MECHANIKA
TEORETYCZNA
I STOSOWANA
3, 9 (1971)

CHARAKTERYSTYKA STABILNOŚCI PRZEPŁYWU, ZE ZMIENNYM PROFILEM PRĘDKOŚCI, PŁYNU O SKOŃCZONYM PRZEWODNICTWIE ELEKTRYCZNYM W POLU MAGNETYCZNYM

Zbigniew Kłos (Warszawa)

Badaniu zagadnienia stabilności przepływu równoległego ze zmiennym profilem prędkości (przepływ ścinający) poświęconych było wiele prac analizujących tak bezdysypatywne [1, 2, 3], jak i dysypatywne [4] układy hydrodynamiczne. Zagadnienie to było także badane dla układów magnetohydrodynamicznych. Dla hydrodynamicznego, bezdysypatywnego, warstwowego przepływu nieściśliwego dostatecznym warunkiem stabilności jest spełnienie w całym obszarze przepływu nierówności $J(z) > 1/4$ (gdzie $J(z) =$ = liczba Richardsona dla danego przepływu). Okazało się przy tym (porównaj [2]), że moduły urojonych prędkości fazowych dowolnych modów niestabilnych zawarte są w półkolu, którego promień określony jest przez granice zmian wartości prędkości przepływu $U(z)$.

W ramach magnetohydrodynamiki zagadnienia stabilności przepływu warstwowego były rozważane przede wszystkim dla układów bezdysypatywnych w jednorodnym [5, 6, 7], jak i niejednorodnym zewnętrznym polu magnetycznym. Szczególnie rozlegle badano niestabilność przepływu ze schodkową funkcją profilu prędkości, tzw. niestabilność Kelvina–Helmholtza [5, 7].

Agraval [8], dla bezdysypatywnego przepływu z ciągłym profilem prędkości $U(z)$ i gęstości $\varrho(z)$ znalazł, że prędkości zespolone modów niestabilnych również leżą w pewnym półkolu, analogicznie jak dla przepływu hydrodynamicznego, przy czym promień tego półkola zredukowany jest przez wpływ zewnętrznego pola magnetycznego. Przy polu magnetycznym spełniającym w całym obszarze przepływu warunek: $A > (U_{\max}-U_{\min})/2$ (gdzie A — liczba Alfvena dla przepływu), przepływ pozostaje stabilny dla dowolnych liczb Richardsona.

Pewną charakterystykę przepływu typu ścinającego podał Wielichow [9], rozważając asymptotyczne rozwiązania równań przepływu z uwzględnieniem lepkości i skończonej przewodności elektrycznej (dla dużej magnetycznej i hydrodynamicznej liczby Reynoldsa). Analizę modów niestabilnych przeprowadził Wielichow dla nieskończonej przewodności elektrycznej.

W przypadku przepływu płynu o skończonym przewodnictwie elektrycznym w zewnętrznym polu magnetycznym — płyn dyfunduje poprzez linie sił pola burząc tym samym stabilizujący wpływ tego pola, z jakim mamy do czynienia przy nieskończonej przewodności elektrycznej.

Interesujące jest jakie własności posiadają mody niestabilne dla przepływu ze skończonym przewodnictwem elektrycznym i jak pole magnetyczne zmienia kryterium stabilności takiego przepływu.

Poniżej rozpatrzymy przepływ ze zmiennym profilem prędkości płynu nielepkiego i nieściśliwego o skończonym przewodnictwie elektrycznym w zewnętrznym jednorodnym polu magnetycznym. Założymy przy tym, że przepływ jest ograniczony dwiema równoległymi, sztywnymi płaszczyznami o doskonałym przewodnictwie elektrycznym.

Magnetohydrodynamiczne równania przepływu płynu nieściśliwego, nielepkiego o skończonym przewodnictwie elektrycznym mają postać

$$\varrho\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t}+\varrho(\mathbf{u}\nabla)\mathbf{u} = -\nabla p+\frac{\mu}{4\pi}(\nabla\times\mathbf{H})\times\mathbf{H}-g\varrho\boldsymbol{\lambda};\quad \frac{\partial\varrho}{\partial t}+\mathbf{u}\nabla\varrho = 0;\quad \nabla\times\mathbf{u}=0;\quad \nabla\times\mathbf{H}=0,$$

$$(1)\qquad \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t}+(\mathbf{u}\nabla)\mathbf{H} = \mathbf{H}\times\nabla\mathbf{u}-\nabla\times\left[\frac{1}{4\pi\sigma}\nabla\times\mathbf{H}\right],$$

gdzie $\mathbf{u}$ — wektor prędkości przepływu; $\mathbf{H}$ — wektor pola magnetycznego; p — ciśnienie, $\boldsymbol{\lambda}$ — wersor siły grawitacyjnej; g — przyspieszenie grawitacyjne; σ — przewodnictwo elektryczne, μ — przenikalność magnetyczna.

Do rozważań ustalimy kartezjański układ współrzędnych x, y, z, kierując oś x zgodnie z zewnętrznym jednorodnym polem magnetycznym $\mathbf{H}_0$. Przyjmiemy również, że kierunek prędkości przepływu niezaburzonego jest zgodny z $\mathbf{H}_0$, a jej wartość zmienna w kierunku prostopadłym do przepływu, tzn. $\mathbf{U} = [U_0(z), 0, 0]$. Ponadto zakładany, że gęstość, ciśnienie, jak i przewodnictwo elektryczne przepływu niezaburzonego, są zmienne wzdłuż osi z, tzn. $\varrho_0 = \varrho_0(z)$, $p_0 = p_0(z)$ i $\sigma = \sigma(z)$.

W celu zbadania stabilności tak określonego przepływu posłużymy się teorią liniową. Założymy, że w wyniku zaburzeń wartości parametrów przepływu ustalonego doznały małych przyrostów, mianowicie

$$(2)\qquad \mathbf{u} = \mathbf{U}_0+\mathbf{u}',\quad \mathbf{H} = \mathbf{H}_0+\mathbf{h}',\quad p = p_0+p',\quad \varrho = \varrho_0+\varrho',$$

przy czym, ponieważ parametry przepływu niezaburzonego są jedynie funkcją z, zaburzenie f' dowolnego parametru w rozłożeniu na mody normalne ma postać

$$(3)\qquad f' = f(z)\exp[i(k_x x+k_y y-k_x ct)],$$

gdzie k_x, k_y — składowe wektora falowego (rzeczywiste), zaś c jest prędkością fazową zaburzenia (w ogólności zespoloną). W ramach analizy liniowej znak części urojonej prędkości określa nam narastanie ($\mathrm{Im}c > 0$) lub tłumienie ($\mathrm{Im}c < 0$) zaburzenia.

Podstawiając do układu równań (1) wyrażenia (2) i linearyzując, otrzymujemy układ równań na wielkości zaburzeń parametrów przepływu, przy czym poszukujemy rozwiązań w postaci (3). Po przekształceniach i wyeliminowaniu różnych niewiadomych otrzymujemy (por. [4, 9]) dla składowej u_z' zaburzenia prędkości przepływu i h_z' — pola magnetycznego następujący układ równań:

$$\frac{\mu H_0}{4\pi}(D^2-k^2)h'_z = D\left[\varrho_0(U_0-c)^2 D\left(\frac{u'_z}{U_0-c}\right)\right]-$$

(4)
$$-\varrho_0(U_0-c)^2 k^2 \frac{u'_z}{U_0-c} - g\frac{k^2}{k_x^2}(D\varrho_0)\frac{u'_z}{U_0-c},$$

$$h'_z = H_0\frac{u'_z}{U_0-c} - \frac{i\eta}{(U_0-c)k_x}(D^2-k^2)h'_z,$$

gdzie

$$D = \frac{d}{dz}, \quad k^2 = k_x^2+k_y^2, \quad \eta = \frac{1}{4\pi\mu\sigma}.$$

Po wprowadzeniu nowej zmiennej $w = u'_z/\tilde{W}$, $\tilde{W} = U_0-c$ i przejściu do wielkości bezwymiarowych

$$h^* = \frac{h'_z}{H_0}, \quad W^* = \frac{\tilde{W}}{U_c}, \quad c^* = \frac{c}{U_c}, \quad \varrho^* = \frac{\varrho_0}{\varrho_c},$$

$$k^*, k_x^*, k_y^*, D^* = d(k, k_x, k_y, D),$$

gdzie U_c, ϱ_c, d — odpowiednie wielkości charakterystyczne dla prędkości przepływu, gęstości i długości (w dalszym ciągu opuszczać będziemy gwiazdki przy wielkościach bezwymiarowych), równania (4) przybiorą postać

(5)
$$\varrho A^2(D^2-k^2)h = D[\varrho W^2 Dw] - \varrho W^2 k^2 w - G\frac{k^2}{k_x^2}(D\varrho)w,$$

$$h = w - \frac{1}{R_m}\frac{i}{k_x W}(D^2-k^2)h,$$

gdzie:

$A = \left(\dfrac{uH_0^2}{4\pi\varrho U_c^2}\right)^{1/2}$ — charakterystyczna liczba Alfvena,

$R_m = \dfrac{U_c d}{\eta}$ — magnetyczna liczba Reynoldsa,

$G = \dfrac{gd}{U_c^2}$ — liczba grawitacyjna.

Stabilność układu opisanego równaniami badać będziemy przy konkretnych warunkach brzegowych. Przyjmiemy, że przepływ ograniczony jest dwiema sztywnymi, wzajemnie równoległymi płaszczyznami o doskonałym przewodnictwie elektrycznym, położonymi symetrycznie względem płaszczyzny xy (tzn. $z = \pm d$) przyjętego układu kartezjańskiego. Tak więc, na granicy znikać muszą składowe normalne zaburzeń prędkości i pola magnepycznego. Otrzymujemy stąd, że na granicy (w jednostkach bezwymiarowych przy $z = \pm 1$)

(6)
$$w = 0; \quad h = 0.$$

Jak wpomniano wyżej dla modów niestabilnych urojona część c_i zespolonej prędkości fazowej zaburzenia jest dodatnia. Aby scharakteryzować pewne właściwości tych modów, pomnóżmy równanie $(5)_1$ przez $\bar{w}$ ($\bar{w}$ — sprzężona wartość do w) i scałkujmy stronami w przedziale zmian z $(-1 \leqslant z \leqslant +1)$. W wyniku całkowania przez części, przy wykorzystaniu warunków brzegowych (6), otrzymamy zależność

$$(7)\qquad -\int_{-1}^{+1} A^2\varrho\bar{w}(D^2-k^2)h\,dz = \int_{-1}^{+1} \varrho W^2[|Dw|^2+k^2|w|^2]dz + \int_{-1}^{+1} G(D\varrho)|w|^2 dz,$$

gdzie $|\cdot|$ oznacza moduł danej wartości.

Wykorzystując równanie $(5)_2$ jak i warunki (6), całkę z lewej strony równania (7) przekształcimy następująco:

$$\int_{-1}^{+1} A^2\varrho w(D^2-k^2)h\,dz = -\int_{-1}^{+1} A^2\varrho[|Dw|^2+k^2|w|^2]dz -$$
$$-\int_{-1}^{+1} A^2\varrho[iS-k^2|S|^2]|(D^2-k^2)h|^2 dz + \int_{-1}^{+1} A^2\varrho|D[S(D^2-k^2)h]|^2 dz,$$

gdzie $S = \overline{W}/(R_m k_x|W|^2$.

Równanie (7) przyjmuje więc ostateczną postać

$$(8)\qquad \begin{aligned} &-\int_{-1}^{+1} A^2\varrho[iS-k^2|S|^2]|(D^2-k^2)h|^2 dz + \int_{-1}^{+1} A^2\varrho|D[S(D^2-k^2)h]|^2 dz = \\ &= \int_{-1}^{+1} \varrho[A^2-W^2][|Dw|^2+k^2|w|^2]dz - \int_{-1}^{+1} G\frac{k^2(D\varrho)}{k_x^2}|w|^2 dz. \end{aligned}$$

Uwzględniając, że $W = U-c = (U-c_r)-ic_i$, z równania (8) po przyrównaniu jego części urojonych otrzymamy zależność

$$(9)\qquad \int_{-1}^{+1} [U-c_r]\left\{\frac{A^2\varrho}{R_m k_x|W|^2}|(D^2-k^2)h|^2+2c_i\varrho[|Dw|^2+k^2|w|^2]\right\}dz = 0.$$

Dla modów niestabilnych $c_i > 0$, a więc wyrażenie w nawiasie klamrowym równania (9) jest dodatnie w całym obszarze przepływu; a zatem dla tych modów część rzeczywista prędkości fazowej winna być ograniczona warunkiem

$$U_{\min} < c_r < U_{\max},$$

gdzie $U_{\min}$ — minimalna, zaś $U_{\max}$ — maksymalna wartość prędkości przepływu w przedziale ograniczającym przepływ $-1 \leqslant z \leqslant +1$. Powyższe ograniczenie na c_r jest identyczne, jak w przypadku przepływu płynu o nieskończonym przewodnictwie elektrycznym [8, 9], jak i w przypadku przepływu hydrodynamicznego [2].

Porównując części rzeczywiste równania (8) otrzymujemy z kolei związek

$$(10)\qquad \begin{aligned} &\int_{-1}^{+1} A^2\varrho\left[\frac{c_i k_x R_m+k^2}{k_x^2 R_m^2|W|^2}\right]|(D^2-k^2)h|^2 dz + \int_{-1}^{+1} A^2\varrho|D[S(D^2-k^2)]|^2 dz = \\ &= \int_{-1}^{+1} \varrho[A^2-(U-c_r)^2+c_i^2][|Dw|^2+k^2|w|^2]dz + \int_{-1}^{+1} G\frac{k^2}{k_x^2}(D\varrho)|w|^2 dz. \end{aligned}$$

Dla modów niestabilnych $(c_i > 0)$ lewa strona równości (10) jest dodatnia. W przypadku przepływu gdzie $D\varrho < 0$ (wzrost gęstości zgodnie ze zwrotem siły grawitacyjnej) drugi człon po prawej stronie równości (10) jest również dodatni. Znak pierwszego członu prawej strony, przy ustalonym profilu prędkości $U(z)$, zależy od wartości liczby Alfvena, jak i od prędkości fazowej modów niestabilnych. Człon ten będzie dodatni dla modów o dużych prędkościach narastania $c_i > (U_{max}-U_{min})$, a więc równość (10) dopuszcza istnienie tych modów przy dowolnej wartości liczby Alfvena. Wynika stąd, że w przypadku skończonej przewodności elektrycznej, zewnętrzne pole magnetyczne nie może w pełni zabezpieczyć przepływu przed wystąpieniem niestabilności. Przy doskonałym przewodnictwie elektrycznym równanie (10) sprowadza się do równania dyskutowanego przez Agrawala [8] (lewa strona staje się równa zeru) i wtedy wyraźnie widać, że pole magnetyczne może stabilizować przepływ.

Pełna charakterystyka modów niestabilnych sprowadza się do dokładnego zbadania równań (5), co jest równoznaczne z badaniem problemu własnego dla operatora liniowego czwartego rzędu o zmiennych współczynnikach. Wiadomo, że jest to problem bardzo trudny.

Zbadamy więc powyższe równania w pewnym granicznym przypadku, mianowicie dla słabego pola magnetycznego $A \ll 1$ i dobrej przewodności elektrycznej $R_m \gg 1$ przy zaburzeniach o dużej liczbie falowej $k \gg 1$.

W tym granicznym przypadku równania (5) upraszczają się w wyniku dopuszczalnego przyjęcia, że $A^2D^2h \ll A^2k^2h$ oraz $D^2h/R_m \ll k^2h/R_m$ (przyjmujemy bowiem dla małych zaburzeń małość ich pochodnych), do postaci

$$\begin{gathered} -A^2\varrho k^2 h = D[\varrho W^2 Dw] - \varrho W^2 k^2 w - G(D\varrho)\frac{k^2}{k_x^2} w, \\ h = w + i\frac{k^2}{R_m k_x W} h. \end{gathered} \tag{11}$$

Z równania $(11)_2$ otrzymujemy

$$h = \frac{W}{W - \dfrac{ik^2}{k_x R_m}} w = \frac{W\left[(U-c_r) + i\left(c_i + \dfrac{k^2}{R_m k_x}\right)\right]}{\left[(U-c_r)^2 + \left(c_i + \dfrac{k^2}{R_m k_x}\right)^2\right]} w = G(z)w,$$

a następnie podstawiamy to wyrażenie do pierwszego z równań (11), przy czym wprowadzamy nową zmienną zdefiniowaną jako

$$F = W^{1/2}\, w,$$

spełniającą identyczne warunki brzegowe, tzn. $F(-1) = F(+1) = 0$. Tak uzyskane równanie mnożymy stronami przez $\bar{F}$ i całkujemy w przedziale ograniczoności przepływu $(-1, +1)$. W rezultacie otrzymujemy zależność

$$\begin{aligned} &\int_{-1}^{+1} \varrho W[|DF|^2 + k^2|F|^2]dz + \frac{1}{2}\int_{-1}^{+1} D(\varrho DU)|F|^2 dz + \\ &\qquad + \int_{-1}^{+1} \frac{\varrho(DU)^2\overline{W}}{|W|^2}\left[\frac{1}{4} - \frac{A^2k^2G}{(DU)^2} - J\right]|F|^2 dz = 0, \end{aligned} \tag{12}$$

gdzie $J(z) = -\dfrac{g(D\varrho)}{\varrho(DU)^2}$ — liczba Richardsona.

Przyrównując część urojoną równania (12) do zera oraz uwzględniając postać $G(z)$, otrzymujemy

$$c_i\left\{\int_{-1}^{+1}\varrho[|DF|^2+k^2|F|^2]dz+\int_{-1}^{+1}\frac{\varrho(DU)^2}{|W|^2}\left[J-\frac{1}{4}+\frac{A^2k^2M}{(DU)^2}\right]dz\right\}=0, \tag{13}$$

gdzie

$$M=\frac{[(U-c_r)^2+c_i^2]\left[1+\dfrac{k^2}{c_ik_xR_m}\right]}{\left[(U-c_r)^2+c_i^2\left(1+\dfrac{k^2}{c_ik_xR_m}\right)^2\right]}. \tag{14}$$

Ponieważ dla modów niestabilnych $c_i > 0$, pierwszy składnik w nawiasie klamrowym równania (13) jest dodatni, to (przyjmując, że $DU \neq 0$ w całym obszarze przepływu) przy spełnieniu warunku

$$J+\frac{A^2k^2M}{(DU)^2} > \frac{1}{4} \tag{15}$$

w całym obszarze przepływu, mody niestabilne występować nie mogą. Oczywiście tak jest w granicznym przypadku $A \ll 1$, $R_m \gg 1$, $k \gg 1$. Warunek (15) łatwo przechodzi w warunki stabilności przepływu uzyskane poprzednio. Przy $A = 0$ warunek (15) redukuje się do kryterium stabilności w przepływie hydrodynamicznym [1, 2, 5]. Natomiast przy założeniu $R_m \to \infty$ warunek (15) sprowadza się do uzyskanego przez Agravala kryterium przy słabym polu magnetycznym.

Analizując (15) widzimy, że wpływ słabego pola magnetycznego jest stabilizujący, tzn. stabilność przepływu może być oczekiwana przy liczbach Richardsona mniejszych niż 1/4. Na stabilność wpływa także wielkość M, która zależy również od prędkości narastania zaburzenia c_i.

Dla modów niestabilnych o bardzo dużych prędkościach narastania $c_i \gg \dfrac{k^2}{k_xR_m}$ warunek (15) przybiera postać identyczną, jak w przypadku nieskończonego przewodnictwa elektrycznego.

Z postaci zależności $M(z)$ określonej przez (14) wynika, że dla danego modu niestabilnego charakteryzowanego przez $\mathbf{k}$, c_r, c_i (przy założeniu $DU \neq 0$; $R_m = \text{const}$ w całym obszarze przepływu), $\partial M/\partial z = 0$ w punkcie rezonansowym $z_0(-1 < z_0 < +1)$ — określonym przez warunek $U(z_0) = c_r$ (prędkość fazowa modu równa się prędkości przepływu w tym punkcie). W punkcie tym $M(z)$ przybiera wartość minimalną ($\partial^2M/\partial z^2 > 0$) w obszarze przepływu równą $M_{min} = \left(1+\dfrac{k^2}{c_ik_xR_m}\right)^{-1}$. Widać, że dla dowolnych modów niestabilnych $M_{min}(c_i) < 1$, przy czym M_{min} osiąga wartości większe dla modów o dużych prędkościach narastania $c_i \gg k^2/k_xR_m$, natomiast mniejsze dla modów o małych prędkościach narastania. Aby mody niestabilne wystąpić nie mogły, nierówność (15) winna być spełniona w całym obszarze przepływu (również w punkcie z_0); widać wobec tego, że skończone przewodnictwo ogranicza stabilizujący wpływ pola magnetycznego ($M_{min} < 1$) na mody o dużej liczbie falowej k do przepływów z większymi liczbami Richardsona.

Reasumując powyższe stwierdzamy, że skończona wartość przewodnictwa elektrycznego w przepływie równoległym modyfikuje warunki stabilności tego przepływu.

Dla modów niestabilnych, których propagacja jest dopuszczalna, część rzeczywista prędkości fazowej winna być ograniczona warunkiem $U_{min} < c_r < U_{max}$. Warunek ten jest identyczny, jak w przypadku przepływu z doskonałym przewodnictwem elektrycznym czy też przepływu hydrodynamicznego.

Zewnętrzne pole magnetyczne nie może zabezpieczyć w pełni przepływu z dowolnym profilem prędkości $U(z)$ przed wystąpieniem niestabilności, gdyż przy dowolnej wartości liczby Alfvena dopuszczalna jest propagacja modów niestabilnych o dostatecznie dużej prędkości narastania $c_i > (U_{max} - U_{min})$.

Przeprowadzona analiza przypadku ze słabym zewnętrznym polem magnetycznym $A \ll 1$ i dobrą przewodnością elektryczną $R_m \gg 1$, pokazała, że dla modów o dużej liczbie falowej $k \gg 1$ pole magnetyczne wykazuje efekt stabilizujący przepływ typu ścinającego. Uzyskane bowiem kryterium (15) pokazuje, że przepływ może być stabilny przy liczbie Richardsona mniejszej niż 1/4.

Literatura cytowana w tekście

1. J. W. MILES, J. Fluid Mech., **10** (1961), 496.
2. L. N. HOWARD, J. Fluid Mech., **10** (1961), 509.
3. P. G. DRAZIN, L. N. HOWARD, *Hydrodynamic stability of parallel flow of invisced fluid*, Advances in Applied Mechanics, **9**, (1966).
4. R. BETCHOV, W. O. CRIMINALE, *Stability of Parallel Flows*, New York–London 1967.
5. S. CHANDRASEKHAR, *Hydrodynamic and Hydromagnetic Stability*, Oxford 1961.
6. A. KENT, *Stability of laminar magnetofluid flow along a parallel magnetic field*, J. Plasma Physics, **4** (1968), 543.
7. R. A. GERWIN, Rev. and Phys., **40** (1968), 652.
8. S. C. AGRAVAL, C. S. AGRAVAL, *Hydromagnetic stability of heterogenous shear flow*, J. Phys. Soc. Japan, 1, **27**, (1969).
9. Е. П. ВЕЛИХОВ, *Устойчивость плоского пуазейлева течения идеально проводящей жидкости в продольном магнитном поле*, Ж.Э.Т.Ф., 4, **36** (1959).

Резюме

ХАРАКТЕРИСТИКА УСТОЙЧИВОСТИ ТЕЧЕНИЯ С ПЕРЕМЕННЫМ ПРОФИЛЕМ СКОРОСТЕЙ ЖИДКОСТИ С КОНЕЧНОЙ ЭЛЕКТРОПРОВОДНОСТЬЮ В МАГНИТНОМ ПОЛЕ

В работе изучается устойчивость течения со сдвигом проводящей жидкости во внешнем однородном магнитном поле. Из уравнений магнитной гидродинамики получено условие для действительной части фазовой скорости неустойчивых возмущении. Рассмотрен случай со слабым магнитным полем и хорошей проводимостью, для которого получено достаточно условие устойчивости течений по отношению к возмущениям с большим волновым числом.

Summary

STABILITY CHARACTERISTICS OF FLOW WITH VARIABLE VELOCITY PROFILE FOR A FLUID WITH FINITE ELECTRICAL CONDUCTIVITY IN A MAGNETIC FIELD

The problem of stability of dissipative shear-flow of a fluid with finite electrical conductivity is investigated in the presence of applied uniform magnetic field. Starting from the magneto hydrodynamic equations, the condition for the real part of the complex phase velocity of instability modes is obtained. The analysis is also carried for the case of weak magnetic field and very high electrical conductivity. In such a case the sufficient condition for stability has been formulated.

ZAKŁAD GEOFIZYKI PAN
WARSZAWA

Praca zostala zlożona w Redakcji dnia 7 grudnia 1970 r.