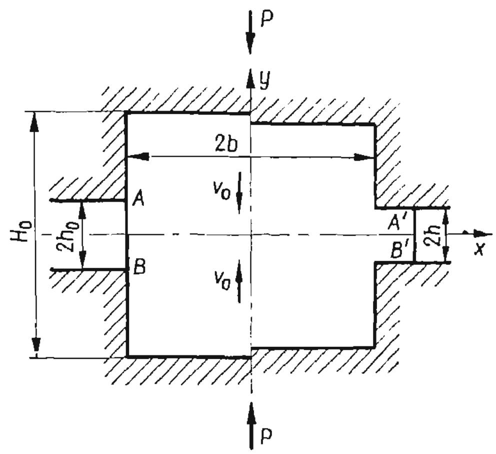
MECHANIKA
TEORETYCZNA
I STOSOWANA
2, 9 (1971)

O MECHANICE PROCESU KUCIA W MATRYCY

JERZY BIAŁKIEWICZ (KRAKÓW), WOJCIECH SZCZEPIŃSKI (WARSZAWA)

1. Wstęp

Teoretycznej analizie mechaniki odkształcenia metalu, poddanego kuciu w zamkniętej matrycy, poświęcono szereg prac. Mimo to problem ten nie jest w pełni opracowany. Istniejące publikacje dotyczą przeważnie najprostszego przypadku przedstawionego schematycznie na rys. 1. Po jego lewej stronie pokazano początek procesu, gdy blok materiału



Rys. 1

umieszczony jest między dwiema częściami matrycy, których powierzchnie tworzą szczelinę o początkowej szerokości $2h_0$. Proces kucia następuje, gdy obie połówki matrycy zbliżają się do siebie z prędkościami v_0. Po prawej stronie rysunku przedstawiono sytuację w wybranej chwili procesu. Szczelina uległa zmniejszeniu do szerokości $2h$ i została częściowo wypełniona wytłoczonym z matrycy materiałem, którego krawędź tworzy obecnie odcinek $A'B'$.

Większe znaczenie praktyczne ma przypadek osiowej symetrii, kiedy wycięcia w obu połówkach matrycy tworzą powierzchnie obrotowe. Znacznie lepiej jest jednak opracowany teoretycznie przypadek płaskiego stanu odkształcenia. Stan taki realizuje się w przybliżeniu, jeżeli wycięcia w matrycy mają kształt wąskich prostokątów. Wszystkie cytowane rozwiązania teoretyczne oraz przedstawione dalej rozwiązania własne otrzymano przy założeniu materiału sztywno-plastycznego bez wzmocnienia.

Pewien typ rozwiązania dla płaskiego stanu odkształcenia podano w pracy [1]. Jednakże wprowadzone tam założenia powodują, że otrzymana kinematyka znacznie odbiega od rzeczywistości. Pierwszym założeniem było przyjęcie, że swobodna krawędź $A'B'$ materiału w szczelinie jest prostoliniowa, co jest niezgodne z obserwacjami eksperymentalnymi. Drugie, bardziej drastyczne założenie, dotyczyło obrazu deformacji wewnątrz bloku. Założono mianowicie, że deformacja jest taka, jak w przypadku ściskania materiału między dwiema płaskimi szorstkimi płytami, a więc zgodna z klasycznym rozwiązaniem PRANDTLA [5]. Można wykazać, że taki schemat jest kinematycznie dopuszczalny również w przypadku kucia, a więc siła wynikająca z rozwiązania PRANDTLA może być przyjęta jako górna ocena siły oporu przy kuciu w matrycy. Siatki linii poślizgu dla różnych przypadków kucia pokazał SZOFMAN [4] również wprowadzając założenie o prostoliniowości krawędzi materiału wtłoczonego w szczelinę. Analizę ograniczono do wyznaczenia sił; pola prędkości nie wyznaczono. Budowę planu prędkości opisano w książce [3], przy tym samym założeniu prostoliniowości krawędzi $A'B'$ w ciągu całego procesu. Nieco odmienny proces, w którym wytłoczony z matrycy materiał nie jest ściskany w szczelinie dzięki odpowiedniemu nachyleniu jej ścian, zbadano w pracy [2].

Poniżej omówiono szczegółowo rozwiązanie bez żadnych założeń upraszczających dotyczących kinematyki. Prześledzono proces kucia od chwili początkowej do pewnego stopnia zaawansowania wykazując, że swobodna krawędź $A'B'$ ulega zakrzywieniu.

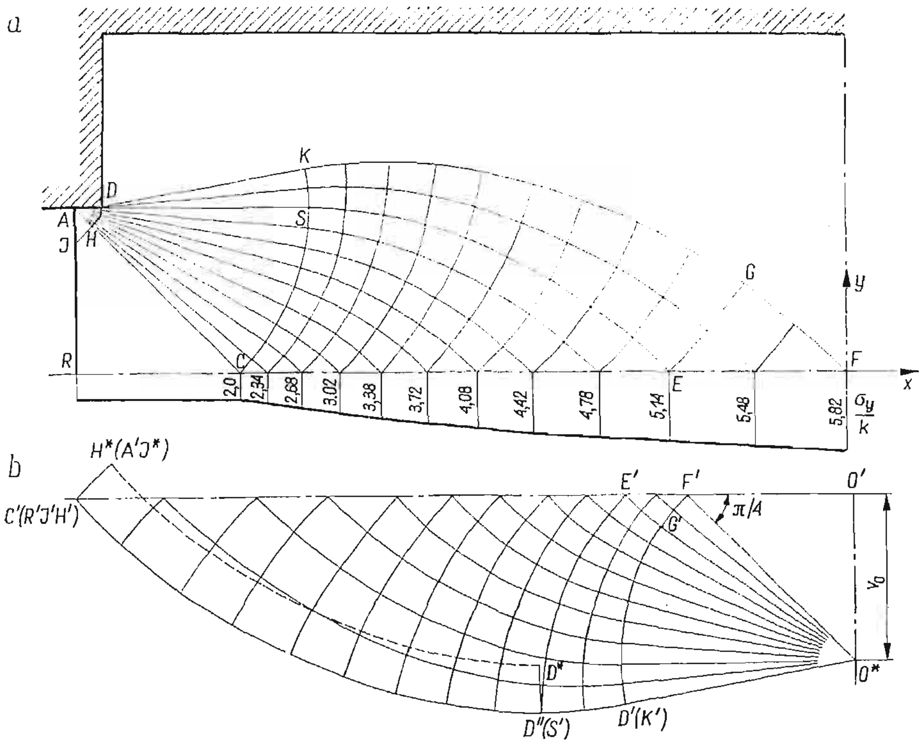
2. Płaski stan odkształcenia

Przyjmiemy, że między ściankami tworzącymi szczelinę a znajdującym się w niej materiałem powstaje maksymalna teoretycznie możliwa siła tarcia, równa granicy plastyczności materiału na ścinanie k. Zbadamy szczególny przypadek, kiedy na początku procesu $b/h_0 = 4{,}2$, doprowadzając analizę do chwili, gdy $b/h = 5{,}4$.

Proces jest niestacjonarny, wobec czego analizę odkształcenia przeprowadzimy dzieląc drogę każdej z połówek matrycy równą $h_0 - h$ na pięć równych skoków $\Delta h = 0{,}046\, h_0$ i dla każdej z kolejnych pozycji matrycy wykonamy siatkę linii poślizgu oraz hodograf. Z hodografu odczytujemy chwilowe prędkości płynięcia materiału, a następnie zakładamy, że w czasie każdego skoku prędkości są stałe i równe prędkościom na początku skoku. Mnożąc te prędkości przez czas $\Delta t = \Delta h/v_0$ trwania skoku możemy wyznaczyć przemieszczenia dowolnego punktu, a w szczególności przemieszczenie i nową pozycję swobodnej krawędzi AB. Nowa pozycja krawędzi stanowi punkt wyjścia dla zbudowania siatki linii poślizgu i hodografu dla następnego skoku. Tę procedurę można powtarzać, aż do uzyskania żądanego położenia matrycy. Ze względu na symetrię ograniczamy się do rozpatrzenia jednej ćwiartki całego układu.

Nie podajemy siatki linii poślizgu i hodografu dla położenia początkowego pokazanego po lewej stronie rys. 1, gdy szczelina ma wymiar h_0. Rozwiązanie takie można znaleźć w pracy [3]. Wynika z niego, że w czasie pierwszego skoku prędkości punktów krawędzi AB są jednakowe, a zatem należy przyjąć, że pod koniec skoku jest ona prostoliniowa. Sytuację na początku drugiego skoku pokazuje rys. 2a. W ciągu pierwszego skoku swobodna krawędź przebyła drogę równą odcinkowi DA zajmując położenie końcowe AR.

Siatkę linii poślizgu dla tego chwilowego położenia zaznaczono na rysunku. W trójkącie ACR panuje stan zwykłego ściskania naprężeniami $\sigma_y = 2k$. Z punktu osobliwego A wychodzą prostoliniowe linie poślizgu tworzące wachlarz ACS. Skrajna linia wachlarza AS jest na odcinku AD styczna do ściany matrycy, co jest zgodne z założeniem maksymalnego tarcia na linii kontaktu. W obszarze SCE mamy elementarną siatkę linii poślizgu otrzymaną na podstawie danych na łuku SC i warunku, aby linie poślizgu przecinały oś

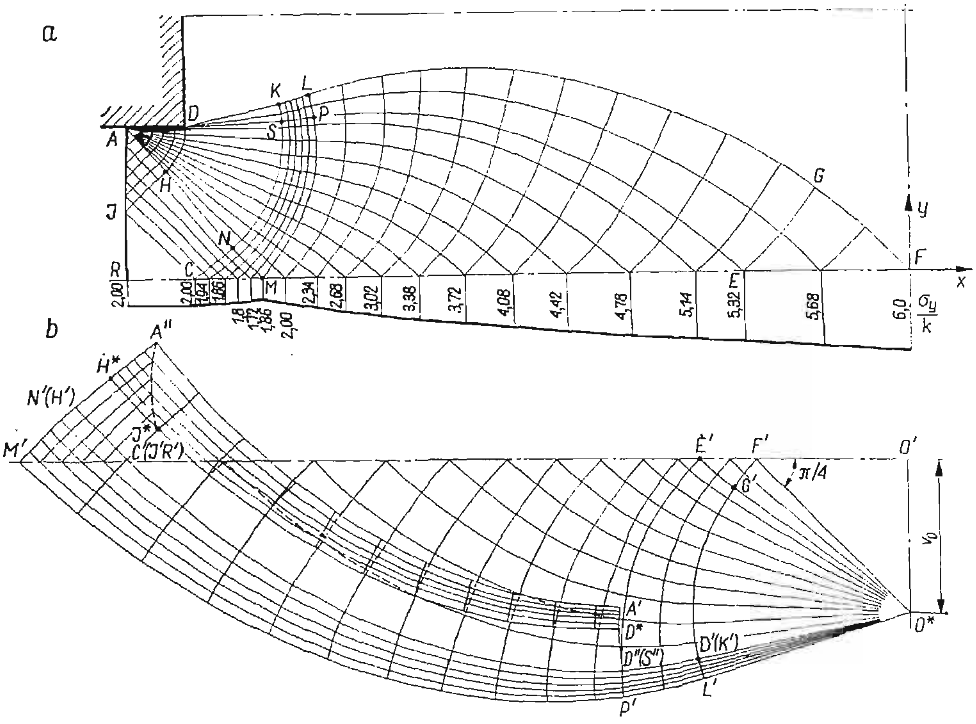


Rys. 2

symetrii FR pod kątami $\pm\pi/4$. Z osobliwego punktu D wychodzą prostoliniowe linie poślizgu tworzące wachlarz SDK, przy czym położenie skrajnej linii DK wynika z warunku, aby jej przedłużenie KGF przechodziło przez geometryczny środek układu F.

Plan prędkości (rys. 2b) budujemy odkładając najpierw z bieguna O' wektor prędkości ruchu matrycy v_0. Z warunku ciągłości przemieszczeń w geometrycznym środku układu otrzymujemy prędkość płynięcia w obszarze plastycznym w punkcie F, reprezentowaną przez wektor $\vec{O'F'}$. Prędkości w polu $FGKC$ znajdujemy przez zbudowanie na hodografie siatki $F'G'K'C'$ orotogonalnej do siatki linii poślizgu. Prędkości w punkcie osobliwym D przedstawione są przez wektory łączące biegun O' z punktami odcinka $D'D''$. Wynika stąd, że linia poślizgu DHJ jest linią nieciągłości prędkości, ponieważ prędkość na odcinku AD musi mieć składową pionową równą prędkości ruchu matrycy v_0. Prędkość po lewej stronie punktu D jest na hodografie reprezentowana przez punkt D^*. Odcinek $D''D^*$ przedstawia skok prędkości wzdłuż DHJ. Skok ten musi zachować stałą wielkość.

Prędkości punktów leżących po lewej stronie linii nieciągłości DHJ będą więc reprezentowane przez linię D^*H^* odległą o odcinek równy $D''D^*$ od linii $D''C'$. Obszar $CRJH$ przesuwa się w lewo jako sztywna całość z prędkością równą prędkości punktu C, a trójkąt AHJ porusza się również jak sztywna całość z prędkością odwzorowaną na hodografie przez punkt H^*. Po upływie przyrostu czasu Δt, odpowiadającego przejściu do nowego etapu procesu, tworzy się uskok w swobodnej krawędzi AR. Pojawienie się uskoku wynika z wprowadzonego podziału procesu na skończone skoki. Gdybyśmy rozpatrywali nieskończenie małe skoki, to otrzymalibyśmy regularne zakrzywienie kra-



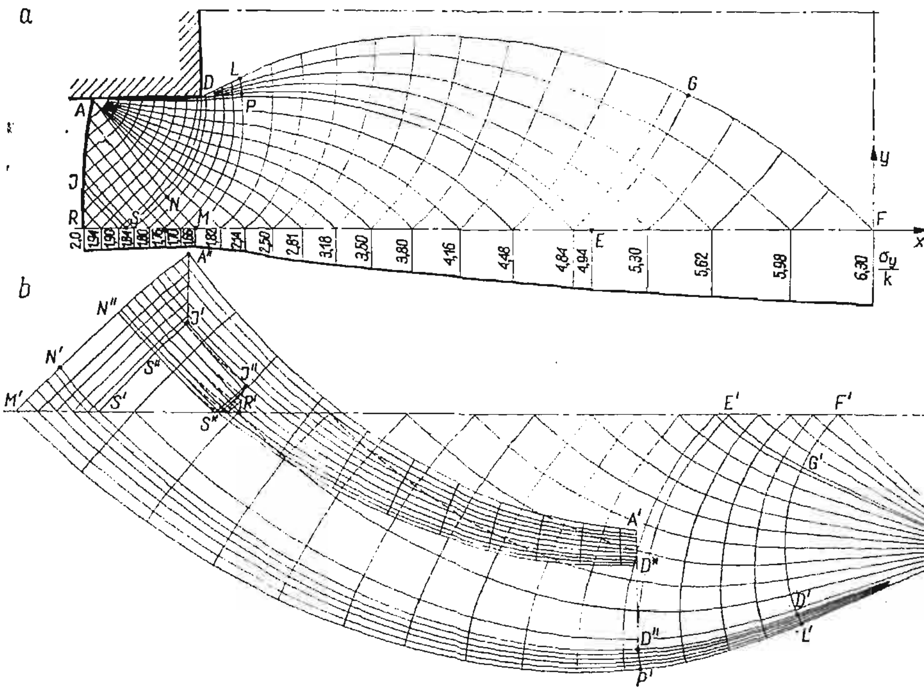
Rys. 3

wędzi w jej górnej części. Z tego względu, przed wyznaczeniem siatki linii poślizgu dla następnego etapu zastąpiono uskok w krawędzi regularnym zakrzywieniem utworzonym przez łuk koła, przechodzący przez nowe położenie punktu A i styczne do prostoliniowego dolnego odcinka krawędzi w jej nowym położeniu. Punkt styczności obrano w taki sposób, aby zachować warunek stałej objętości materiału.

Rysunek 3 przedstawia rozwiązanie dla następnego etapu. Budowę siatki linii poślizgu (rys. 3a) rozpoczynamy od swobodnej krawędzi AJR. Odcinek AJ jest łukiem koła, a JR jest odcinkiem prostej. Linie poślizgu w trójkącie krzywoliniowym AJH są zatem spiralami logarytmicznymi. Z punktu A wychodzą linie tworzące wachlarz ADH, przy czym w odróżnieniu od siatki z rys. 2a promienie wachlarza są teraz krzywoliniowe. Ponad skrajnym promieniem AD pozostaje obszar materiału przylegającego sztywno do matrycy.

Warunki na liniach poślizgu *JC* i *JHD* oraz warunek na osi symetrii *RF* określają jednoznacznie siatkę linii poślizgu w obszarze *DSECJ*. Z punktu *D* wychodzą prostoliniowe linie poślizgu, tworzące wachlarz *SDK*, przy czym położenie skrajnego promienia wachlarza *DK* określa warunek, aby jego przedłużenie *KLF* przechodziło przez geometryczny środek układu *F*.

Plan prędkości przedstawia rys. 3b. Podobnie jak poprzednio, prędkości na linii nieciągłości *FGLKD* odwzorowane są przez punkty łuku koła *F'L'D'*. Każdy punkt odcinka *L'D'* przedstawia prędkości dwóch różnych punktów linii nieciągłości mających taki sam kierunek stycznej. Wynika to ze zmiany znaku krzywizny linii poślizgu na odcinku *LK*. Podobnie, każdy punkt obszaru *D'L'M'C'* na hodografie odwzorowuje prędkości dwóch różnych punktów, jednego leżącego w obszarze *FLM* i drugiego położonego w obszarze *KLMN* na płaszczyźnie fizycznej. Również obszar *M'N'C'* na hodografie odwzorowuje jednocześnie prędkości punktów należących do obszaru *MNC* i części obszaru *KLMN*. Linia *DHJ* jest linią nieciągłości prędkości. Wynika to stąd, że prędkość płynięcia w punkcie *D* po lewej stronie linii poślizgu *DH* musi być zgodna z ruchem matrycy. Prędkość w punkcie *D* po prawej stronie linii *DH* jest odwzorowana na hodografie przez punkt *D''*(*S''*), a prędkość po jego lewej stronie odwzorowuje punkt *D** otrzymany przez przecięcie prostej *D''D** poprowadzonej prostopadle do linii poślizgu *DS* i prostej *O*D**



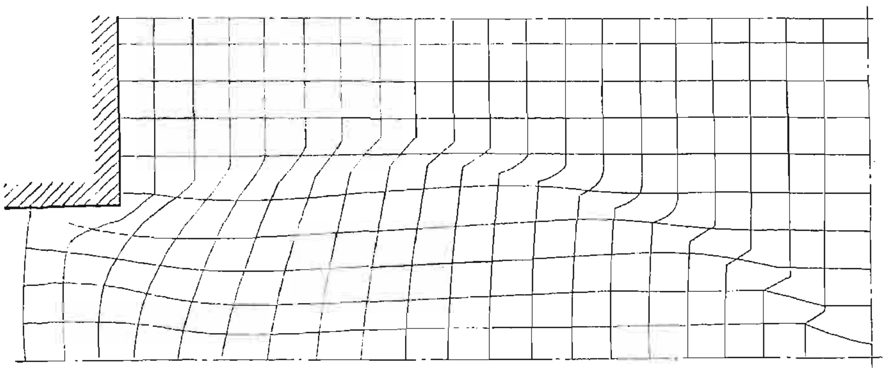
Rys. 4

poprowadzonej równolegle do *DS*. Tak wyznaczony odcinek *D''D** jest skokiem prędkości. Prędkości po lewej stronie linii nieciągłości *DHJ* odwzorowuje łuk *D*H*J**. Zakrzywiona linia poślizgu *DA* jest również linią nieciągłości prędkości. Obszar powyżej niej przesuwa się jak sztywna całość połączona z matrycą. Prędkości punktów po drugiej stronie AD odwzorowuje odcinek łuku koła $A'D^*$ zatoczony z punktu O^*. Obszarowi $ADHJ$ odpowiada na hodografie obszar $A'D^*H^*A''J^*$, a prędkości punktów swobodnego brzegu AJ reprezentuje odcinek $A''J^*$. W krawędzi AJR tworzy się zatem znowu skok w punkcie J, który wyrównujemy łukiem koła, jak w poprzednim etapie.

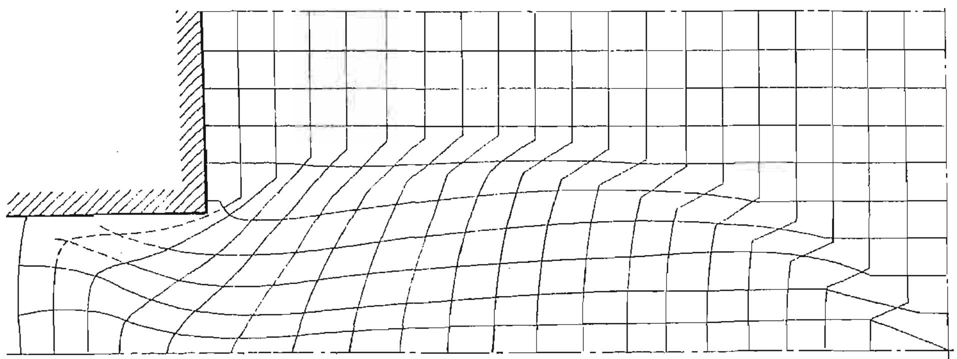
Nie podajemy siatki linii poślizgu i hodografu dla początku następnego czwartego etapu, ponieważ są one bardzo zbliżone do siatek z rys. 3. Linia nieciągłości DHJ również teraz nie przechodzi na drugą stronę osi symetrii, pozostawiając prostoliniowy odcinek JR swobodnej krawędzi. Jest on jednak teraz znacznie krótszy, niż na rys. 3.

Na rys. 4 przedstawiono sytuację na początku piątego etapu. Siatka linii poślizgu jest nieco odmienna od siatki z rys. 3. Linia nieciągłości prędkości DNS przechodzi na drugą stronę osi symetrii. Odcinek SJ jest przedłużeniem symetrycznie położonej linii nieciągłości w dowolnej części materiału. Prędkości punktów swobodnej krawędzi są odwzorowane na hodografie przez dwa odcinki $A''J'$ i $J''R'$. Odcinek $J'J''$ przedstawia nieciągłości prędkości w punkcie J.

Posługując się wyżej omówionymi hodografami wyznaczono teoretyczną deformację początkowo kwadratowej siatki w materiale. Deformację wyznaczono kolejno skokami. Rysunek 5 przedstawia obraz odkształconej siatki pod koniec trzeciego, a rys. 6 pod koniec piątego etapu.



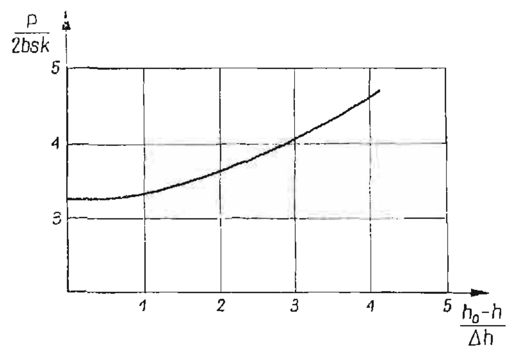
Rys. 5



Rys. 6

Na rysunkach 2, 3 i 4 pokazano rozkład naprężeń wzdłuż poziomej osi symetrii. Całkując te naprężenia można obliczyć wielkość koniecznej siły nacisku w poszczególnych stadiach procesu kucia. Tak obliczoną zależność siły od położenia matrycy przedstawiono na rys. 7. Na osi pionowej odłożono bezwymiarową wielkość siły $P/2bsk$, gdzie s oznacza długość matrycy w kierunku prostopadłym do płaszczyzny rysunku.

Pozostaje jeszcze do wyjaśnienia sprawa możliwości zbudowania przedłużenia pola naprężeń w obszary sztywne na zewnątrz obszaru odkształceń plastycznych. Jeżeli ścianki wnętrza matrycy są dostatecznie szorstkie, to przedłużenie takie można bez trudu zbu-



Rys. 7

dować przez założenie stanu plastycznego w obszarze sztywnym i rozwiązanie zagadnienia charakterystycznego, wychodząc z danych na skrajnych charakterystykach obszaru płynięcia, oraz stosując procedurę ALEXANDRA [6], podaną przez niego w zastosowaniu do procesu wyciskania.

Dodatniości dysypacji mocy w pracy nie sprawdzano, ale sądząc z charakteru rozkładu prędkości i formy odkształconej siatki można oczekiwać, że warunek ten jest wszędzie spełniony.

3. Uwagi końcowe

Przedstawiony przykład pokazuje, że na podstawie teorii płaskiego płynięcia ośrodka idealnie plastycznego można zbudować również wiele innych praktycznych przypadków kucia w głębokich i płytkich matrycach. W tym ostatnim przypadku część konturu dna matrycy może być obwiednią linii poślizgu, jeżeli przyjąć, że dno jest doskonale szorstkie. Omówione w punkcie 1 znane rozwiązania dotyczą niemal wyłącznie szacowania sił potrzebnych do kucia, co ma istotne znaczenie dla technologa. Jednakże z punktu widzenia użytkownika odkutego elementu podstawowe znaczenie mają informacje o wewnętrznej strukturze elementu, a więc niejednorodności odkształcenia plastycznego. Takie informacje można uzyskać przez zbadanie kinematyki ruchu cząstek materiału podczas kucia. Jest to, jak widać z przykładu, związane z dużym nakładem pracy, ale może przyczynić się do lepszego zrozumienia przebiegu kucia i odpowiedniego planowania operacji kuźniczych.

Literatura cytowana w tekście

1. S. KOBAYASHI and E. G. THOMSEN, *Approximate solutions to a problem of press forging*, Trans. ASME, series B, J. Eng. Ind., 81 (1959), 217–227.
2. W. SZCZEPIŃSKI, *Doświadczalna weryfikacja niestacjonarnych procesów plastycznego płynięcia*, Mech. Teoret. Stos., 5, (1967), 309–323.
3. W. SZCZEPIŃSKI, *Wstęp do analizy procesów obróbki plastycznej*, PWN, Warszawa 1967, Rozdział VII *„Niektóre procesy niestacjonarne w płaskim stanie odkształcenia"*.
4. Л. А. ШОФМАН, *Применение жестко-пластической схемы для расчета формоизменения и сопротивления деформируемого тела*, Глава 7 в книге: *„Основы теории обработки металлов давлением"*, Машгиз, Москва 1959.
5. L. PRANDTL, *Anwendungsbeispiele zu einem Henckyschen Satz über das plastische Gleichgewicht*, Zeits. Angew. Math. Mech., **3** (1923).
6. J. M. ALEXANDER, *On complete solutions for frictionless extrusion in plane strain*, Q, Appl. Math., **19** (1961), 31–37.

Резюме

О МЕХАНИКЕ КОВКИ В МАТРИЦЕ

В работе изложено решение задачи о типичном нестационарном процессе ковки с истечением материала через щели в условиях плоского деформированного состояния. Решение охватывает пять последовательных этапов деформирования. Для каждого из них построено поле линий скольжения и годограф. Представлена также модель теоретической деформации первоначально квадратной сетки.

Summary

ON THE MECHANICS OF THE FORGING PROCESS IN DIES

Solution of a typical forging process with unsteady outflow of the material through a slot is presented under plane strain conditions. Five consecutive stages of the deformation process are considered. For each stage the slip-line field and the hodograph have been constructed. The theoretical deformation pattern of an initially square grid is also presented.

POLITECHNIKA KRAKOWSKA
INSTYTUT PODSTAWOWYCH PROBLEMÓW TECHNIKI PAN

Praca została złożona w Redakcji dnia 17 lipca 1970 r.