (2.12) oraz (2.16) otrzymuje się następujące równanie

$$(2.18) \quad \frac{r}{\bar{\sigma}} = B \pm \sqrt{B^2 - \frac{1+m^2}{1-m+m^2} \left(1 - \frac{2}{p}\right)},$$

gdzie

$$B = \left(1 - \frac{1}{p}\right) \frac{(2-n-m+2nm)}{\sqrt{1-n+n^2}} \frac{\sqrt{1+m^2}}{2(1-m+m^2)}.$$

Jest to poszukiwane równanie promienia linii wpływu odkształcenia plastycznego przy obciążeniu do naprężenia równoważnego $\bar{\sigma}$. Zmienną niezależną w tym równaniu jest wartość n . Dla ustalonej wartości m otrzymuje się rodzinę linii wpływu określonych przez parametr p .

Linie wpływu wyznaczono dla trzech przypadków szczególnych, które są istotne z praktycznego punktu widzenia:

- a) $m = 0$ przypadek prostego rozciągania,
- b) $m = 2$ obciążenie walcowego zbiornika ciśnieniem wewnętrznym,
- c) $m = -1$ rozciąganie połączone ze ściskaniem ($\sigma_1 = -\sigma_2$).

W poszczególnych przypadkach, równanie (2.18) upraszcza się do postaci

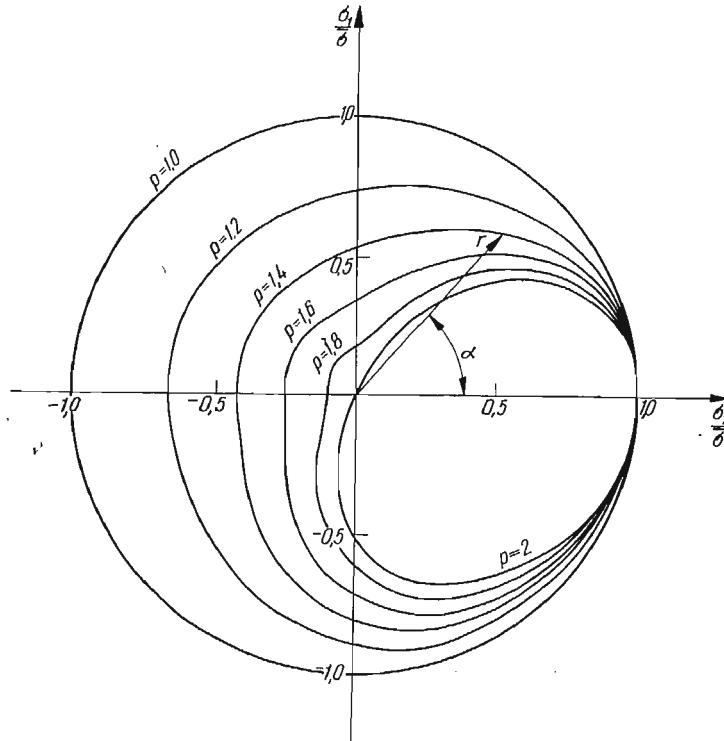
$$(2.19) \quad m = 0 \quad \frac{r}{\bar{\sigma}} = B \pm \sqrt{B^2 - \left(1 - \frac{2}{p}\right)}; \quad B = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{1}{p}\right) \frac{2-n}{\sqrt{1-n+n^2}},$$

$$(2.20) \quad m = 2 \quad \frac{r}{\bar{\sigma}} = B \pm \sqrt{B^2 - \frac{5}{3} \left(1 - \frac{2}{p}\right)}; \quad B = \frac{\sqrt{5}}{2} \left(1 - \frac{1}{p}\right) \frac{n}{\sqrt{1-n+n^2}},$$

$$(2.21) \quad m = -1 \quad \frac{r}{\bar{\sigma}} = B \pm \sqrt{B^2 - \frac{2}{3} \left(1 - \frac{2}{p}\right)}; \quad B = \frac{3}{\sqrt{2}} \left(1 - \frac{1}{p}\right) \frac{1-n}{\sqrt{1-n+n^2}}.$$

Na podstawie równań (2.19), (2.20), (2.21) obliczono linie wpływu dla różnych wartości p . Linie te pokazane są we współrzędnych bezwymiarowych $\frac{\sigma_1}{\bar{\sigma}}$ oraz $\frac{\sigma_2}{\bar{\sigma}}$ na rys. 3, 4, 5.

Na wykresach oznaczono linie odpowiadające danej wielkości $p = \frac{\bar{\sigma}}{\sigma_{pl}}$. Parametr p nie jest oczywiście dowolny, ale zależy od rodzaju materiału i programu obciążenia. Mi-



Rys. 3. Rodzina linii wpływu odkształcenia plastycznego w przypadku rozciągania w kierunku σ_2 .

nimalna wartość $p = 1$ odpowiada wstępnemu obciążeniu materiału tylko do granicy plastyczności. Skrajna wartość $p = 2$ osiągnięta jest dla teoretycznego materiału wykazującego idealny efekt Bauschingera. Szczegółowo omówiono ten przypadek w pracy [16].

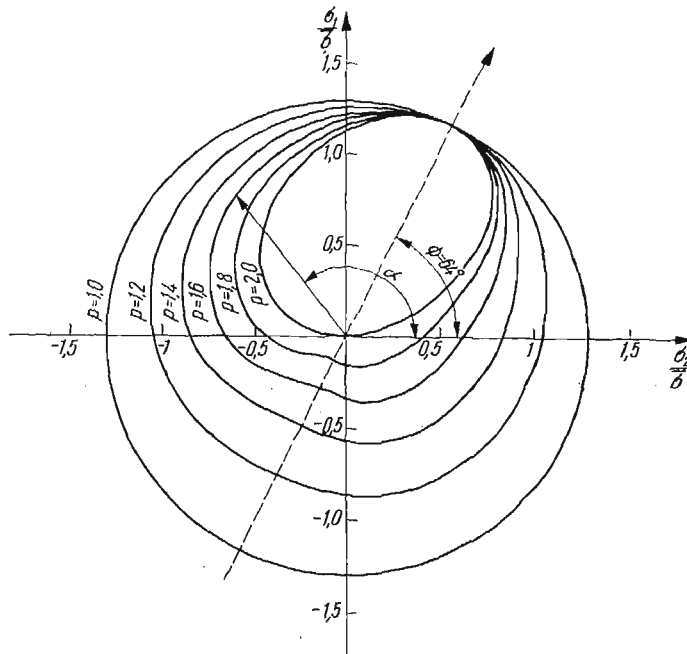
Z powyższego wynika, że wartość $\bar{\sigma}$ ma ograniczenie

$$(2.22) \quad \sigma_{pl} \leq \bar{\sigma} \leq 2\sigma_{pl}.$$

W przedziale tym, wartość $\bar{\sigma}$ równa jest maksymalnemu naprężeniu przy prostym rozciąganiu, a więc

$$(2.23) \quad \bar{\sigma} = \bar{\sigma}_{max}.$$

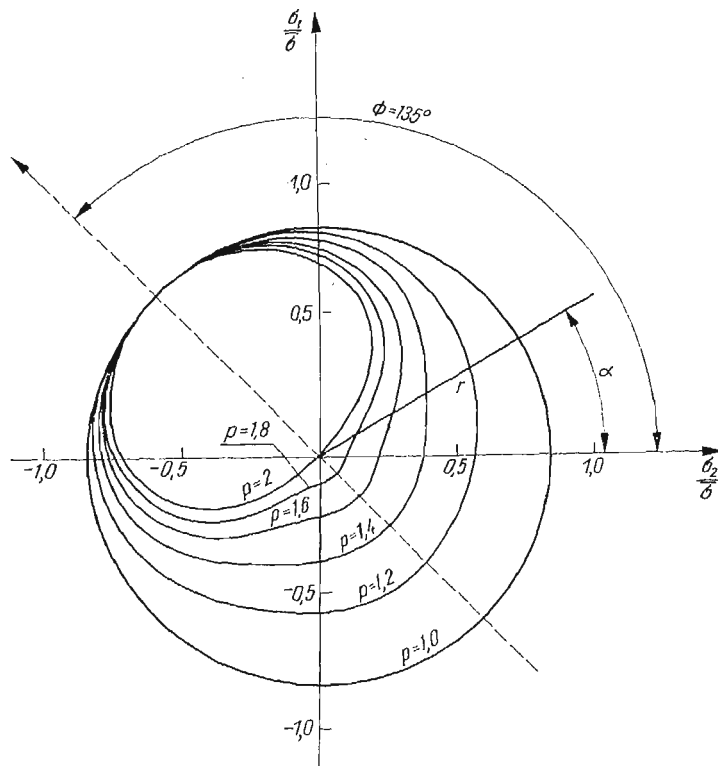
Przy stosowaniu hipotezy wzmocnienia kinematycznego do realnego materiału istnieje pewna dowolność związana z metodą aproksymacji rzeczywistego wykresu $\sigma(\epsilon)$ do wy-



Rys. 4. Rodzina linii wpływu odkształcenia plastycznego w przypadku złożonego rozciągania ($\sigma_1/\sigma_2 = 2$)
 - - - kierunek obciążenia wtórnego

kresu teoretycznego, a zatem i dowolność wyznaczenia σ_{pl} . Można np. aproksymować krzywą $\sigma(\epsilon)$ za pomocą dwóch prostych będących przedłużeniem zakresu sprężystego i zakresu ustalonego wzmocnienia [8], ewentualnie za pomocą siecznej odpowiadającej przyjętemu kryterium uplastycznienia $\epsilon_p^l = const$ [27]. Ponieważ obie metody, dla materiału takiego jak mosiądz, nie dają jakościowych różnic, przyjęto sposób drugi. W praktyce więc, wartość p może zmieniać się w zależności od przyjętej definicji uplastycznienia ϵ_p^l . W przypadkach tych równanie (2.13) można zapisać w postaci

$$(2.24) \quad p = \frac{\bar{\sigma}}{\sigma_{pl}(\epsilon_p^l)}.$$



Rys. 5. Rodzina linii wpływu odkształcenia plastycznego w przypadku rozciągania połączonego ze ścisaniem ($\sigma_1 = -\sigma_2$)
 - - - kierunek obciążenia wtórnego

2.3. Wyznaczenie linii wpływu przy założeniu hipotezy wzmocnienia izotropowego. Zgodnie z hipotezą wzmocnienia izotropowego, powierzchnia plastyczności rozszerzając się równomiernie w trakcie obciążania, pozostaje podobna do początkowego kształtu. Ponieważ rozpatrujemy materiał wstępnie izotropowy, jest ona opisywana w każdym momencie przez równanie (2.10). Ponadto, że względu na jednakową postać równań (2.10) oraz (2.11), powierzchnia plastyczności pokrywa się z powierzchnią obciążeń wstępnych. Wobec tego promień linii wpływu przy dowolnym kierunku obciążenia wstępnego jest stały, a więc linia ta jest okręgiem.

Równanie (2.18) wyprowadzone dla przypadku wzmocnienia kinematycznego opisuje również wzmocnienie izotropowe. Jak wynika z rys. 2, w przypadku tym parametr $p = 1$. Wstawiając tę wartość do równania (2.18) otrzymujemy wzór wyrażający promień linii wpływu

$$(2.25) \quad \frac{r}{\sigma} = \sqrt{\frac{1+m^2}{1-m+m^2}}$$

Zależy on tylko od wielkości obciążenia wstępnego $\bar{\sigma}$ i od współczynnika m określającego kierunek, w którym badamy granicę plastyczności.

2.4. Wyznaczenie linii wpływu przy założeniu hipotezy wzmocnienia kinematyczno-izotropowego. Poprzednio wyprowadzono równanie linii wpływu w przypadku hipotez wzmocnienia uwzględniających tylko przesunięcie, albo rozszerzenie powierzchni plastyczności. Aby uwzględnić oba te efekty jednocześnie, wykorzystamy równanie zaproponowane w pracy [23, 24]

$$(2.26) \quad (s_{ij} - a_{ij})(s_{ij} - a_{ij}) = \left\{ \frac{1}{2} (s'_{ij} s''_{ij})^{1/2} [1 + F(\mu, \varepsilon_i)] \right\}^2,$$

gdzie $a_{ij} = \frac{1}{2} s'_{ij} [1 - F(\mu, \varepsilon_i)],$

s'_{ij} — oznacza składową dewiatora naprężenia, w punkcie obciążenia.

$$F(\mu, \varepsilon_i) = \frac{\sigma''(\mu, \varepsilon_i)}{\sigma'(\mu, \varepsilon_i)} \text{ — efekt Bauschingera.}$$

Wartości σ' oraz σ'' określa się doświadczalnie w sposób następujący. Jeżeli materiał obciążymy wstępnie do wartości σ_{\max} i odciążymy do zera, to podczas wtórnego obciążenia w tym samym kierunku, przy $\sigma' \leq \sigma_{\max}$ wykazuje on odkształcenie ε^p . Podczas wtórnego obciążenia w kierunku przeciwnym do wstępnego, przy tej samej wartości ε^p , materiał wykazuje granicę plastyczności σ'' . Stwierdzono również, że efekt Bauschingera wyznaczony w ten sposób zależy od kombinacji naprężeń, co uwzględniono przez wprowadzenie parametru Lodego μ . Równanie (2.26) było badane w pracach [20, 22, 23, 24, 25]. Przyjmowano tam, że przy technicznej granicy plastyczności $\sigma' = \sigma_{\max}$.

Rozpatrzmy obecnie efekt Bauschingera przy dowolnej definicji uplastycznienia $\varepsilon^p = \text{const}$ w przypadku materiału, którego własności nie zależą od parametru Lodego. Wobec tego efekt Bauschingera jest funkcją tylko obciążenia maksymalnego $\bar{\sigma}_{\max}$ oraz definicji uplastycznienia ε^p , a więc może być mierzony przy dowolnej kombinacji naprężeń. Przyjmijmy, że granice plastyczności σ' oraz σ'' odpowiadają prostemu obciążeniu

$$(2.27) \quad F(\bar{\sigma}_{\max}; \varepsilon^p) = \frac{\sigma''(\sigma_{\max}; \varepsilon^p)}{\sigma'(\sigma_{\max}; \varepsilon^p)} = \frac{\sigma''}{\sigma'}.$$

Dla uproszczenia, odpowiednie granice plastyczności oznaczone są dalej tylko σ' oraz σ'' . Przy tych założeniach, prawą stronę równania (2.26) można przekształcić następująco:

$$(2.28) \quad \left\{ \frac{1}{2} \sqrt{s'_{ij} s''_{ij}} [1 + F(\mu \varepsilon_i)] \right\}^2 = \left\{ \frac{1}{2} \sqrt{\frac{2}{3}} \sqrt{(\sigma_1^2 - \sigma_1 \sigma_2 + \sigma_2^2)'} \left[1 + \frac{\sigma''}{\sigma'} \right] \right\}^2 = \\ = \left\{ \frac{1}{2} \sqrt{\frac{2}{3}} \sigma' \left[1 + \frac{\sigma''}{\sigma'} \right] \right\}^2 = \left\{ \sqrt{\frac{2}{3}} \frac{\sigma' + \sigma''}{2} \right\}^2.$$

Jak widać, jest to wielkość stała dla danego $\bar{\sigma}_{\max}$ oraz ε^p .

Analogicznie przekształcić można wyrażenie dla a_{ij} . Na przykład, dla $i = j = 1$ otrzymujemy

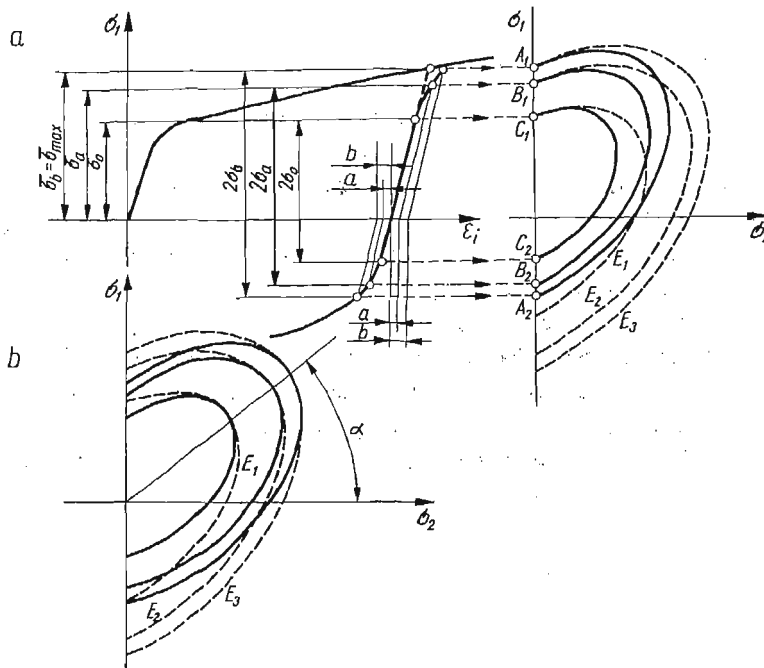
$$(2.29) \quad a_{11} = \frac{2}{3} a - \frac{1}{3} b,$$

gdzie $a = \frac{1}{2} \sigma_1 (1 - F); \quad b = \frac{1}{2} \sigma_2 (1 - F).$

Przy tych oznaczeniach, równanie (2.26) sprowadza się do równania elipsy (2.12). Połowa średnicy tej elipsy wynosi

$$(2.30) \quad \sigma_{pl} = \frac{1}{2}(\sigma' + \sigma'').$$

Na rys. 6a pokazano szereg elips odpowiadających różnym definicjom uplastycznienia dla przypadku prostego obciążenia wstępnego w kierunku σ_1 . Jeżeli przyjmiemy, że ograniczymy badanie zachowania się materiału tylko do wartości naprężeń nieprzekraczających obciążenia wstępnego $\bar{\sigma}_{max}$, to zewnętrzna powierzchnia plastyczności będzie styczna do powierzchni obciążeń wstępnych.



Rys. 6. Wyznaczenie powierzchni plastyczności w przypadku hipotezy wzmocnienia kinematyczno-izotropowego

a) Wyznaczenie średnicy powierzchni plastyczności; b) Przemieszczenie powierzchni plastyczności przy obciążeniu w dowolnym kierunku α

Rozpatrzmy obecnie złożone obciążenie wstępne i wtórne w tym samym kierunku, dla dowolnej kombinacji naprężeń. Załóżmy, że obciążamy materiał w dowolnym kierunku α , odciążamy do zera i obciążamy powtórnie po tej samej drodze. Ponieważ mamy do czynienia z materiałem izotropowym, punkty odpowiadające stałym kryteriom uplastycznienia $\varepsilon^p = \text{const}$ leżą na elipsach E_1, E_2 itd. (rys. 6a). Mając na uwadze założenie, że rozpatrujemy tylko obciążenie wtórne po odciążeniu do zera, można do tych elips odnieść nazwę *pośrednie powierzchnie obciążenia*. Określenie to w ogólnym przypadku wprowadzono w pracy [9] i [13]. Ze sposobu wyznaczenia powierzchni plastyczności wynika, że jej środek leży na prostej oznaczającej drogę obciążenia. A więc każda z po-

wierzchni określonych równaniem (2.12), przy obciążeniu proporcjonalnym, zajmie położenie styczne do powierzchni obciążenia (rys. 6b), przy czym punkt styczności wyznaczony jest przez przecięcie prostej o nachyleniu α z odpowiednią elipsą E . Ponieważ założono, że efekt Bauschingera nie zależy od kierunku obciążenia, wymiary powierzchni plastyczności stycznej do danej powierzchni obciążenia są stałe. Problem ten można przedstawić w postaci oddzielnych zadań dla różnych definicji uplastycznienia $\varepsilon_i^p = \text{const}$. Wynika stąd, że istnieje geometryczna analogia pomiędzy elipsami oznaczającymi powierzchnię plastyczności i obciążenia w przypadku wzmocnienia kinematycznego i kinematyczno-izotropowego. Zagadnienie wyznaczenia linii wpływu, odpowiadającej dowolnej definicji uplastycznienia $\varepsilon_i^p = \text{const}$, sprowadza się wobec tego do szeregu zadań typu przedstawionego na rys. 2, a więc linie te będą także opisane przez równanie (2.18) pod warunkiem, że wielkościom $\bar{\sigma}$ oraz p nadaje się odpowiednią interpretację fizyczną. Z porównania rys. 6b oraz rys. 2 wynika, że $\bar{\sigma}$ i p mają następujące znaczenia

$$(2.31) \quad \bar{\sigma} = \sigma'(\bar{\sigma}_{\max}; \varepsilon_i^p) = \sigma',$$

$$(2.32) \quad p = \frac{\bar{\sigma}}{\sigma_{pl}} = \frac{\sigma'}{\frac{1}{2}(\sigma' + \sigma'')}.$$

Należy podkreślić, że wartości $\bar{\sigma}$ oraz p wyznaczone są z jednej próby rozciąganie-ściskanie, raz dla danej wielkości obciążenia wstępnego, niezależnie od kierunku obciążenia wtórnego.

Jak wynika z równania (2.18), promień r linii wpływu jest proporcjonalny do wielkości $\bar{\sigma}$, która jest połową średnicy powierzchni obciążenia. Jest on również funkcją parametru p , a więc nie zależy w ogóle od wielkości powierzchni plastyczności, a tylko od wzajemnej proporcji pomiędzy wymiarami powierzchni obciążenia i plastyczności. Obie te wielkości $\bar{\sigma}$ oraz p zależą bezpośrednio od przyjętej hipotezy wzmocnienia.

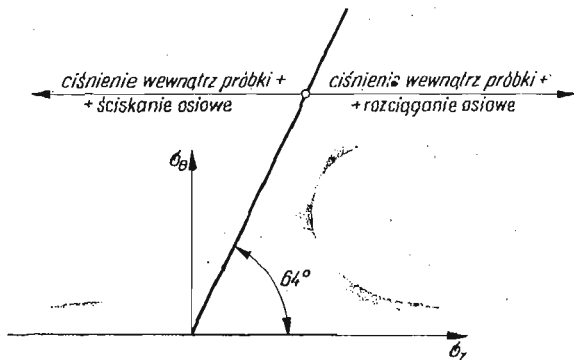
Reasumując można stwierdzić, że ogólna postać równania (2.18) przy poczynionych założeniach jest taka sama dla rozpatrywanych trzech hipotez wzmocnienia materiału.

3. Technika doświadczalna

3.1. Stanowisko badawcze. Zrealizowanie założonego programu badań wymagało specjalnej aparatury. Zbudowano w tym celu przyrząd umożliwiający obciążanie próbek rurkowych kombinacją ciśnienia wewnętrznego i siły rozciągającej lub ściskającej skierowanej wzdłuż osi próbki. Obciążenia te wywołują w próbce naprężenia $\sigma_x, \sigma_\theta, \sigma_r$ w trzech prostokątnych kierunkach. Wymiary próbki są tak dobrane, że naprężenie σ_r jest małe w porównaniu z σ_θ , a więc realizuje się w przybliżeniu płaski stan naprężenia.

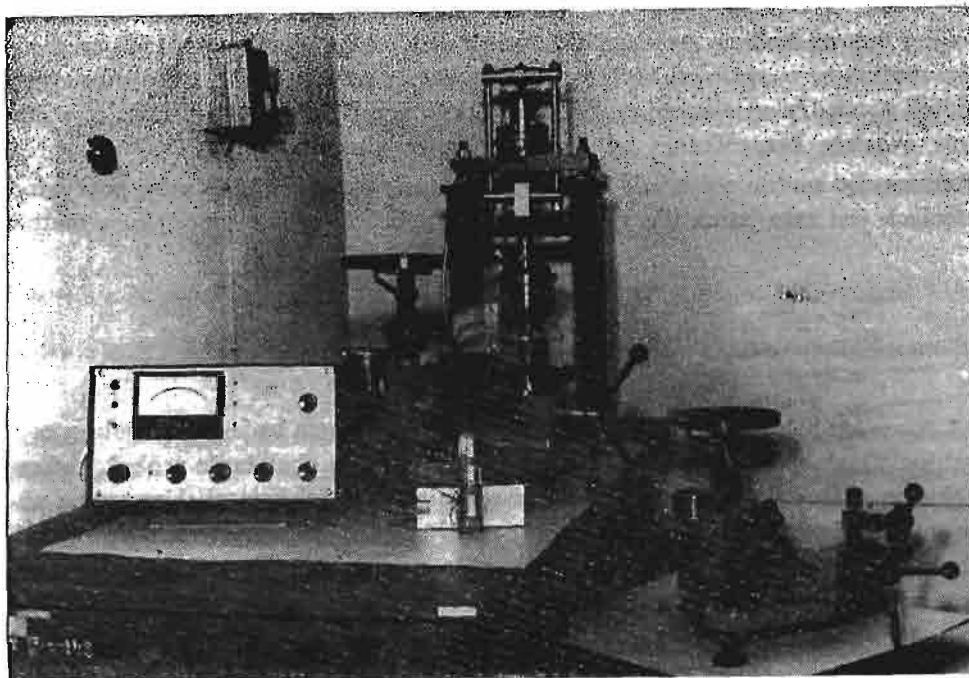
Sposób realizacji różnych kombinacji naprężeń podano na rys. 7. Analogiczny układ do obciążania w pierwszej ćwiartce płaszczyzny naprężeń zastosowano w pracy [3], za wyjątkiem realizacji obciążenia w kierunku σ_θ .

W kierunku $\alpha = 64^\circ$ obciążenie realizowane jest tylko za pomocą ciśnienia wewnątrz próbki. Obciążenie w kierunkach $0 < \alpha < 64^\circ$ składa się z obciążenia wzdłuż kierunku $\alpha = 64^\circ$ uzupełnionego siłą rozciągającą osiową. Analogicznie, przy udziale siły ściskającej otrzymuje się wypadkowe obciążenie w kierunkach $64^\circ < \alpha < 180^\circ$.

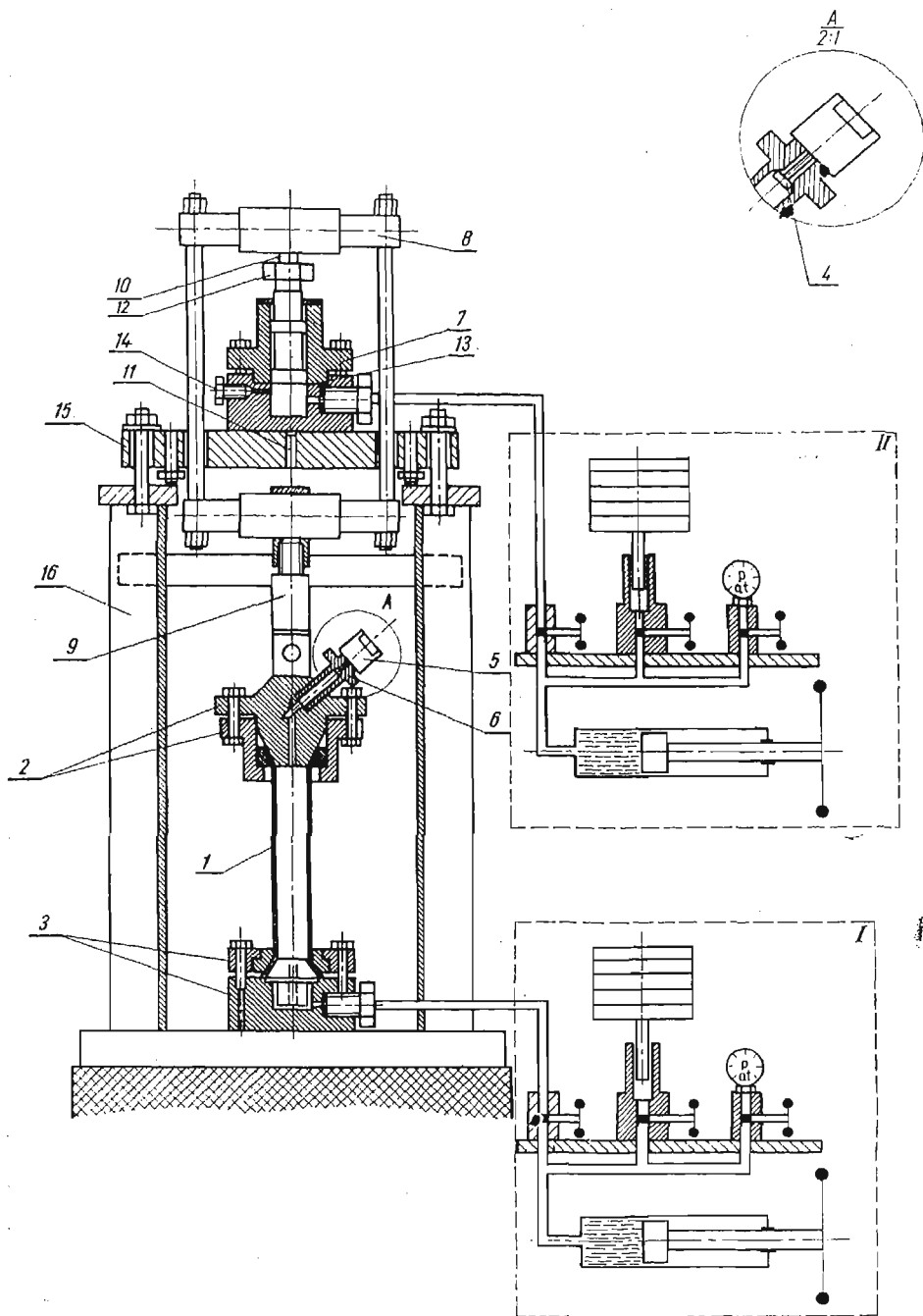


Rys. 7. Obciążenie próbki rurkowej przy realizacji różnych kombinacji naprężeń σ_θ ; σ_z

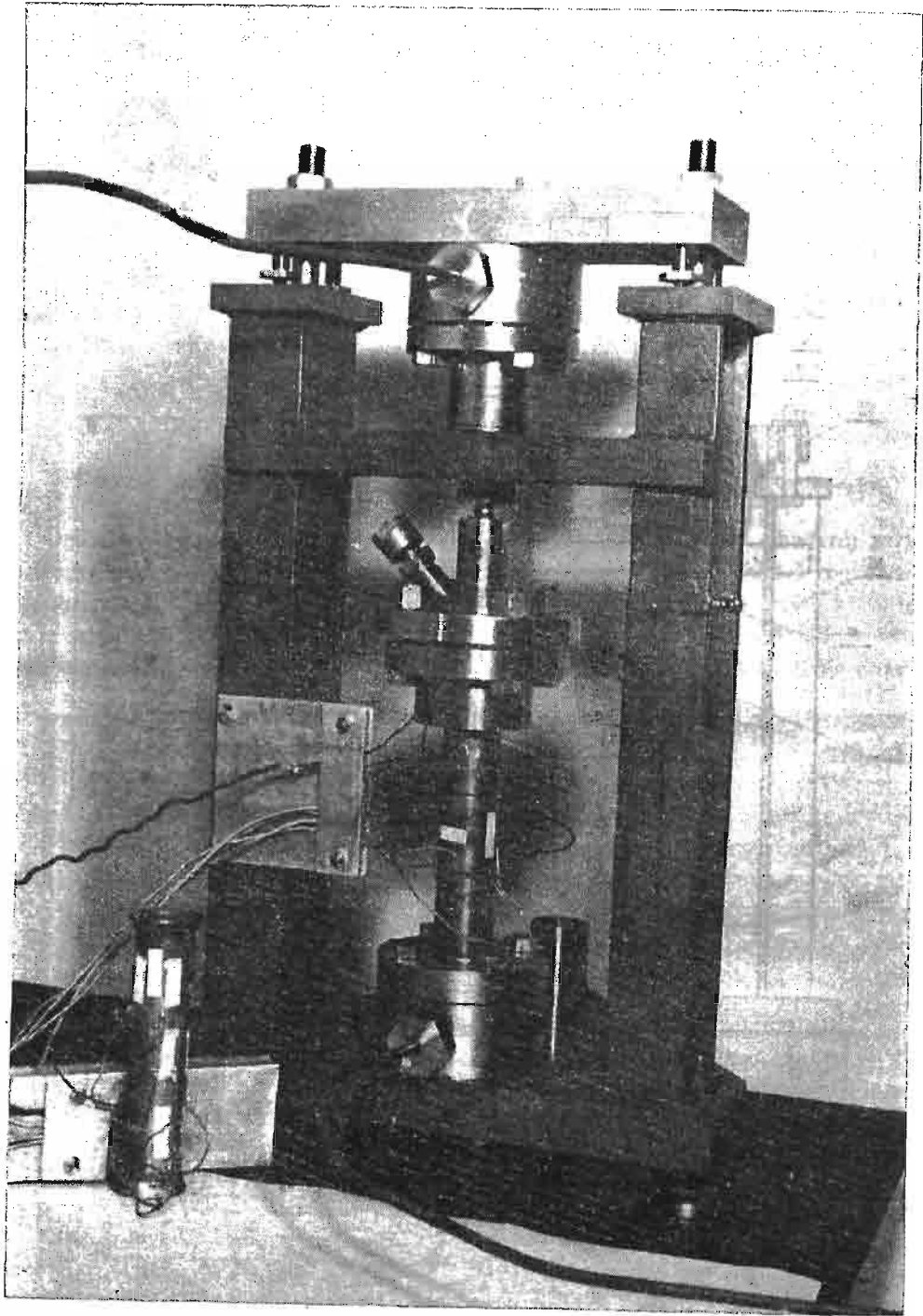
Ogólny widok stanowiska badawczego pokazany jest na rys. 8. Przekrój przyrządu w wersji obciążenia próbki siłą rozciągającą podano na rys. 9. Próbka 1 mocowana jest w uchwycie górnym 2 i dolnym 3. Każdy uchwyt składa się z dwóch części, które łączone są znormalizowanymi śrubami. W górnym uchwycie znajduje się otwór odpowietrzający wewnątrz próbki. Stożek zaworu dociskany jest do gniazda przez odkręcenie nakrętki 5.



Rys. 8. Stanowisko badawcze



Rys. 9. Schemat przyrządu do obciążania próbek rurkowych



Rys. 10. Sciskanie próbki rurkowej

Ciśnienie wewnątrz próbki dodatkowo zwiększa siłę dociskającą zaworek, więc do wstępnego uszczelnienia potrzebna jest niewielka siła.

Ciśnienie wewnątrz próbki wywoływane jest za pomocą oleju przez manometr obciążnikowy. W manometrze tym 1 kp obciążnika wywołuje ciśnienie 5 kpmm^{-2} . Drugi taki manometr, ale o przełożeniu dwukrotnie większym, dostarcza ciśnienie do cylindra 7 obciążającego próbkę siłą osiową. Aby zmniejszyć ewentualną mimośrodowość obciążenia, układ trawersy 8 zawiera przegub Cardana 9 oraz przegub kulowy 10.

Aby realizować siłę ściskającą, odsuwa się trawersę ruchomą i obraca się cylinder do dołu (rys. 10). W położeniu górnym i dolnym cylinder jest centrowany na jednym otworze 11. Przy obciążaniu siłą ściskającą osiowość obciążenia zapewniona jest w ten sposób, że próbka zamocowana w uchwycie górnym 2, bazowana jest na tłoku obciążającym 12 i dopiero wtedy dokręca się uchwyt dolny 3. Ustawienie próbki do prób rozciągania siłą osiową odbywa się w tej samej kolejności, tylko zamiast cylindra, pomiędzy próbkę i trawersę 15 wstawiany jest specjalny szablon.

3.2. Próbki. Badania przeprowadzono na próbkach ciętych z ciągnionej rury o średnicy wewnętrznej 30 mm i grubości ścianki 1 mm. Jako materiał stosowano mosiądz M63 w stanie półtwardym.

Odchyłki od średniej wartości grubości ścianki wynosiły od $\pm 2\%$ do $\pm 3\%$. Zmiany średnicy były znacznie mniejsze, zawierały się w granicach $\pm 0,3\%$.

Wykonywano próbki o długości 180 mm, a więc stosunek długości do średnicy wynosił $L/D = 6$. W pracy [3] w trakcie pomiarów na próbkach, dla których parametr ten był równy 4, zaobserwowano zmianę odkształceń obwodowych i osiowych wzdłuż długości. Jednak słusznie stwierdzono, że stosowanie próbek dłuższych, np. o $L/D = 10$, spowodowałoby znaczne trudności techniczne. Szczególnie ważne jest to w niniejszej pracy ze względu na niebezpieczeństwo wybooczenia próbek w przypadku ściskania.

Roztłaczanie końców próbek w celu otrzymania kołnierzy służących do mocowania, wykonywano w przyrządzie przedstawionym w pracy [6]. Dzięki takiemu przyrządowi; przy roztłaczaniu kołnierza, środkowa część próbki zabezpieczona jest przed odkształceniem.

Ze względu na nieznaną historię odkształcenia w toku produkcji, próbki wyżarzono w temperaturze 650°C w czasie 2 godzin i następnie studzono wraz z piecem do temperatury 200°C . Dalsze studzenie odbywało się na powietrzu.

3.3. Pomiar obciążeń. Zastosowany schemat przyrządu pozwala mierzyć siłę osiową wywołowaną przez cylinder. Do pomiaru siły stosowano dynamometr pałkowy. Ponieważ znana jest również wielkość ciśnienia wytwarzanego przez manometr, obliczyć można czynną powierzchnię tłoka, która jest mniejsza od nominalnej ze względu na obecność gumowej membrany uszczelniającej (nr 13 na rys. 9).

W celu dokładnego poznania charakterystyki cylindra, pierwsza seria prób przeprowadzana była z dynamometrem włączonym w szereg pomiędzy cylinder i próbkę. Pomiar te pozwoliły stwierdzić, że siła wytwarzana przez cylinder jest liniową funkcją ciśnienia w całym zakresie obciążeń. Znając ciśnienie dawane przez układy hydrauliczne oraz powierzchnię tłoka, na podstawie elementarnych wzorów oblicza się naprężenia panujące w próbce w kierunku osiowym i obwodowym.

Ponieważ ciśnienie w układach hydraulicznych wywoływane jest przez ciężarki, z przyczyn technicznych pożądane jest przyjęcie takiego kierunku obciążenia n , aby przyrosty $\frac{\Delta G_0}{0,1 \text{ kp}}$ oraz $\frac{\Delta G_z}{0,1 \text{ kp}}$ były liczbami całkowitymi. Ustalenie odpowiednich kierunków można dokonywać metodą kolejnych prób na podstawie wzoru:

$$(3.1) \quad n = \frac{\sigma_\theta}{\sigma_z} = 2 \left(1 + \frac{\delta}{D_w} \right) \frac{1}{1 + z \frac{4F_t}{\pi D_w^2} \frac{\Delta G_z}{\Delta G_0}},$$

gdzie $z = \frac{\Delta p_z}{\Delta p_\theta}$ jest stałą układów hydraulicznych.

Jeżeli materiał doznaje dużych odkształceń, wymiary geometryczne próbki we wzorze (3.1) należy dobrać tak, aby odpowiadały wartościom naprężeń $\sigma_\theta; \sigma_z$. Ponieważ doświadczalnie ustalono zależność $\sigma_i(\epsilon_i)$, wymiary te można było wyznaczyć, posługując się twierdzeniami odkształceniowej teorii plastyczności. W praktyce okazało się to całkowicie wystarczające.

3.4. Pomiar odkształceń. Odkształcenia próbek mierzono za pomocą kratowych tensometrów oporowych o bazie pomiarowej 15 mm i oporze nominalnym 120 Ω . Czujniki te dają liniowe wskazania w zakresie odkształceń do 0,6%. Tensometry naklejano na powierzchni zewnętrznej, po dwa w kierunku obwodowym i osiowym, po przeciwnych stronach próbki. Ze względu na zmienną grubość ścianki wzdłuż obwodu rurki, tensometry naklejano na tworzących odpowiadających grubości średniej. Aby wyeliminować możliwość odchyłek wynikających z niesymetrii układu, odkształcenia obliczano jako średnią ze wskazań dwóch tensometrów skierowanych w ten sam sposób.

Odkształcenia odczytywano z dokładnością do $5 \cdot 10^{-5}$ za pomocą wysokoczułego kompensatora tensometrycznego typu BO-1 produkcji ZMOC-IPPT (rys. 8). Zastosowany układ elektryczny zapewniał stałe warunki cieplne pomiaru ponieważ wszystkie tensometry były utrzymywane cały czas pod napięciem.

3.5. Technika obciążania i pomiaru odkształceń. Z powodu zastosowania manometrów obciążnikowych, jako układów wytwarzających ciśnienie, zmiana obciążenia próbki musi przebiegać skokowo. Po osiągnięciu ustalonego przyrostu obciążenia mierzono odkształcenia.

Powyższa procedura jest normalnie stosowana przy badaniach w płaskim stanie naprężenia [1, 6, 8, 12]. W pracy [12] stwierdzono, że przy schodkowej zmianie naprężeń nie zauważa się odpowiednio zmian kierunku przyrostu odkształcenia plastycznego w przypadku materiału wstępnie izotropowego. Zmiany takie są widoczne przy obciążeniu wtórnym, gdy materiał posiada anizotropię.

W przypadku nieciągłej rejestracji odkształceń, próbka wytrzymywana jest przez pewien określony czas pod stałym obciążeniem aż do ustalenia się odkształcenia. Czas przystanku jest różny i wynosi np. 1 min [12], 3 min [1] lub 5 min [6]. W pracy [8] dokonywano odczytów co 3 min dotąd, aż dwa kolejne wskazania były takie same. Autorzy podkreślają, że procedura ta ma na celu zmniejszenie wpływu pelzania na wyniki doświadczeń.

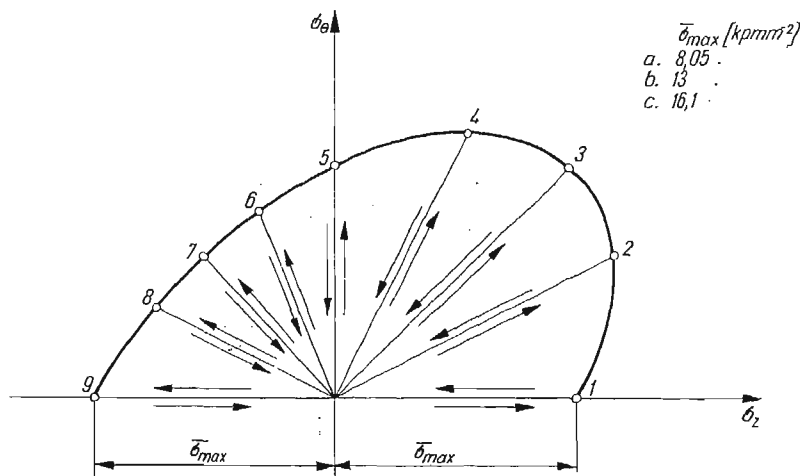
W tej pracy stosowano przyrosty naprężeń około $0,0375 \text{ kpm}^{-2}$ oraz $0,075 \text{ kpm}^{-2}$ wynikające z ciężaru najmniejszych obciążników do manometrów ($0,05 \text{ kp}$ oraz $0,1 \text{ kp}$). Przy takich przyrostach naprężeń, szczególnie w zakresie sprężystym, przyrządy pomiarowe praktycznie nie wykazują zmian odkształcenia. Dlatego przystanki obciążenia w celu rejestracji odkształceń odpowiadały większym skokom naprężeń, które uzyskiwano posługując się elementarnymi przyrostami. Sumaryczne zmiany naprężeń obwodowych i osiowych w próbce nie przekraczały jednak $0,4 \text{ kpm}^{-2}$.

Aby zmniejszyć zakłócenia kierunku przyrostu odkształcenia wynikające ze skokowej zmiany naprężeń, przystanki obciążenia znajdowały się na linii odpowiadającej teoretycznej drodze obciążenia. Przy utrzymywaniu stałego obciążenia, wskazania tensometrów ustalały się w czasie przeciętnie od kilku sekund do pięciu minut. Wobec tego rejestrowano je po czasie nie większym niż pięć minut.

Próbki po obciążeniu wstępnym oklejano tensometrami, pozostawiając je do wyschnięcia na 40 godzin, po czym przeprowadzano badania granicy plastyczności. Okres ten przy wszystkich próbkach był jednakowy ze względu na wyeliminowanie wpływu starzenia się materiału.

4. Program prób

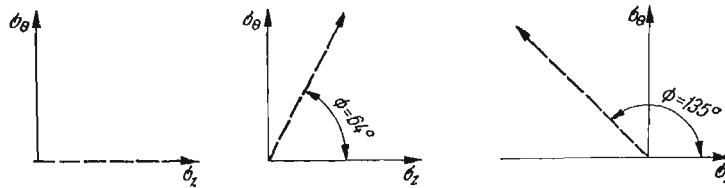
4.1. Badanie linii wpływu. Program prób mających na celu zbadanie linii wpływu obejmował 81 próbek podzielonych na 9 serii. Poszczególne próbki z serii obciążano wzdłuż odpowiedniej prostoliniowej drogi, aż do osiągnięcia wartości naprężeń, które określała po-



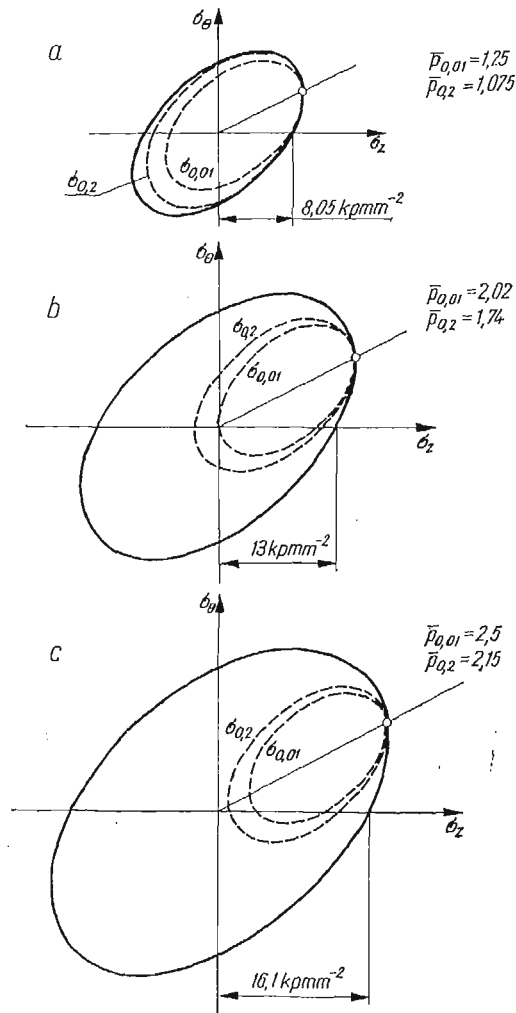
Rys. 11. Program obciążeń wstępnych; 1 do 9 — kierunki obciążeń wstępnych

wierzchnia obciążeń wstępnych i następnie odciążano do zera. Kierunki obciążeń wstępnych oznaczone są na rys. 11 numerami od 1 do 9. Ponowne obciążenie każdej z trzech serii próbek, różniących się wielkością obciążeń wstępnych, odbywało się w jednym z kierunków obciążenia wtórnego (rys. 12).

Każda z serii obciążenia wstępnego charakteryzowała się pewną krytyczną wielkością maksymalnego naprężenia równoważnego $\bar{\sigma}_{\max}$. Przekroczenie granicy sprężystości i pla-



Rys. 12. Program obciążeń wtórnych



Rys. 13. Przeciążenie materiału powyżej granicy plastyczności $\sigma_{0,01}$ oraz $\sigma_{0,02}$ podczas obciążania wstępnego
 - - - powierzchnia obciążeń wstępnych

styczności materiału nieodkształconego przy poszczególnych seriach obciążeń pokazane jest na rys. 13 w ten sposób, że w elipsę obciążenia wrysowano wstępne powierzchnie

plastyczności dla jednego z kierunków obciążenia. Powierzchnie te, oznaczone $\sigma_{0,01}$ oraz $\sigma_{0,02}$, odpowiadają definicjom uplastycznienia $\varepsilon^p = 0,01\%$ oraz $0,2\%$. Obok rysunków podano wartości $\bar{p}_{0,01} = \frac{\bar{\sigma}_{\max}}{\sigma_{0,01}}$ oraz $\bar{p}_{0,02} = \frac{\bar{\sigma}_{\max}}{\sigma_{0,2}}$, które oznaczają stopień przekroczenia granicy sprężystości i plastyczności.

Przy pierwszej serii próbek, obciążenie wstępne było większe od granicy sprężystości o 25%, a od granicy plastyczności tylko o 7,5%. Tak niskie obciążenie zastosowano w tym celu, aby zbadać linie wpływu w warunkach, gdzie efekt Bauschingera może być bliski idealnemu.

Wielkość obciążeń wstępnych przy drugiej serii próbek została dobrana w ten sposób, że były one dwa razy większe od granicy sprężystości $\sigma_{0,01}$. Obciążenie wstępne trzeciej serii próbek było ponad dwa razy większe zarówno od granicy sprężystości, jak i plastyczności. Te serie próbek służyły do zbadania zachowania się materiału w takim zakresie, w którym według hipotezy wzmocnienia kinematycznego wzrost obciążeń wstępnych nie ma wpływu na wielkość granicy plastyczności.

4.2. Badanie własności materiału. Jedna seria dziewięciu próbek służyła do wyznaczenia powierzchni plastyczności materiału wstępnie nieodkształconego.

Oddzielna seria sześciu próbek, po dwie próbki dla trzech wielkości obciążeń wstępnych (rys. 11), przeznaczona była do zmierzenia wielkości $\bar{\sigma}$ oraz p (równanie (2.31), (2.32)). Obie próbki rozciągano do danej wartości $\bar{\sigma}_{\max}$ w kierunku osiowym, następnie odciążano do zera. Przy obciążeniu wtórnym, jedna próbka była rozciągana w kierunku obciążenia wstępnego dla zmierzenia wartości $\bar{\sigma} = \sigma'$, drugą zaś ściskano dla zmierzenia σ'' . Wyniki uzyskane z tych pomiarów służyły do wyznaczenia linii wpływu dla wzmocnienia kinematyczno-izotropowego.

5. Wyniki doświadczeń

5.1. Metoda opracowania wyników doświadczeń. W czasie pomiarów rejestruje się wartości ciśnień w dwu niezależnych układach obciążania oraz dwa odkształcenia główne ε_θ ; ε_z . Nieznany przyrost trzeciego odkształcenia obliczano z równania nieściśliwości. Analogicznie, znając wartości ciśnień, można obliczyć naprężenia σ_θ ; σ_z z elementarnych wzorów. Natomiast o trzecim naprężeniu σ_r wiadomo, że zmienia się wzdłuż grubości ścianki od wartości równej ciśnieniu p do zera na powierzchni zewnętrznej. Do obliczeń przyjęto w przybliżeniu $\sigma_r = -\frac{1}{2}p_\theta$.

Dane te pozwalają obliczyć intensywności naprężeń i odkształceń według wzorów:

$$(5.1) \quad \sigma_i = \frac{1}{\sqrt{6}} \sqrt{(\sigma_\theta - \sigma_z)^2 + (\sigma_z - \sigma_r)^2 + (\sigma_r - \sigma_\theta)^2},$$

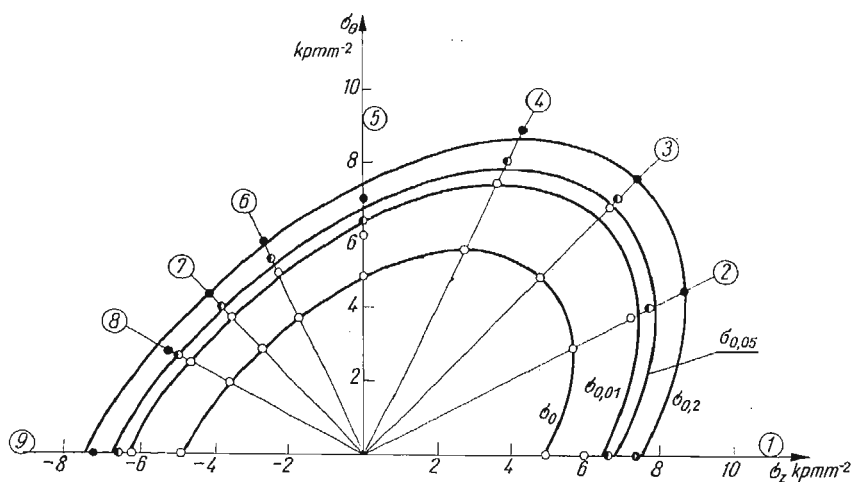
$$(5.2) \quad \Delta \varepsilon_i = \frac{1}{\sqrt{6}} \sqrt{(\Delta \varepsilon_\theta - \Delta \varepsilon_z)^2 + (\Delta \varepsilon_z - \Delta \varepsilon_r)^2 + (\Delta \varepsilon_r - \Delta \varepsilon_\theta)^2},$$

$$(5.3) \quad \varepsilon_i = \sum \Delta \varepsilon_i.$$

Korzystając z tych przeliczeń, wykonywano wykresy σ_i w funkcji ε_i . Aby określić wartości σ odpowiadające definicji uplastycznienia ε_i^p , z odpowiedniego punktu na osi ε_i prowadzono prostą równoległą do początkowego liniowego zakresu krzywej $\sigma_i(\varepsilon_i)$, aż do przecięcia z nią. Punkty doświadczalne wyznaczono dla definicji uplastycznienia $\varepsilon_i^p = 0; 0,01\%; 0,05\%; 0,2\%$. Trzy spośród podanych wartości są często używane w praktyce. Natomiast $\varepsilon_i^p = 0,05\%$ rozpatrywano dlatego, że była to graniczna wielkość odkształcenia, przy której materiał obciążany wtórnie w kierunku pierwotnej drogi obciążenia, wchodzi w zakres ustalonego wzmocnienia.

Wartość σ_0 , w odróżnieniu od innych, odczytywano jako początek zakrzywienia się wykresu $\sigma_i(\varepsilon_i)$. Mimo zrozumiałego wpływu dokładności wykresu na ten odczyt, granica proporcjonalności stosowana jest czasami jako jedyne kryterium przy dyskusji wyników [1], [13]. Dokładność wyznaczenia σ_0 jest różna i zależy od kąta $\alpha - \Phi$ zawartego pomiędzy kierunkiem obciążenia wstępnego i wtórnego. Dla kątów $\alpha - \Phi > 90^\circ$ następuje silne odchylenie wykresu od początkowej prostej, wobec czego dokładność odczytu jest większa niż w zakresie $0 < \alpha - \Phi < 90^\circ$.

5.2. Wyniki badania własności materiału Wyniki badania wstępnej powierzchni plastyczności podano na rys. 14. Krzywe teoretyczne wyznaczono z warunku, że intensywność naprężeń stycznych σ_i jest równa średniej arytmetycznej ze wszystkich dziewięciu pomiarów. Jak widać, przy tych obciążeniach materiał posiada własności izotropowe.



Rys. 14. Wstępna powierzchnia plastyczności mosiądzu M-63

Do obliczenia teoretycznych linii wpływu za pomocą równania (2.18) konieczna jest znajomość $\bar{\sigma}$ oraz p . Zestawienie wartości $\bar{\sigma}$ oraz p obliczone na podstawie wyników pomiarów podano w tablicach 1 oraz 2. Dla przypadku wzmocnienia kinematycznego obliczono je według wzorów (2.22), (2.23), (2.24), a dla wzmocnienia kinematyczno-izotropowego według wzorów (2.31) oraz (2.32).

Tablica 1. Wartość $\bar{\sigma}$ oraz p dla wzmocnienia kinematycznego

ϵ_i^p	a		b		c	
	8,05 kpmm ⁻²		13 kpmm ⁻²		16,1 kpmm ⁻²	
	$\bar{\sigma}$ kpmm ⁻²	p	$\bar{\sigma}$ kpmm ⁻²	p	$\bar{\sigma}$ kpmm ⁻²	p
0	8,05	1,65	9,76	2,0	9,76	2,0
0,01	8,05	1,25	12,85	2,0	12,85	2,0
0,05	8,05	1,19	13,00	1,92	13,55	2,0
0,2	8,05	1,075	13,00	1,74	14,95	2,0

Tablica 2. Wartość $\bar{\sigma}$ oraz p dla wzmocnienia kinematyczno-izotropowego

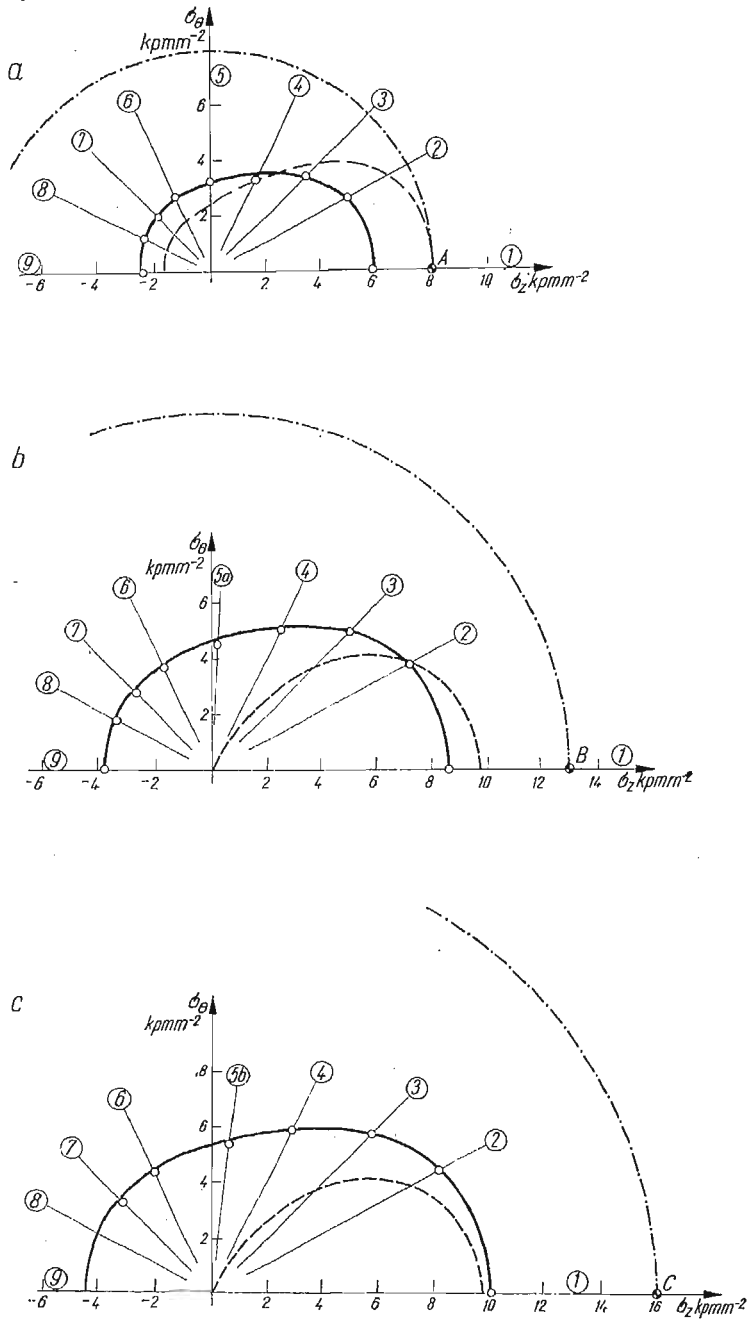
ϵ_i^p	a		b		c	
	0,85 kpmm ⁻²		13 kpmm ⁻²		16,1 kpmm ⁻²	
	$\bar{\sigma}$ kpmm ⁻²	p	$\bar{\sigma}$ kpmm ⁻²	p	$\bar{\sigma}$ kpmm ⁻²	p
0	5,89	1,39	8,65	1,38	10,05	1,40
0,01	7,80	1,31	11,35	1,32	14,05	1,37
0,05	8,15	1,20	12,75	1,27	15,95	1,33
0,2	8,65	1,02	13,00	1,11	16,10	1,20

5.3. Porównanie teoretycznych linii wpływu z wynikami doświadczeń. Linie wpływu wyznaczone dla trzech omówionych teorii wzmocnienia, przedstawione są na rys. 15 do 26. Rysunki 15, 16, 17, 18 zawierają wyniki dla kierunku obciążenia wtórnego $m = 0$ (rozciąganie osiowe), rysunki 19–22 dla $m = 2,06$ (obciążenie walcowego zbiornika ciśnieniowego), rysunki 23–26 dla $m = -1$ (rozciąganie równe ściskaniu). Każdy z rysunków zawiera linie wpływu wyznaczone dla jednej definicji uplastycznienia ale przy trzech różnych wielkościach obciążeń wstępnych, określonych maksymalną wartością naprężenia zredukowanego: wykres a): $\bar{\sigma}_{max} = 8,05$ kpmm⁻²; wykres b): $\bar{\sigma}_{max} = 13$ kpmm⁻²; wykres c): $\bar{\sigma}_{max} = 16,1$ kpmm⁻².

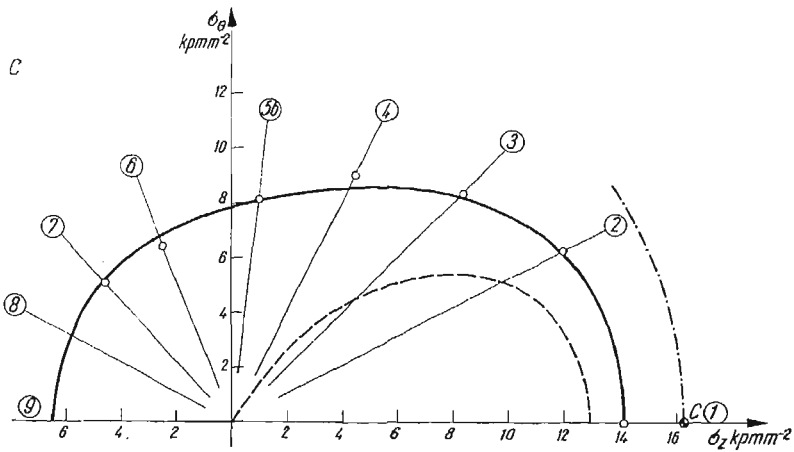
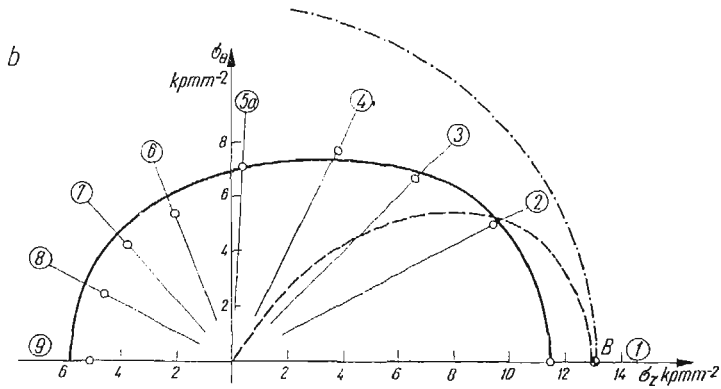
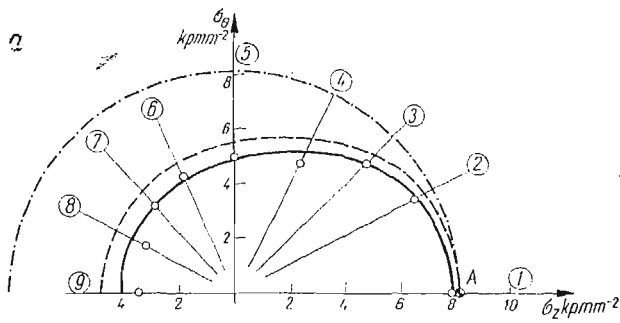
Wszystkie kierunki obciążeń wstępnych oznaczone są na wykresach numerami od 1 do 9. Aby pokazać proporcję pomiędzy wielkością obciążenia wstępnego i wtórnego, na każdym z wykresów oznaczony jest punkt położony na kierunku obciążenia wtórnego, przez który powinna przechodzić powierzchnia obciążenia wstępnego. Punkty te oznaczono literami *A*, *B*, *C* na każdym z wykresów.

Punkty otrzymane z doświadczeń oznaczone są małymi kółkami. W trzech przypadkach obciążeń wstępnych nie udało się uzyskać wyniku z powodu wybożenia próbki. Miało to miejsce dla kierunków obciążeń 8 i 9 przy $\bar{\sigma}_{max} = 16,1$ kpmm⁻² dla każdego z kierunków obciążeń wtórnych (rys. 15c do 26c) oraz dla kierunku nr 9 przy $\bar{\sigma}_{max} = 13$ kpmm⁻² w przypadku obciążenia wtórnego $m = -1$ (rys. 23b do 26b).

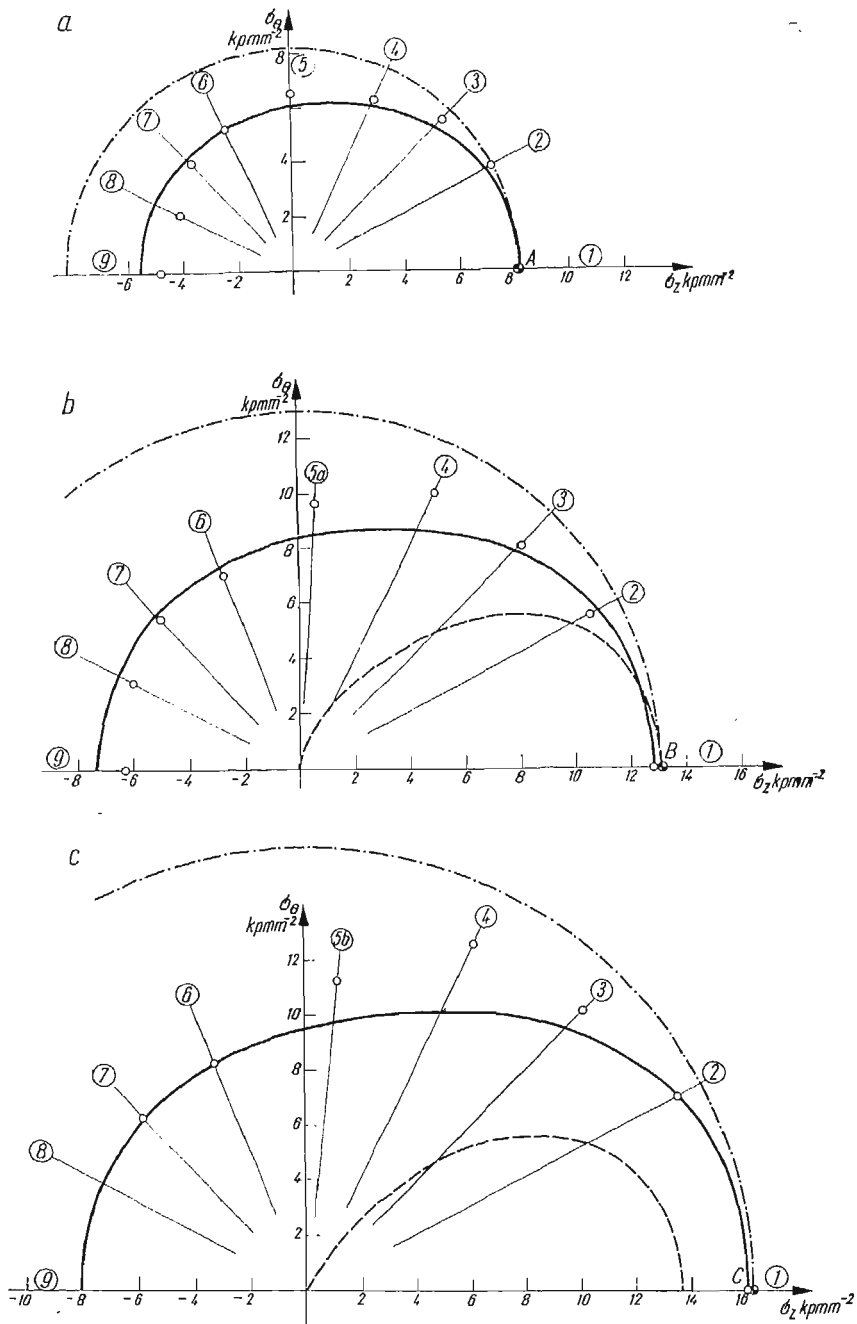
Na każdym wykresie naniesiono linie wyznaczone na podstawie trzech omówionych modeli wzmocnienia materiału. Linia wpływu odpowiadająca teorii wzmocnienia kine-



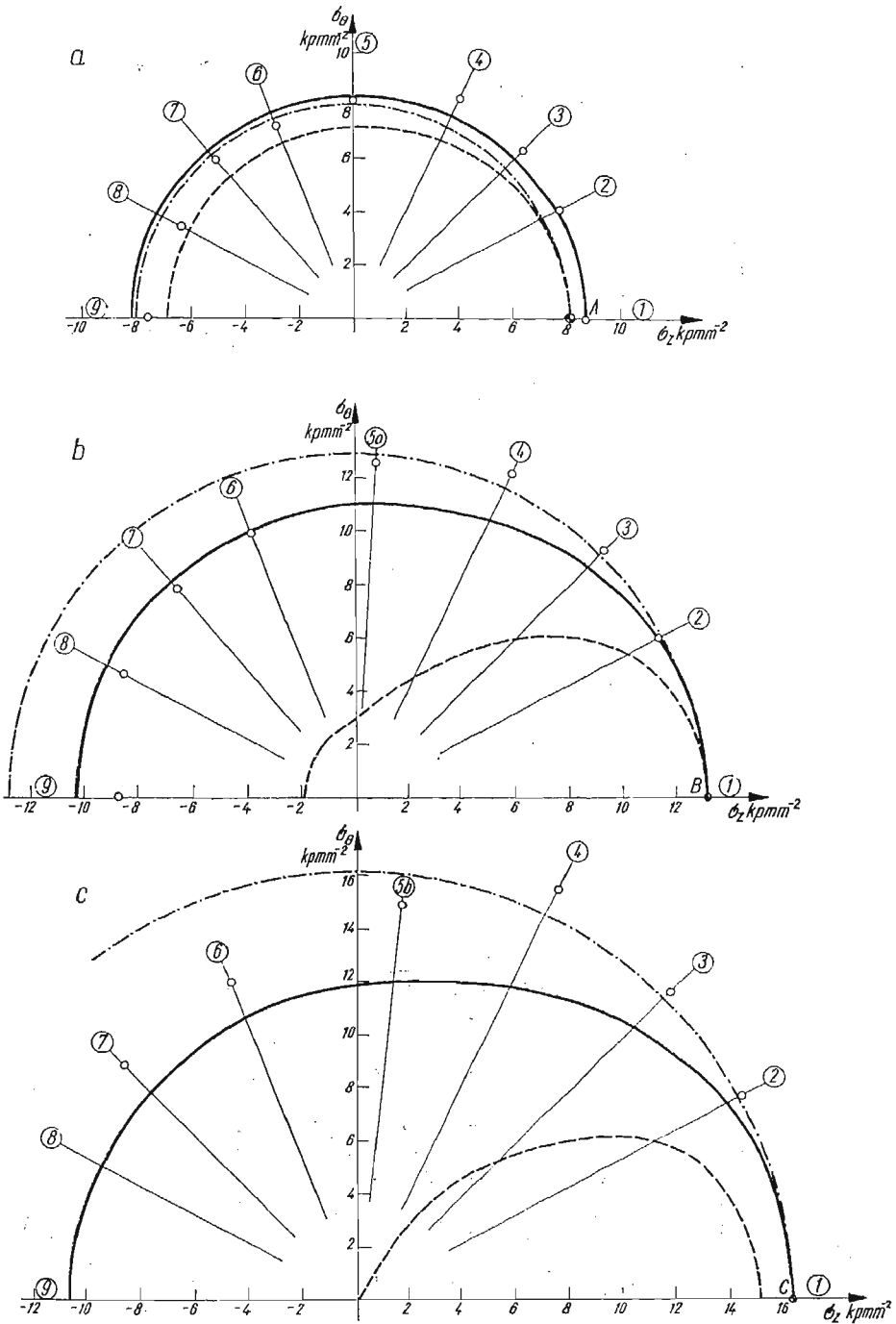
Rys. 15. Linie wpływu odkształceń plastycznych dla $\epsilon_i^p = 0$ przy rozciąganiu w kierunku σ_z
 - · - · - wzmocnienie izotropowe, - - - wzmocnienie kinematyczne, — wzmocnienie kinematyczno-izotropowe,
 ○ punkty doświadczalne, A, B, C punkty powierzchni obciążeń wstępnych



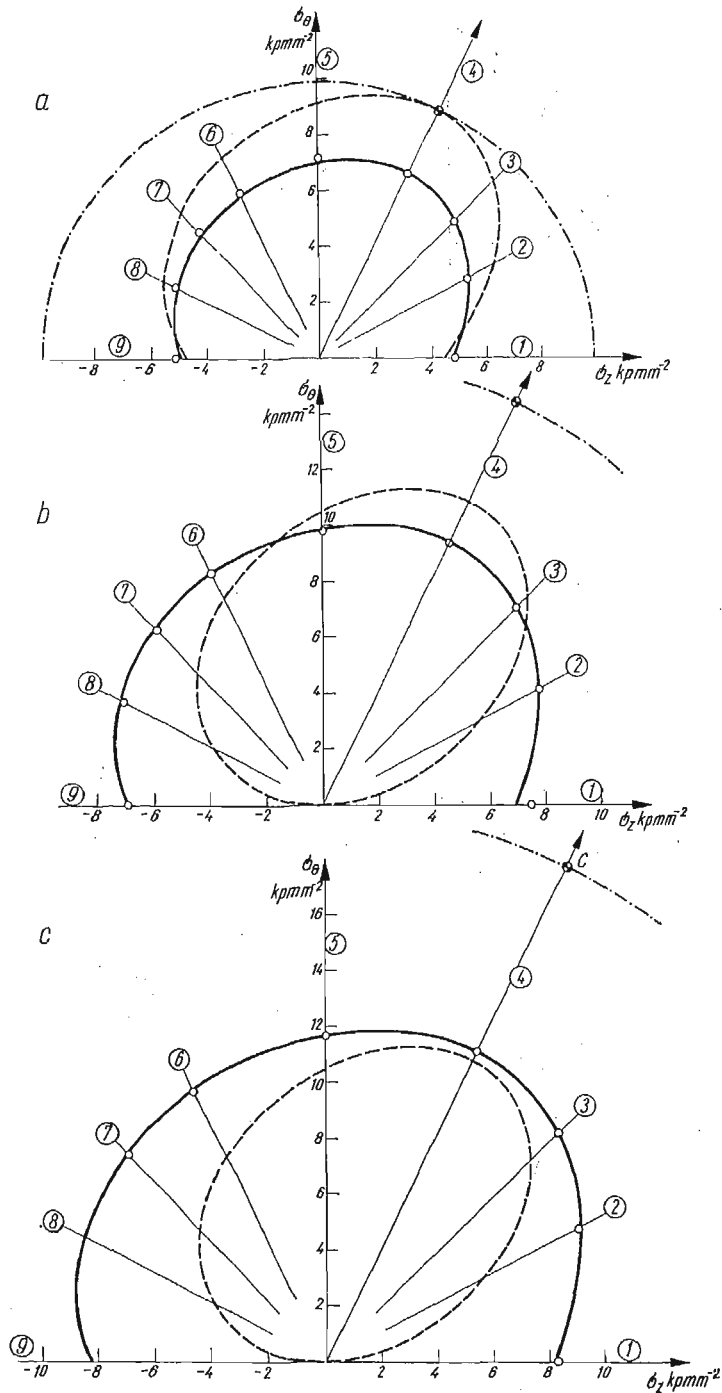
Rys. 16. Linie wpływu odkształceń plastycznych dla $\epsilon_p^p = 0,01\%$ przy rozciąganiu w kierunku σ_z
 - - - - - wzmocnienie izotropowe, - - - - - wzmocnienie kinematyczne, ——— wzmocnienie kinematyczno-izotropowe,
 ○ punkty doświadczalne, A, B, C punkty powierzchni obciążeń wstępnych



Rys. 17. Linie wpływu odkształceń plastycznych dla $\epsilon_i^p = 0,05\%$ przy rozciąganiu w kierunku σ_z .
 - - - - - wzmocnienie izotropowe, - - - - - wzmocnienie kinematyczne, ——— wzmocnienie kinematyczno-izotropowe,
 ○ punkty doświadczalne, A, B, C punkty powierzchni obciążenia wstępnych

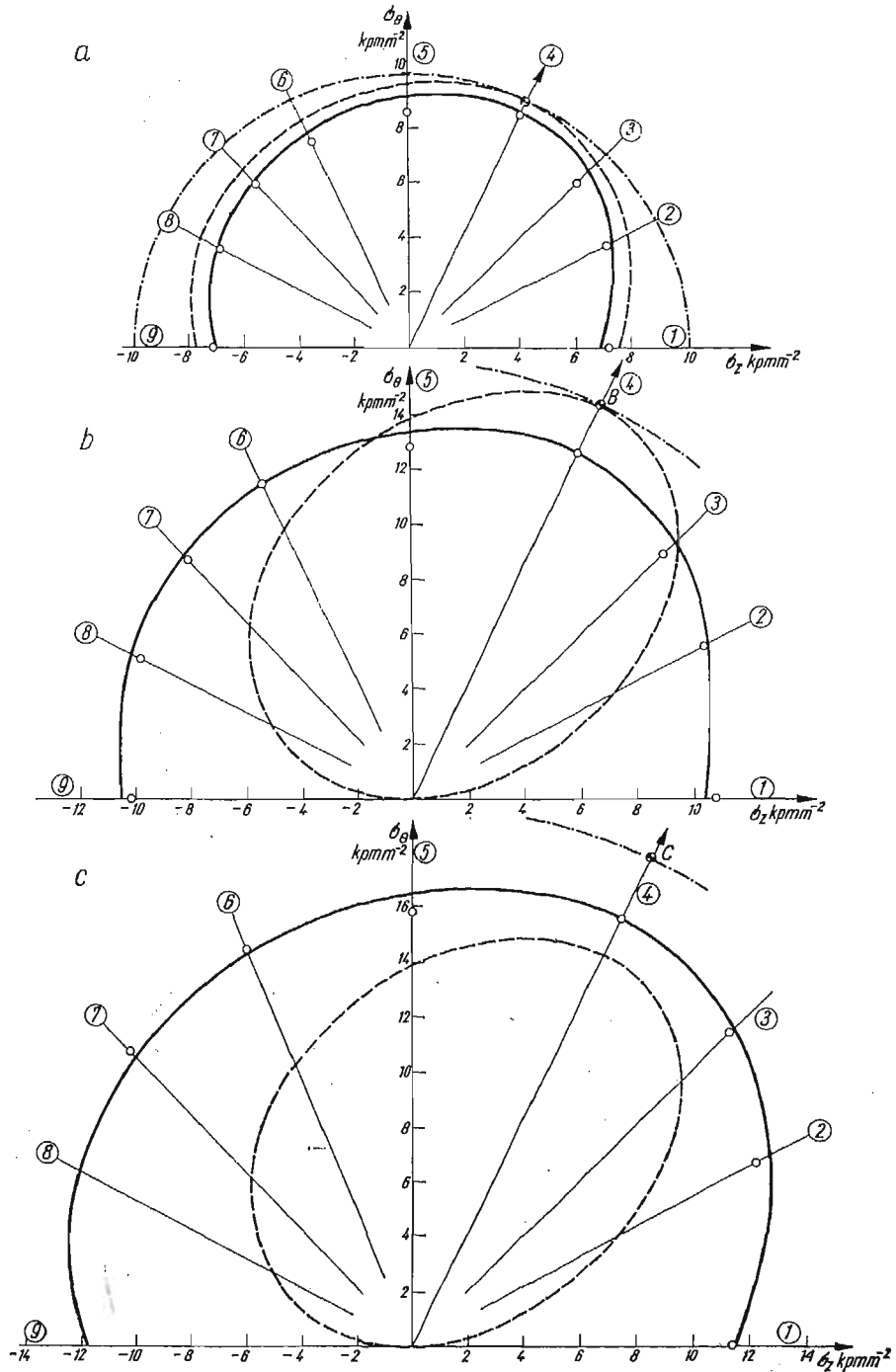


Rys. 18. Linie wpływu odkształcenia plastycznego dla $\epsilon_i^p = 0,2\%$ przy rozciąganiu w kierunku σ_z
 - - - - - wzmocnienie izotropowe, - · - - - - wzmocnienie kinematyczne, — wzmocnienie kinematyczno-izotropowe,
 ○ punkty doświadczalne, A, B, C punkty powierzchni obciążeń wstępnych



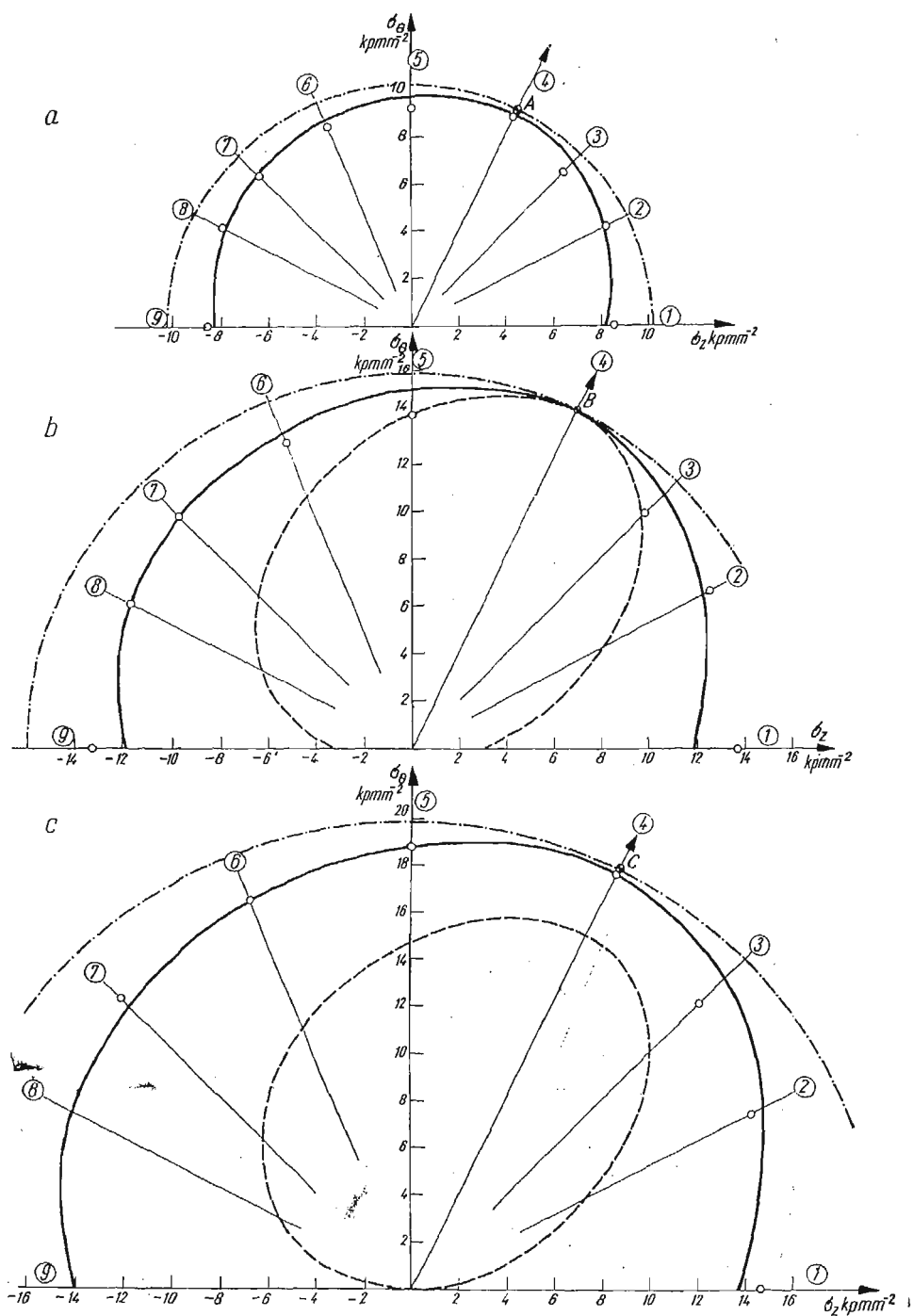
Rys. 19. Linie wpływu odkształcenia plastycznego dla $\varepsilon_0^p = 0$ przy złożonym rozciąganiu w kierunku 4 ($\sigma_0/\sigma_z = 2,06$)

— · — · — wzmocnienie izotropowe, — — — — wzmocnienie kinematyczne, — — — — wzmocnienie kinematyczno-izotropowe,
 ○ punkty doświadczalne, A, B, C punkty powierzchni obciążeń wstępnych



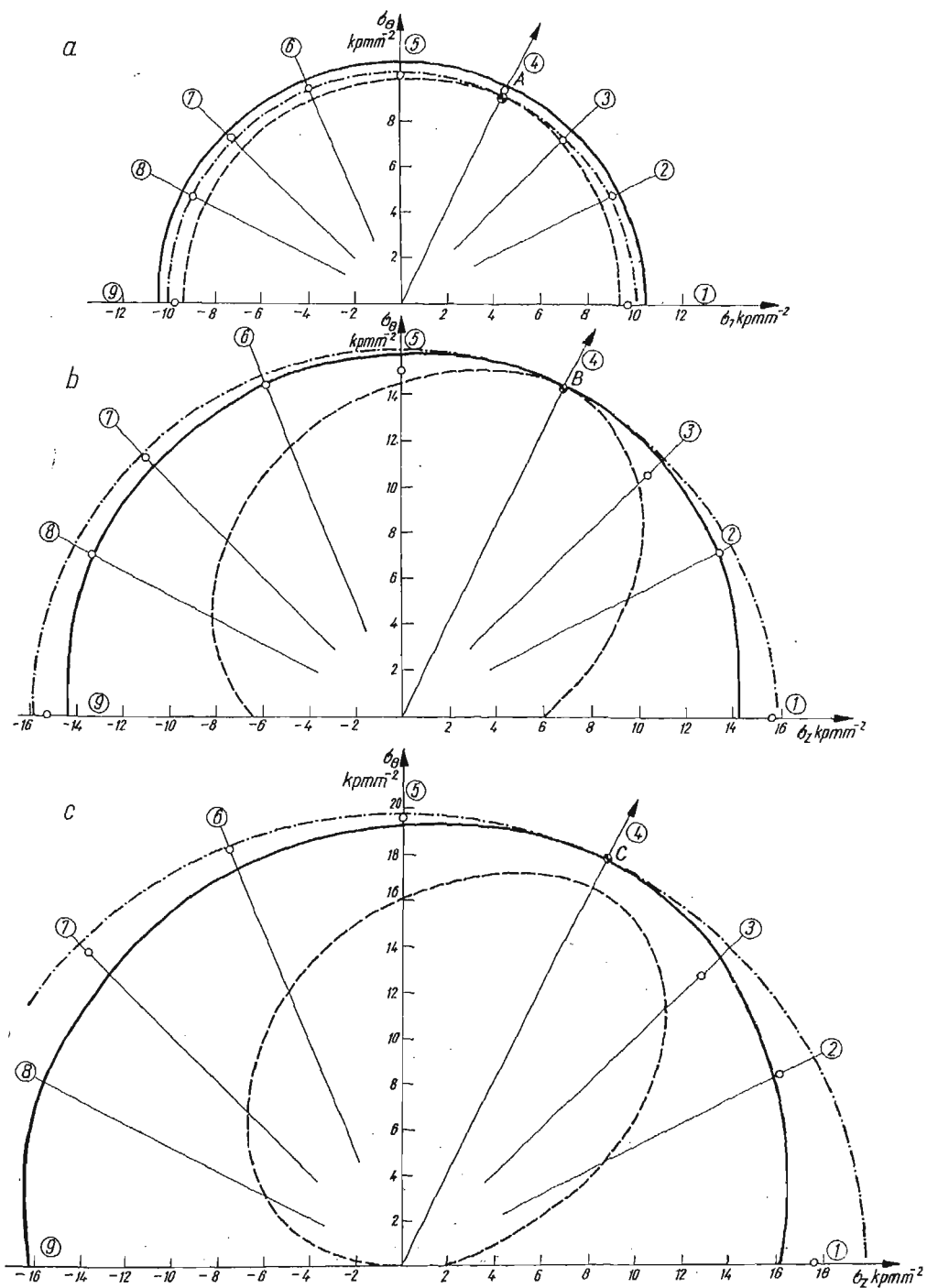
Rys. 20. Linie wpływu odkształcenia plastycznego dla $\epsilon_i^p = 0,01\%$ przy złożonym rozciąganiu w kierunku 4 ($\sigma_\theta/\sigma_z = 2,06$)

--- wzmocnienie izotropowe, — wzmocnienie kinematyczne, —·— wzmocnienie kinematyczno-izotropowe,
 ○ punkty doświadczalne, A, B, C punkty powierzchni obciążeń wstępnych

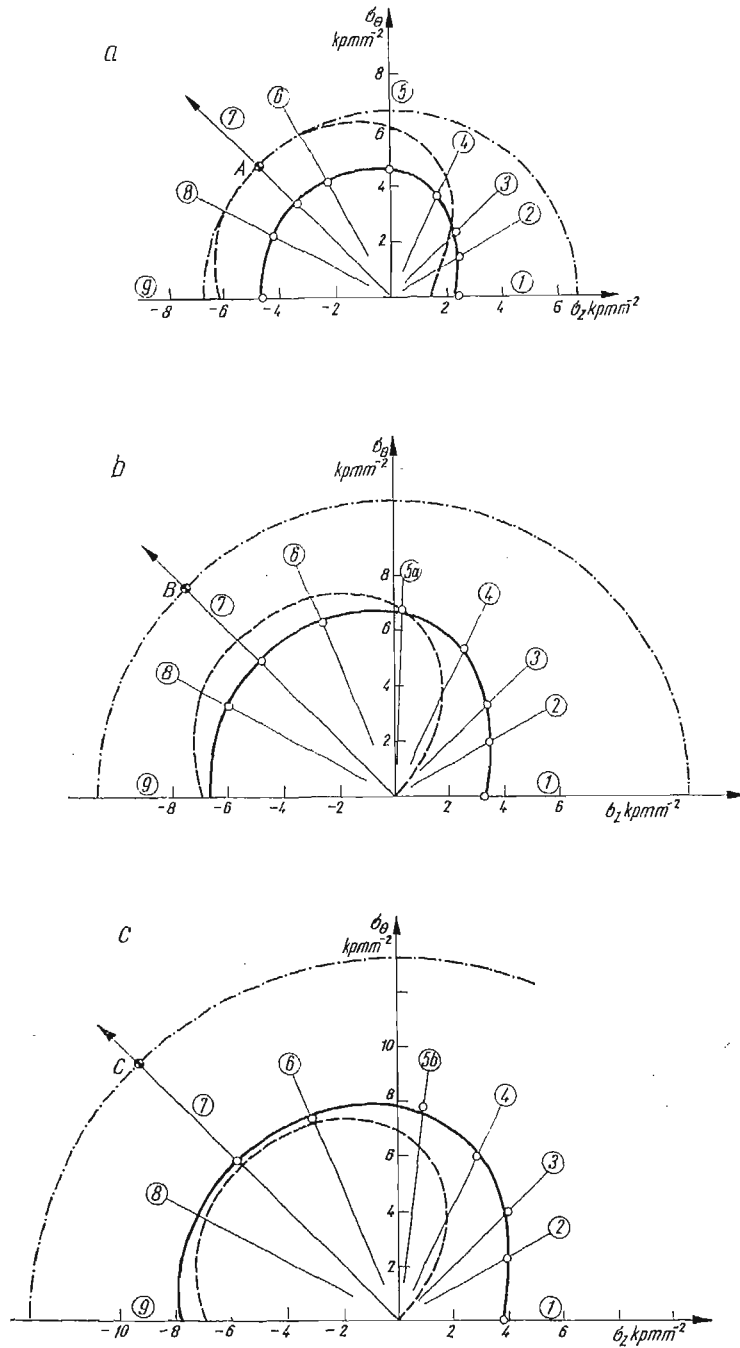


Rys. 21. Linie wpływu odkształcenia plastycznego dla $\epsilon_p^p = 0,05\%$ przy złożonym rozciąganiu w kierunku 4 ($\sigma_0/\sigma_z = 2,06$)

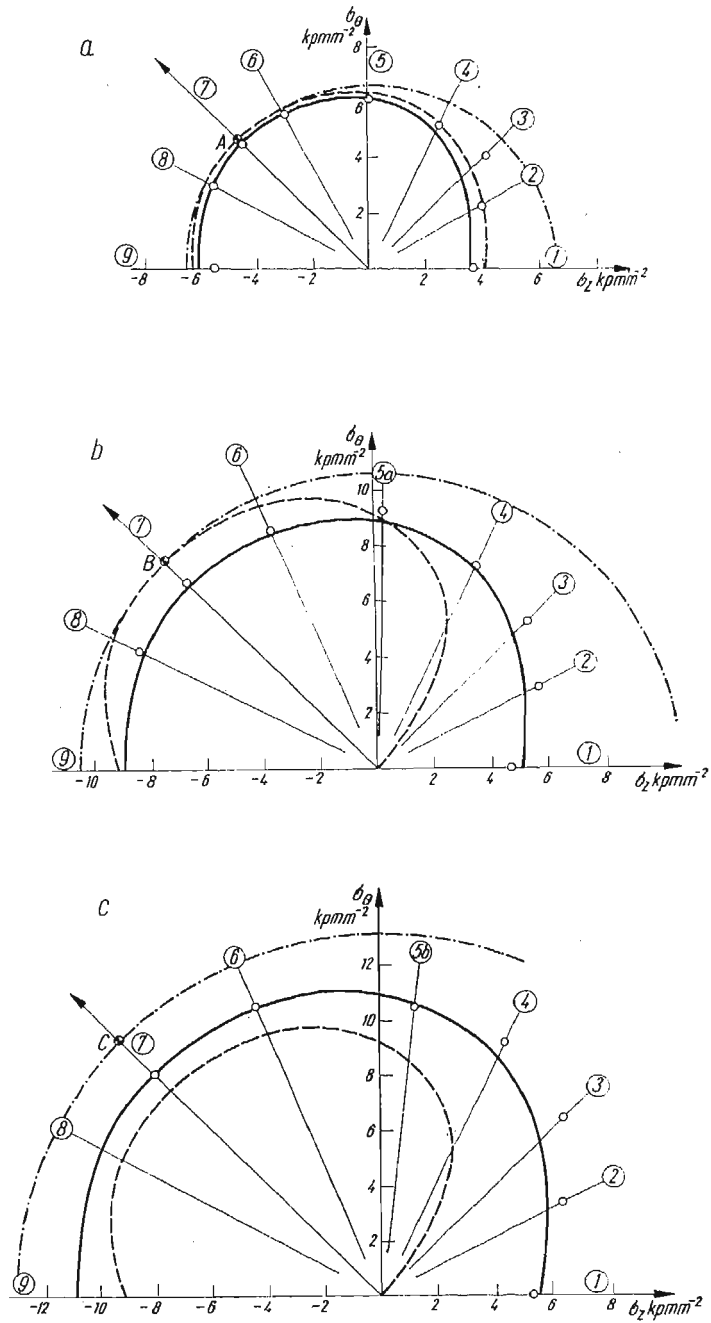
--- wzmacnienie izotropowe, - · - - wzmacnienie kinematyczne, — wzmacnienie kinematyczno-izotropowe,
 ○ punkty doświadczalne, A, B, C punkty powierzchni obciążeń wstępnych



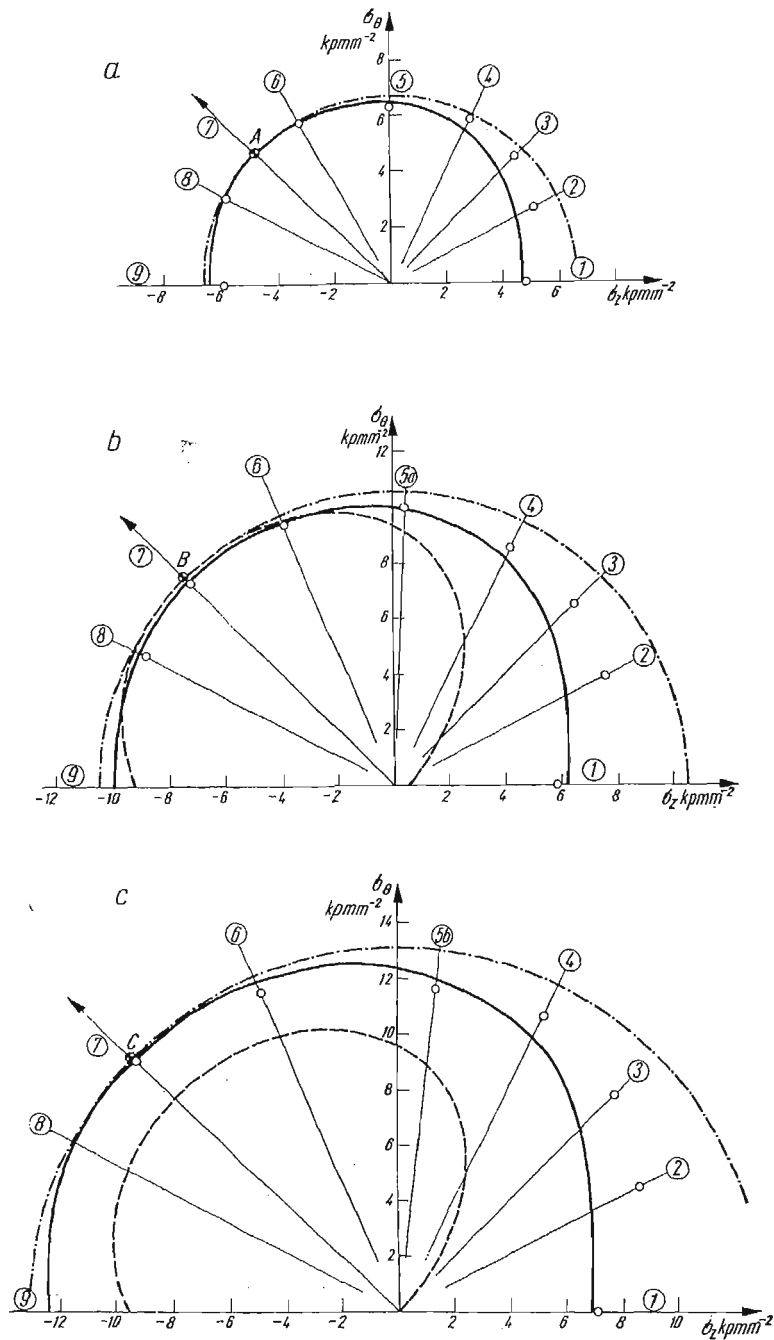
Rys. 22. Linie wpływu odkształcenia plastycznego dla $\epsilon_p^I = 0,2\%$ przy złożonym rozciąganiu w kierunku 4 ($\sigma_\theta/\sigma_z = 2,06$)
 - - - - - wzmocnienie izotropowe, - · - - - - wzmocnienie kinematyczne, ————— wzmocnienie kinematyczno-izotropowe,
 ○ - punkty doświadczalne, A, B, C punkty powierzchni obciążeń wstępnych



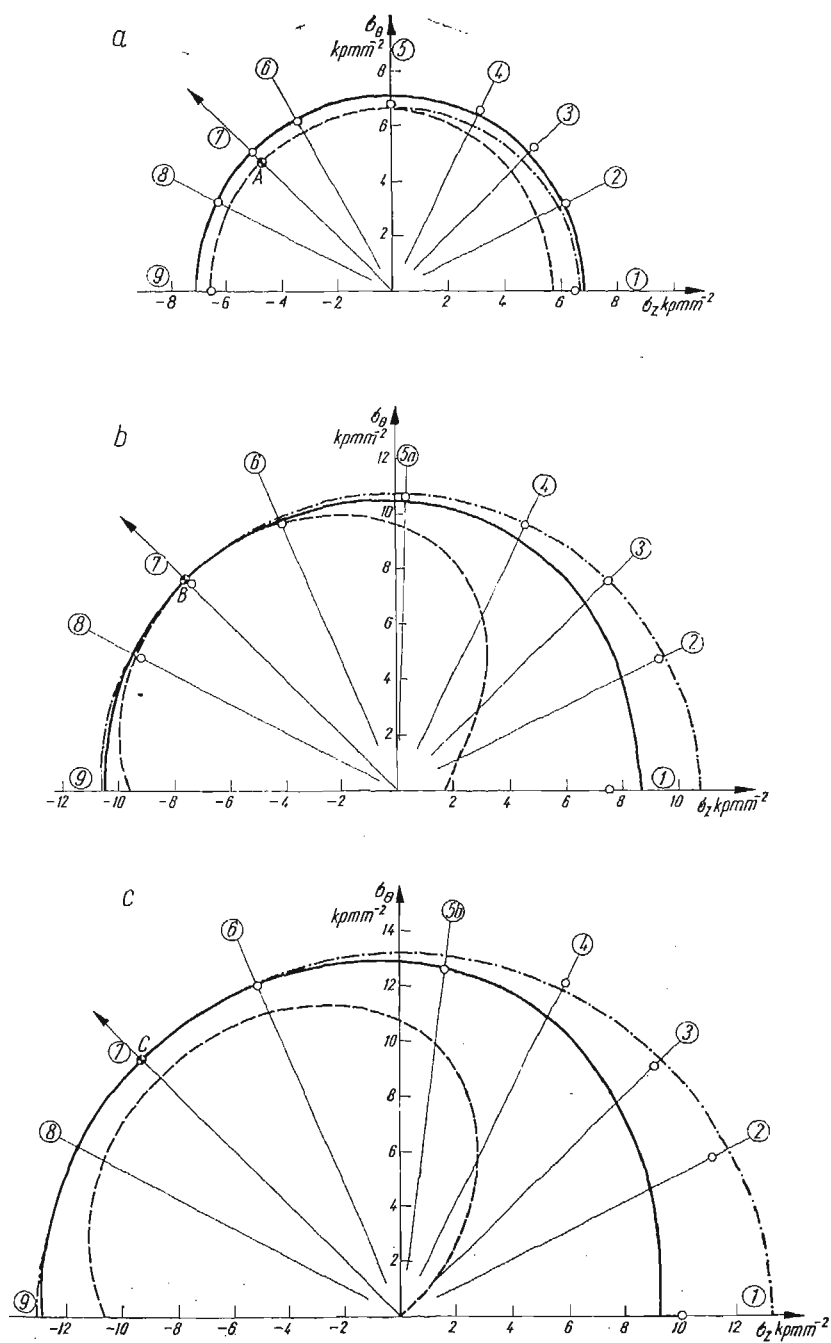
Rys. 23. Linie wpływu odkształcenia plastycznego dla $\epsilon_i^p = 0$ przy obciążeniu w kierunku 7 ($\sigma_\theta = -\sigma_z$)
 - - - - - wzmocnienie izotropowe, - · - · - wzmocnienie kinematyczne, ——— wzmocnienie kinematyczno-izotropowe,
 ○ punkty doświadczalne, A, B, C punkty powierzchni obciążeń wstępnych



Rys. 24. Linie wpływu odkształcenia plastycznego dla $\epsilon_p^0 = 0,01\%$ przy obciążeniu w kierunku 7 ($\sigma_\theta = -\sigma_z$)
 - - - - - wzmocnienie izotropowe, ······ wzmocnienie kinematyczne, ————— wzmocnienie kinematyczno-izotropowe,
 ○ punkty doświadczalne, A, B, C punkty powierzchni obciążeń wstępnych



Rys. 25. Linie wpływu odkształcenia plastycznego dla $\epsilon_p^0 = 0,05\%$ przy obciążeniu w kierunku 7 ($\sigma_\theta = -\sigma_z$)
 - - - - - wzmocnienie izotropowe, - · - · - wzmocnienie kinematyczne, — wzmocnienie kinematyczno-izotropowe,
 ○ punkty doświadczalne, A, B, C punkty powierzchni obciążeń wstępnych



Rys. 26. Linie wpływu odkształcenia plastycznego dla $\epsilon_i^p = 0,2\%$ przy obciążeniu w kierunku 7 ($\sigma_0 = -\sigma_z$)
 - - - - - wzmocnienie izotropowe, - · - · - wzmocnienie kinematyczne, ——— wzmocnienie kinematyczno-izotropowe,
 ○ punkty doświadczalne, A, B, C punkty powierzchni obciążeń wstępnych

matycznego oznaczona jest kreską przerywaną. Linia oparta na koncepcji wzmocnienia kinematyczno-izotropowego narysowana jest kreską ciągłą. Łuki koła wyprowadzone z punktów A , B , C oznaczają wzmocnienie izotropowe.

Na wykresach 17a, 21a, 25a, które odpowiadają definicji uplastycznienia $\varepsilon_p^e = 0,05\%$ dla najniższego z zastosowanych tu obciążeń wstępnych, punkty doświadczalne układają się dookoła linii odpowiadającej hipotezie wzmocnienia kinematycznego i kinematyczno-izotropowego. Dla definicji uplastycznienia $\varepsilon_p^e < 0,05\%$ (rys. 15a, 16a, 19a, 20a, 23a, 24a) punkty doświadczalne leżą poniżej linii wpływu otrzymanej przy założeniu hipotezy wzmocnienia kinematycznego. Natomiast przy $\varepsilon_p^e > 0,05\%$ (rys. 18a, 22a, 26a) punkty te znajdują się powyżej tej linii. A więc przy zastosowanym tu obciążeniu wstępnym można dobrać taką definicję uplastycznienia $\varepsilon_p^e = \text{const}$, że hipoteza wzmocnienia kinematycznego będzie opisywać jakościowo i ilościowo rezultaty doświadczeń. W rozpatrywanym przypadku była to wartość $\varepsilon_p^e = 0,05\%$.

W przypadku wzmocnienia kinematycznego, wartości $\bar{\sigma}$ oraz p dla definicji uplastycznienia $\varepsilon_p^e = 0$ (tablica 1), są takie same w przypadku b oraz c. Wobec tego linia wpływu jest w obu przypadkach jednakowa w obrębie tej samej rodziny (rys. 3, 4, 5). Identyczne zjawisko występuje dla $\varepsilon_p^e = 0,01\%$. Dla $\varepsilon_p^e = 0,05\%$ w przypadku b oraz c wartości $\bar{\sigma}$; p różnią się o 4,5%, a więc teoretyczna linia wpływu jest praktycznie również jednakowa przy obu wielkościach obciążeń wstępnych. Natomiast wyniki doświadczeń nie pozostawiają najmniejszej wątpliwości, że jest to wniosek błędny. Na wszystkich wykresach promienie linii wpływu otrzymane doświadczalnie, systematycznie powiększają się wraz ze wzrostem obciążenia wstępnego, wykazując w granicznym przypadku dla $p = 2$ różnice jakościowe i ilościowe w stosunku do teoretycznej linii wpływu dla materiału ze wzmocnieniem kinematycznym.

Linia wpływu otrzymana przy założeniu hipotezy wzmocnienia izotropowego jest górną granicą wyników teoretycznych w każdym przypadku obciążenia. Przy definicjach uplastycznienia dopuszczających małe odkształcenia plastyczne, wartości naprężeń otrzymane z doświadczeń są znacznie mniejsze od przewidzianych przez tę teorię (rys. 15, 16, 19, 20, 23, 24). W miarę wzrostu odkształcenia trwałego związanego z definicją uplastycznienia (rys. 17, 18, 21, 22, 25, 26), punkty doświadczalne zbliżają się do wyników teoretycznych, szczególnie w zakresie, gdzie kierunki odkształceń wstępnych i wtórnych są bliskie sobie. Gdy kierunki te oddalają się od siebie, anizotropia powiększa się i występuje nawet przy definicji uplastycznienia $\varepsilon_p^e = 0,2\%$. Zasadniczy wniosek wynikający z hipotezy wzmocnienia izotropowego, że granica plastyczności rośnie proporcjonalnie do obciążenia wstępnego, można uważać za słuszny przy technicznej granicy plastyczności w zakresie kierunków obciążeń odległych o kąt $\alpha - \varphi < 90^\circ$ od kierunku obciążenia wtórnego.

Linie wpływu wykreślone na podstawie teorii uwzględniającej zmianę wymiarów i przemieszczanie powierzchni plastyczności opisują wyniki doświadczeń lepiej niż w poprzednich wypadkach, zarówno pod względem jakościowym, jak i ilościowym w całym zakresie zastosowanych obciążeń wstępnych. Tym niemniej występują systematyczne rozbieżności punktów doświadczalnych z liniami teoretycznymi.

Dla $\varepsilon_p^e = 0,05\%$ oraz $0,2\%$ (rys. 17, 18, 21, 22, 25, 26), szczególnie przy obciążeniu wstępnym do $\bar{\sigma}_{\text{max}} = 13 \text{ kpm}^{-2}$ oraz $16,1 \text{ kpm}^{-2}$ (przypadek b oraz c) widać, że nie-

które punkty doświadczalne odbiegają wyraźnie od linii teoretycznej. Przy obciążeniu wtórnym w kierunku $\Phi = 0^\circ$ (rys. 17, 18) występuje to dla kierunków obciążeń wstępnych α około 60° . Analogiczna rozbieżność w przypadku obciążenia wtórnego w kierunku $\Phi = 135^\circ$ zdarza się dla kątów $\Phi - \alpha$ około $90-105^\circ$ (rys. 25, 26). W przypadku obciążenia wtórnego w kierunku $\Phi = 64^\circ$ różnice te pojawiają się przy podobnych odległościach kątowych, ale nie są tak wyraźne (rys. 21, 22). Zjawisko to, pod nazwą efektu poprzecznego, było już niejednokrotnie stwierdzone doświadczalnie. Szczegółowo literatura na ten temat przeanalizowana jest w pracach [6], [21]. Tutaj należy tylko stwierdzić, że źródłem opisanych rozbieżności linii teoretycznych z wynikami doświadczeń może być założenie, że powierzchnia plastyczności materiału odkształconego jest elipsą. Tymczasem doświadczalnie stwierdzono [4], [5], [6], że przy większych wartościach definicji uplastycznienia odbiega ona dość znacznie od elipsy Hubera–Misesa. Zniekształcenie powierzchni plastyczności jest również w stanie wyjaśnić przyczynę, dla której punkty doświadczalne w kierunkach 3 oraz 5 (rys. 20, 21, 22) znajdują się poniżej linii teoretycznej.

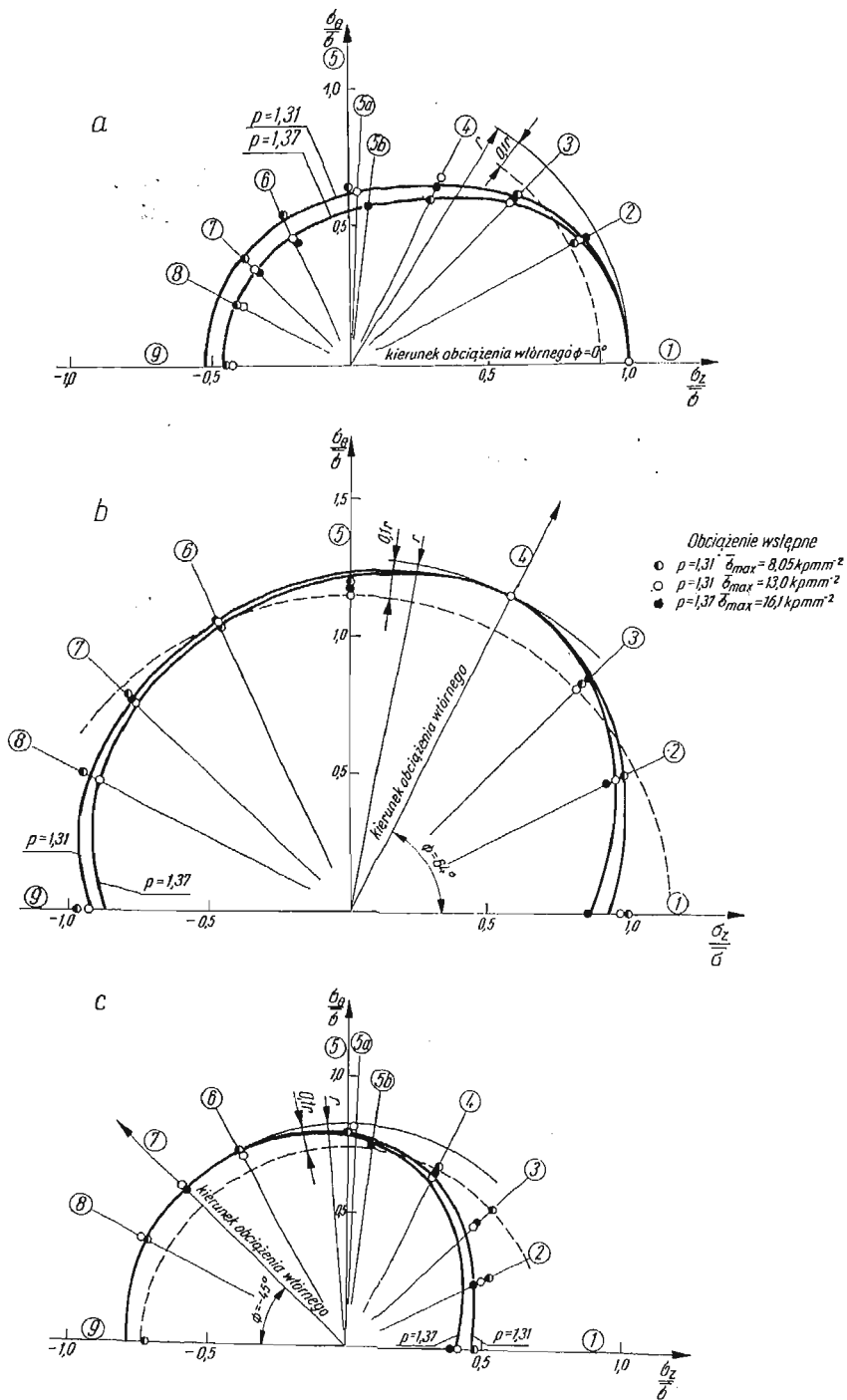
Innego rodzaju różnicę pomiędzy wynikami i teorią widać na rys. 16, 17. Dla kierunków 8 i 9 wyniki doświadczalne leżą wyraźnie poniżej ciągłej krzywej teoretycznej pomimo, że na rys. 15 dla niższej definicji uplastycznienia widać zgodność wyników. Przyczyną tego jest silna anizotropia własności, pojawiająca się na tych kierunkach po przekroczeniu granicy proporcjonalności, w porównaniu do próby ściskania po rozciąganiu, z której wyznaczano σ'' (wartość σ'' jest przy tym kierunku obciążenia wtórnego równa promieniowi linii wpływu w kierunku 9).

Z powyższej dyskusji wynika, że niezależnie od kierunku obciążenia wtórnego obserwuje się podobne zjawiska związane z kierunkiem obciążenia wstępnego i intensywnością odkształceń postaciowych. Linie wpływu wyznaczone dla ustalonej wartości parametru p opisują z podobną dokładnością wyniki doświadczalne dla stosowanych tu trzech kierunków obciążeń wtórnych. Zatem koncepcja polegająca na zmierzeniu tego parametru podczas próby w jednym kierunku obciążenia (w tym wypadku było to obciążenie proste) i ekstrapolowania wyniku na płaszczyznę naprężeń okazała się słuszna.

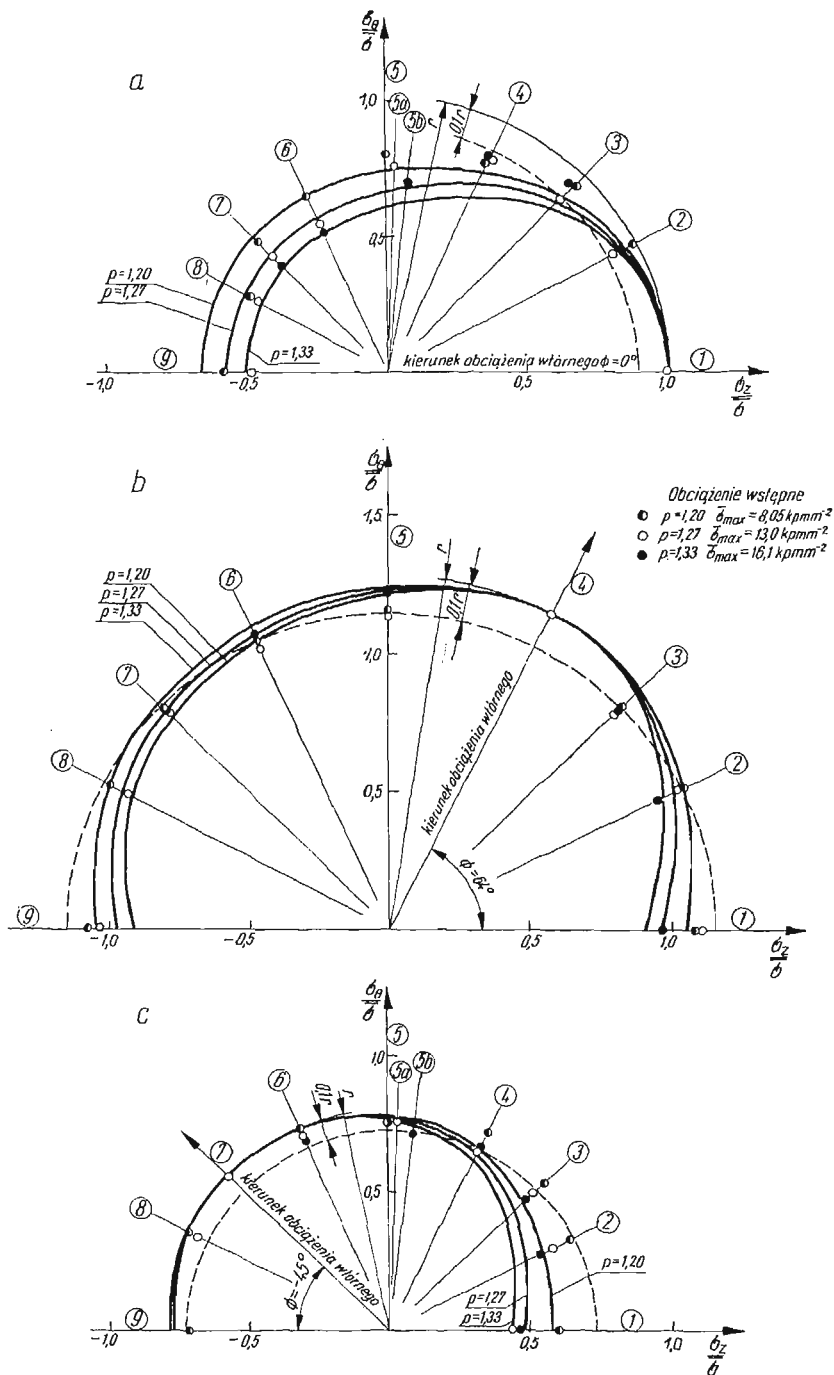
Porównajmy obecnie na wykresie we współrzędnych bezwymiarowych $\frac{\sigma_\theta}{\bar{\sigma}}$; $\frac{\sigma_z}{\bar{\sigma}}$ wyniki badania linii wpływu odpowiadające jednej wartości $\bar{\sigma}$ przy trzech różnych wielkościach obciążenia wstępnego. Na wykresach tych umieszczono tylko linie wpływu otrzymane przy założeniu hipotezy wzmocnienia kinematyczno-izotropowego. Wartości $\bar{\sigma}$, użyte jako wielkości odniesienia, umieszczono w tablicy 2. Dla danej wielkości obciążenia wstępnego oraz definicji uplastycznienia jest to wielkość stała, niezależna od kierunku obciążenia wtórnego, dla którego zbudowana jest linia wpływu.

Porównanie przeprowadzono dla definicji uplastycznienia $\epsilon_p^0 = 0,01\%$ (rys. 27) oraz $\epsilon_p^0 = 0,05\%$ (rys. 28). Na rys. 27 umieszczono wyniki przeliczone z rys. 16, 20, 24. Rysunek 28 zawiera dane z rys. 17, 21, 25. Punkty doświadczalne odpowiadające różnym wielkościom obciążenia wstępnego, oznaczone są odmiennie. Na wykresach podano oznaczenie punktów oraz parametr p , odpowiadający danej linii.

Łuk koła narysowany promieniem $r - 0,1r$ oznacza zmniejszenie granicy plastyczności o 10% w stosunku do wartości maksymalnej, której odpowiada łuk o promieniu r . Jak widać, w każdym przypadku obciążenia wtórnego istnieje taki kierunek obciążenia



Rys. 27. Porównanie wyników doświadczeń wykonanych przy różnych wielkościach obciążeń wstępnych $\epsilon_1^p = 0,01\%$



Rys. 28. Porównanie wyników doświadczeń wykonanych przy różnych wielkościach obciążeń wstępnych $\epsilon_p^0 = 0,05\%$

wstępnego, że po jego przekroczeniu spadek granicy plastyczności zmierzony doświadczalnie, jest większy niż 10%. Ponieważ łuk koła narysowany promieniem r na rys. 28 jest jednocześnie linią wpływu otrzymaną przy założeniu hipotezy wzmocnienia izotropowego, to wynika stąd, że hipoteza ta ma ograniczony zakres zastosowania.

Punkty doświadczalne odpowiadające różnym wielkościom obciążenia wstępnego tworzą pasmo rozrzutu dookoła linii teoretycznych, które stanowią pewną wartość średnią wyników eksperymentalnych. Pozwala to na wyciągnięcie praktycznego wniosku, że w dużym zakresie zmiany obciążenia wstępnego, można uważać parametr p za stały. Tak np. w rozpatrywanych przypadkach, dla $\varepsilon_i^p = 0,01\%$ można przyjąć $p = 1,32$, a dla $\varepsilon_i^p = 0,05\%$ odpowiednio $p = 1,27$. Dla granicy proporcjonalności $\varepsilon_i^p = 0$ postulat ten jest spełniony całkowicie, gdyż w rozpatrywanych trzech przypadkach obciążeń, wartość p zmienia się circa 1%.

Dla $\varepsilon_i^p = 0,05\%$ mamy $\bar{\sigma}_{\max} \cong \bar{\sigma}$ (tablica 2), a więc jest to wielkość dana. Przyjęcie $p = \text{const}$ oznacza tu, że powierzchnia plastyczności rozszerza się wprost proporcjonalnie do obciążenia wstępnego $\bar{\sigma}_{\max}$. Założenie takie może znacznie uprościć stosowanie proponowanej metody w celu oszacowania granicy plastyczności, gdyż w takim przypadku również i linia wpływu rozszerza się proporcjonalnie do obciążenia wstępnego. Oczywiście jest, że w przypadku materiału izotropowego, dla $\varepsilon_i = 0$ mamy $p = 1$, a więc założenie powyższe dla $p \neq 1$ możliwe jest tylko w zakresie odkształceń $\varepsilon_i - \varepsilon_i^0$, gdy $\varepsilon_i^0 > 0$.

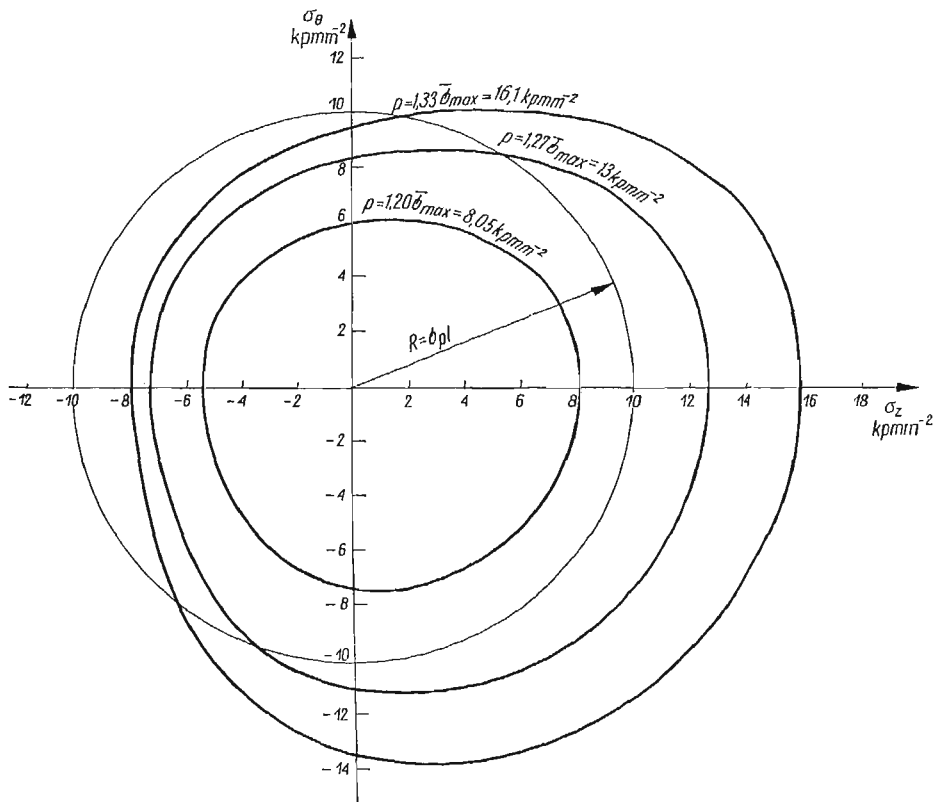
5.4. Praktyczne zastosowanie wykresów opisujących wpływ odkształcenia na granicę plastyczności. Analiza przeprowadzona w poprzednich rozdziałach wykazała, że można za pomocą metod półempirycznych opisać zmiany granicy plastyczności spowodowane przez różne kierunki odkształceń. Metoda przedstawienia granicy plastyczności w funkcji kierunku obciążenia pozwoliła zbadać zachowanie się materiału i ocenić prawidłowość zjawisk będących wynikiem nabycia przez materiał pewnego odkształcenia trwałego, a więc reprezentuje ona wartości poznawcze. Obecnie zajmiemy się praktycznym wykorzystaniem niektórych wniosków wynikających z takiego potraktowania tematu. Rozpatrywać będziemy tylko linie wpływu otrzymane przy założeniu hipotezy wzmocnienia kinematyczno-izotropowego, gdyż dwie inne przeanalizowane hipotezy dawały mniej dokładną ocenę wyników doświadczeń.

Potraktujmy obciążenie wstępne, jako obróbkę plastyczną, natomiast obciążenie wtórne, jako obciążenie eksploatacyjne. Z definicji wynika, że każda z rodzin linii wpływu określona stałym kierunkiem obciążenia wtórnego wykonana jest dla innego przypadku obciążeń eksploatacyjnych. Jak widać z rys. 3, 4, 5, optymalnym kierunkiem obciążenia ze względu na wykorzystanie maksymalnej wartości granicy plastyczności jest kierunek obróbki plastycznej. Reguła ta wynika z przyjętych założeń (rozdz. 2).

Jeżeli obciążenie eksploatacyjne różni się od kombinacji naprężeń $\sigma_\theta; \sigma_z$ przy obróbce plastycznej, to promień skierowany pod kątem $\alpha = \arctg \frac{\sigma_\theta}{\sigma_z}$ określa w tym przypadku zmniejszoną granicę plastyczności.

Innego typu zadanie powstaje w przypadku, gdy poszukujemy obróbki plastycznej, która zapewni osiągnięcie założonej granicy plastyczności. Wyjaśnia to wykres (rys. 29), na którym naniesione są linie wpływu otrzymane przy trzech wartościach wyłączenia ma-

teriału. Przykładowo wykres wykonano w przypadku, gdy obciążeniem eksploatacyjnym jest proste rozciąganie. Rysując koło, którego promień równy jest danej granicy plastyczności, dzielimy obszar na dwie części: na zewnątrz koła znajdują się warianty obróbki, w wyniku których granica plastyczności jest większa od wartości minimalnej, określonej przez obwód koła. Warianty obróbki wewnątrz koła są niedopuszczalne. Przecięcie koła z linią wpływu określa kombinację naprężeń σ_θ ; σ_z przy obróbce oraz niezbędną wielkość wyężenia $\bar{\sigma}_{max}$.



Rys. 29. Wyznaczenie parametrów obróbki plastycznej, zapewniającej uzyskanie granicy plastyczności σ_{pl}

Szczególnym przypadkiem tego zadania jest określenia zakresu programów obróbki plastycznej dających spadek granicy plastyczności nie większy niż np. 10% jej wartości maksymalnej. Przypadek ten przedstawiony jest na wykresach wykonanych we współrzędnych bezwymiarowych (rys. 27, 28), gdzie narysowano koła o odpowiednim promieniu. Jak widać z tych wykresów, zakres możliwych kierunków obróbki zmienia się w zależności od wielkości obciążenia wstępnego. W miarę wzrostu wyężenia zakres ten maleje. Wynika stąd prosty wniosek odnośnie wyznaczania współczynnika p . Mianowicie, współczynniki te, obliczone przy maksymalnych obciążeniach dla rozpatrywanego zakresu, wyznaczają linię wpływu dającą przy mniejszych obciążeniach wstępnych wartości granicy plastyczności niższe od rzeczywistych.

6. Podsumowanie i wnioski.

Opisane wyżej badania przeprowadzono na mosiądzu M-63. Należy on do materiałów, które przy pierwszym obciążeniu spełniają kryterium plastyczności Hubera–Misesa. W niniejszej pracy doświadczenia przeprowadzono przy złożonym rozciąganiu oraz przy kombinacjach naprężeń rozciągających i ściskających. Stwierdzono izotropowe własności mosiądzu w całym zakresie zrealizowanych obciążeń.

Zmiany granicy plastyczności pod wpływem różnych kierunków odkształceń przeanalizowano za pomocą wykresów nowego typu, nazywanych powierzchniami wpływu odkształceń plastycznych. Szczegółową analizę teoretyczną i doświadczalną przeprowadzono przy obciążeniu materiału przez dwa naprężenia normalne. W takim przypadku powierzchnia wpływu redukuje się do linii. Analiza konstrukcji linii wpływu, przy założeniu trzech hipotez wzmocnienia: kinematycznej, izotropowej i pewnego przypadku hipotezy kinematyczno-izotropowej dowiodła, że postać równania linii wpływu przy tych trzech rodzajach wzmocnienia materiału jest taka sama. Różna jest natomiast interpretacja fizyczna wielkości stałych, wyznaczonych za pomocą doświadczeń.

Doświadczenia wykazały, że hipoteza wzmocnienia kinematycznego opisuje zachowanie się materiału najlepiej przy małych odkształceniach. Natomiast przy obciążeniu wstępnym przekraczającym granicę plastyczności rzędu 100% i więcej, widoczne są różnice ilościowe i jakościowe między hipotezą wzmocnienia kinematycznego i doświadczeniem. Sugeruje ona istnienie granicznej linii wpływu, podczas gdy wyniki eksperymentalne wskazują na stałe powiększanie się granicy plastyczności wraz ze wzrostem obciążenia wstępnego.

Zgodność hipotezy wzmocnienia izotropowego z doświadczeniem poprawia się w miarę wzrostu odkształcenia trwałego dopuszczanego przez definicję uplastycznienia, jednakże nawet przy definicji $\varepsilon_p^r = 0,2\%$ pozostaje wyraźna anizotropia przy kierunku odkształcenia przeciwnym do wstępnego.

Oczywiste jest, że hipoteza wzmocnienia kinematyczno-izotropowego, uwzględniając przesunięcie i rozszerzenie powierzchni plastyczności, daje lepsze rezultaty niż dwie poprzednie hipotezy. Zastosowano tu opis wzmocnienia oparty na pomiarze efektu Bauschingera [23], [24] i na założeniu o izotropowym rozszerzaniu przemieszczającej się powierzchni plastyczności. Okazało się, że jest to wystarczające dla uchwycenia zasadniczych ilościowych i jakościowych zmian granicy plastyczności, niezależnie od definicji uplastycznienia i wielkości wstępnych obciążeń. Najlepszą zgodność teorii z wynikami eksperymentalnymi uzyskano dla granicy proporcjonalności i sprężystości. Przy definicjach uplastycznienia rzędu technicznej granicy plastyczności, pojawiają się rozbieżności teorii i doświadczenia, których przyczyną może być nieuwzględnienie wpływu kierunku obciążenia na kształt powierzchni plastyczności.

Z przeprowadzonych badań wynika, że dla materiału wstępnie izotropowego można przyjąć założenie o izotropowych zmianach powierzchni plastyczności w połączeniu z przemieszczeniem jej środka. Wobec tego, jeśli materiał poddamy obróbce plastycznej, to optymalnym kierunkiem obciążenia ze względu na uzyskanie maksymalnej granicy plastyczności jest kierunek obróbki plastycznej. Gdy z przyczyn technicznych, przy obciążeniu eksploatacyjnym występuje inna kombinacja naprężeń niż podczas obróbki, to

wówczas granicę plastyczności określa promień linii wpływu. Możliwe jest również rozwiązanie zagadnienia odwrotnego: zakładając dopuszczalną minimalną wartość granicy plastyczności, wyznaczamy zakres wariantów obróbki o różnych kombinacjach naprężeń rysując koło o odpowiednim promieniu do przecięcia z linią wpływu.

Z pracy tej wynikają następujące zasadnicze wnioski:

1. Linie wpływu odkształcenia plastycznego na granicę plastyczności, wyznaczone w podany sposób, opisują wyniki doświadczalne, a więc mogą stanowić podstawę praktycznych wniosków konstrukcyjno-technologicznych.

2. Aby można było przejść geometrycznie od powierzchni plastyczności do powierzchni wpływu, współrzędne przestrzeni naprężeń powinny być dobrane w ten sposób, aby iloczyn skalarny punktu był równy modułowi naprężenia całkowitego.

3. Hipotezy wzmocnienia kinematycznego i wzmocnienia izotropowego nie ujmują zmian granicy plastyczności rzeczywistego materiału. Stosowanie ich jest możliwe tylko w ściśle określonym zakresie.

4. Hipoteza wzmocnienia kinematyczno-izotropowego oparta na pomiarze efektu Bauschingera, opisuje ilościowe i jakościowe zmiany granicy plastyczności niezależnie od wielkości definicji uplastycznienia. Jest ona jednocześnie wystarczająco prosta dla celów praktycznych.

Literatura cytowana w tekście

1. H. J. IVEY, *Plastic stress-strain relations and yield surfaces for aluminium alloys*, J. Mech. Eng. Sc., 3, 1961, 15–31.
2. D. R. JENKINS, *Kinematic-hardening in zinc-alloy tubes*, J. Appl. Mech., 4, 32, 1965, 849–858.
3. B. H. JONES, *Assessing instability of thin-walled tubes under biaxial stresses in the plastic range*, Exp. Mech., 1, 8, 1968, 10–18.
4. J. MIASTKOWSKI, W. SZCZEPIŃSKI, *Doświadczalne badanie powierzchni plastyczności wstępnie odkształconego mosiądzu*, Mech. Teor. Stos., 2, 3, 1965, 55–66.
5. J. MIASTKOWSKI, *Wpływ historii obciążenia na powierzchnię plastyczności*, Mech. Teor. Stos., 2, 4, 1966, 5–16.
6. J. MIASTKOWSKI, *Wpływ historii obciążenia na powierzchnię plastyczności (część druga)*, Mech. Teor. Stos., 1, 6, 1968, 3–31.
7. J. MIASTKOWSKI, *Analysis of the memory effect of plastically prestrained material*, Arch. Mech. Stos., 3, 20, 1968, 261–277.
8. J. PARKER, M. B. BASSETT, *Plastic stress-strain relationships — some experiments to derive a subsequent yield surface*, J. Appl. Mech., 4, 31, 1964, 676–682.
9. A. PHILLIPS, R. L. SIERAKOWSKI, *On the concept of the yield surface*, Acta Mechanica, 1, 1, 1965, 29–35.
10. W. PRAGER, *The theory of plasticity — a survey of recent achievements*, James Clayton Lecture, Proc. Inst. Mech. Engrs., 169, 1955, 41–57.
11. R. T. SHIELD, H. ZIEGLER, *On Prager's hardening rule*, Zeits. Angew. Math. Phys., 9, 1958, 260–276.
12. E. SHIRATORI, K. Ikegami, *Experimental study of the subsequent yield surface by using cross-shaped specimens*, J. Mech. Phys. Solids, 6, 16, 1968, 373–394.
13. R. L. SIERAKOWSKI, H. PHILLIPS, *The effect of repeated loading on the yield surface*, Acta Mechanica, 2–3, 6, 1968, 217–231.

14. W. SZCZEPIŃSKI, *On the effect of plastic deformation on yield condition*, Arch. Mech. Stos., 2, 15, 1963, 275–296.
15. W. SZCZEPIŃSKI, J. MIASTKOWSKI, *An experimental study of the effect of the prestraining history on the yield surfaces of an aluminium alloy*, J. Mech. Phys. Solids, 16, 1968, 153–162.
16. W. SZCZEPIŃSKI, K. TURSKI, *On the lines of influence of plastic deformation*, Arch. Mech. Stos., 1, 21, 1969, 49–57.
17. G. J. TAYLOR, H. QUINNEY, *The plastic distortion of metals*, Phil. Trans. Roy. Soc., A 230, 1931, 323–362.
18. *Teoria plastyczności*, Praca zbiorowa pod red. W. OLSZAKA, P. PERZYNY i A. SAWCZUKA, PWN 1965.
19. H. ZIEGLER, *A modification of Prager's hardening rule*, Quart. Appl. Math., 17, 1959, 55–65.
20. З. П. КАМЕНЦЕВА, *Исследование эффекта Баушингера при малых пластических деформациях*, Исслед. по Упругости и Пластичности, сб. 6, Изд. ЛГУ, 1967, 150–155.
21. Н. Г. СВЕРДЛОВА, *Об изменении формы границы текучести в случае произвольного направления нагружения*, Исслед. по Упруг. и Пласт., сб. 7, Изд. ЛГУ, 1968, 144–147.
22. Н. Г. СУТУРИНА, *О форме последующей границы текучести стали*, Исслед. по Упруг. и Пласт., сб. 6, Изд. ЛГУ, 1967, 156–160.
23. Г. Б. ТАЛЫПОВ, *Исследование эффекта Баушингера*, Изв. АН СССР, Мех. и Машиностр., 6, 1964, 131–137.
24. Г. Б. ТАЛЫПОВ, *К теории пластичности учитывающей эффект Баушингера*, Мех. Тв. Тела, 6, 1966, 81–88.
25. О. А. ШИШМАРЕВ, *Влияние вида деватора напряжений на пластическое деформирование стали*, Мех. Тв. Тела, 5, 1966, 112–117.
26. О. А. ШИШМАРЕВ, *Экспериментальное исследование границ текучести стали при простом и сложном нагружении*, Мех. Тв. Тела, 2, 1968, 187–190.
27. В. ЩЕПИНСКИЙ, *Экспериментальные исследования поведения поверхности текучести металлов при сложном нагружении*, Сб. материалов международной конференции по механике сплошных сред, Варна, сентябрь, 1966, 169–179.
28. Ю. И. ЯГН, О. А. ШИШМАРЕВ, *Некоторые результаты исследования границ упругого состояния пластически растянутых образцов никеля*, ДАН СССР, Т. 119, 1, 1958, 46–48.

Резюме

ИССЛЕДОВАНИЕ ВЛИЯНИЯ ПЛАСТИЧЕСКОЙ ДЕФОРМАЦИИ НА ПОВЕДЕНИЕ МЕТАЛЛА ПРИ РАЗНЫХ ПУТЯХ ВТОРИЧНОГО НАГРУЖЕНИЯ

Темой работы является экспериментальное исследование изменения предела текучести металла после пластической деформации и сравнение опытных данных с теоретическими результатами, полученными на основе трех гипотез упрочнения. Работа имеет основной характер, связана однако с приложениями, обращая внимание на возможность определения пределов допустимости определенных видов холодной обработки, нужных для получения оптимальных свойств материала. Исследования выполнены согласно новой концепции поверхностей влияния типа предварительной пластической деформации на поведение металла во время вторичного нагружения по заданной программе. С этой целью спроектирован испытательный стенд для пластического деформирования трубчатых образцов в условиях двусного растяжения или совместного растяжения и сжатия. Образцы выполнены из латуни. Испытания показали, что гипотезы кинематического и изотропного упрочнений не пригодны для вычисления изменений предела текучести латуни после разных путей предварительной деформации. Качественные и количественные изменения предсказывает лишь гипотеза кинематически-изотропного упрочнения, независимо от определения предела текучести и величины предварительной нагрузки. Эта гипотеза достаточно проста для практических задач.

S u m m a r y

INVESTIGATION OF THE INFLUENCE OF PLASTIC DEFORMATION ON BEHAVIOUR OF METALS UNDER VARIOUS WAYS OF REPEATED LOADING

The present study is concerned with the experimental investigation of the yield strength of material undergoing previous plastic deformation and is comparing the results with the theoretical analysis based upon various hardening rules. In general, this study is of a basic character though it has a practical aspect too showing a possibility of finding the range of prestressing programmes which give an optimum material property. The research as a whole is carried out according to the new scientific idea of the surfaces describing the influence of various prestressing programmes on the behaviour of metal under repeated loading following the fixed loading path. To this end an apparatus was designed for plastic deforming of the tubular specimens under the condition of complex state of stresses. It gives the possibility of investigations under biaxial tension-tension and biaxial tension-compression. The tests were carried out on the specimens made of brass. It was found that the changes of yield strength of this material caused by various ways of primary loading do not obey the kinematic or isotropic hardening rules. However, one of the kinematic-isotropic hardening rules adapted here describes the qualitative and quantitative changes of the yield strength independently of the assumed yield criterion (per cent offset) for various values of primary loadings. This hardening rule is simple enough for practical use.

INSTYTUT PODSTAWOWYCH PROBLEMÓW TECHNIKI PAN

Praca została złożona w Redakcji dnia 3 lipca 1970 r.
