

STABILNOŚĆ UKŁADU WIBRO-UDERZENIOWEGO O WYMUSZENIU KINEMATYCZNYM

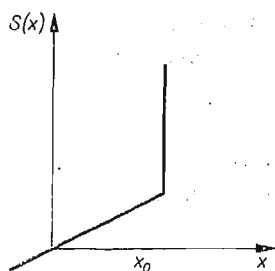
BOHDAN KOWALCZYK (GDAŃSK)

W ciągu ostatnich lat coraz częściej stosowane są mechanizmy, które możemy objąć wspólną nazwą mechanizmów wibro-uderzeniowych. Przykładami tego rodzaju mechanizmów są wibromłoty, używane do pogrążania w grunt pali i rur, zagęszczarki, ubijaki pewne typy młotów sprężynowych itp. W mechanizmach tych drgania wibracyjne znalazły zastosowanie ze względu na możliwość uzyskania dużych wartości sił, energii kinetycznej i przyśpieszeń części roboczej.

Pierwszymi badaczami, którzy wnieśli istotny wkład do teorii maszyn wibracyjno-uderzeniowych, byli RUSAKOW i CHARKIEWICZ [5]. Przeprowadzili oni badanie drgań wymuszonych układu o jednym stopniu swobody, w którym to układzie drgania masy zostały ograniczone jednostronnie. Przy wyznaczaniu parametrów pracy układu autorzy zastosowali tzw. «metodę warunków brzegowych».

Praca niniejsza jest próbą analizy ruchu i stabilności strukturalnej mechanizmu wibracyjno-uderzeniowego, w którym siła wymuszająca drgania powstała nie na skutek ruchu wibratora (tak jak to zachodzi np. w wibromłotach lub zagęszczarkach), ale w wyniku wymuszenia kinematycznego, spowodowanego ruchem wodzika mechanizmu sinusoidalnego. Układ wibracyjny omawiany w niniejszej pracy jest układem nieliniowym ze względu na występowanie uderzeń w czasie każdego cyklu pracy.

W każdym układzie wibro-uderzeniowym o charakterystyce liniowej, charakterystyka sprężysta pozostaje liniową do wielkości x_0 , odpowiadającej współrzędnej uderzenia (rys. 1), następnie charakterystyka ta załamuje się, naruszona jest więc liniowość układu.



Rys. 1

W chwili uderzenia prędkość masy uderzającej zmienia się skokowo. Stosunek prędkości po i przed uderzeniem charakteryzować będziemy tzw. współczynnikiem restytucji.

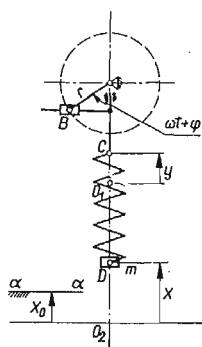
Przy określaniu współczynnika restytucji R posługujemy się hipotezą Newtona, zgodnie z którą stosunek prędkości ciał po uderzeniu v_2 i przed uderzeniem v_1 jest stały i nie zależy od prędkości zderzenia ani od wymiarów ciał, a tylko od stałych materiałowych zderzających się ciał, to jest

$$|v_2| : |v_1| = R.$$

W przypadku uderzenia doskonale sprężystego, to znaczy uderzenia, przy którym w miejscu zetknięcia się ciał zachodzą wyłącznie odkształcenia sprężyste, współczynnik restytucji $R = 1$. W przypadku uderzenia doskonale plastycznego, to znaczy uderzenia, przy którym w miejscu zetknięcia się ciał zachodzą wyłącznie odkształcenia plastyczne, $R = 0$.

Dla realnych ciał fizycznych mamy zawsze $0 \leq R < 1$. (Np. przy uderzeniu kulki stalowej o płytę stalową wartość współczynnika restytucji podawana jest w literaturze w granicach od 0,5 do 0,6).

Rozważmy obecnie układ podany na rys. 2, gdzie przyjęto następujące oznaczenia: r jest długością korby; ω prędkością kątową korby, φ oznacza kąt fazowy określający



Rys. 2

położenie korby w chwili uderzenia masy m o zderzak, O_1 punkt dolnego położenia zwrotnego; O_2 położenie punktu D , gdy masa m znajduje się w spoczynku.

Równanie ruchu punktu C jest następujące:

$$(1) \quad y = r[1 - \cos(\omega t + \varphi)].$$

W przedziale czasu między uderzeniami o przegrodę ruch środka masy ciała m (punktu D) przedstawia równanie różniczkowe w postaci:

$$(2) \quad \ddot{X} + k^2 X = k^2 r [1 - \cos(\omega t + \varphi)], \quad k^2 = \frac{c}{m},$$

gdzie c jest współczynnikiem sztywności sprężyny, k częstością drgań własnych masy.

W celu uproszczenia analizy ruchu układu wprowadzamy współrzędne bezwymiarowe:

$$(3) \quad X = rx, \quad \omega t = \tau, \quad \varrho = \frac{k}{\omega}, \quad V = r\omega v, \quad X_0 = rx_0.$$

Równanie różniczkowe (2) przyjmie po podstawieniach (3) postać następującą:

$$(4) \quad \ddot{x} + \varrho^2 x = \varrho^2 - \varrho^2 \cos(\tau + \varphi).$$

Całkując równanie (4) znajdziemy bezwymiarowe przemieszczenie i prędkość punktu D w przedziale między dwoma uderzeniami:

$$(5) \quad x = A \cos \varrho \tau + B \sin \varrho \tau + 1 - \frac{\varrho^2}{\varrho^2 - 1} \cos(\tau + \varphi).$$

$$(6) \quad \dot{x} = -A\varrho \sin \varrho \tau + B\varrho \cos \varrho \tau + \frac{\varrho^2}{\varrho^2 - 1} \sin(\tau + \varphi).$$

Stałe całkowania A i B wyznaczmy z warunku okresowości. Dobieramy mianowicie parametry układu wibro-uderzeniowego tak, aby ustalił się ruch okresowy o okresie równym wielokrotności okresu wymuszenia kinematycznego. Przy tego rodzaju postępowaniu wystarczy więc rozpatrzyć ruch układu w przedziale jednego okresu.

Warunki okresowości dla rozpatrywanego układu mają postać:

$$(7) \quad \begin{aligned} x(0) &= x_0, & \dot{x}(0) &= Rv, \\ x(2\pi n) &= x_0, & \dot{x}(2\pi n) &= -v, \end{aligned}$$

gdzie $n = 1, 2, 3, \dots$ stosunek okresu drgań masy m do okresu obrotu korby r .

Podstawiając warunki (7) do związków (5) i (6) otrzymujemy następujące równania:

$$(8) \quad \begin{aligned} x_0 &= A + 1 - \frac{\varrho^2}{\varrho^2 - 1} \cos \varphi, \\ Rv &= B\varrho + \frac{\varrho^2}{\varrho^2 - 1} \sin \varphi, \\ x_0 &= A \cos 2\pi n \varrho + B \sin 2\pi n \varrho + 1 - \frac{\varrho^2}{\varrho^2 - 1} \cos \varphi, \\ v &= A\varrho \sin 2\pi n \varrho - B\varrho \cos 2\pi n \varrho - \frac{\varrho^2}{\varrho^2 - 1} \sin \varphi. \end{aligned}$$

Rozwiązując układ równań (8) otrzymujemy:

$$(9) \quad \begin{aligned} A &= \frac{v(1+R)}{2\varrho} \operatorname{ctg} \pi n \varrho, \\ B &= \frac{v(1+R)}{2\varrho}, \\ \sin \varphi &= \frac{v(1-R)}{2\gamma}, \\ \cos \varphi &= \frac{1}{\gamma} \left[x_0 - 1 - \frac{v(1+R)}{2} \frac{\operatorname{ctg} \sin \varrho}{\varrho} \right]. \end{aligned}$$

gdzie

$$\gamma = \frac{\varrho^2}{\varrho^2 - 1}.$$

Wszystkie występujące w związkach (9) parametry układu wyrażone zostały jako funkcje bezwymiarowej prędkości przedstawionej wzorem:

$$(10) \quad v = \frac{2}{1-R} \frac{(x_0-1)f \pm \sqrt{\gamma^2(1+f^2) - (x_0-1)^2}}{1+f^2},$$

gdzie

$$(11) \quad f = \frac{1+R}{1-R} \frac{\operatorname{ctg} \pi n \varrho}{\varrho}.$$

Masa m nie zawsze uderza o przegrodę $a-a$. Styk jest możliwy tylko przy pewnych określonych wartościach x_0 i ϱ .

Jeżeli $x_0 = 0$, to aby możliwe były uderzenia masy m o przegrodę $a-a$ musi być spełniony warunek

$$|\gamma| > 1,$$

lub

$$\left| \frac{\varrho^2}{\varrho^2-1} \right| > 1,$$

a więc

$$\varrho > \frac{1/\sqrt{2}}{2}, \quad \varrho \neq 1.$$

Jeżeli $0 < x_0 < 1$, to znaczy, gdy przegroda przesunięta jest w stronę punktu O_1 , to warunek styku masy z przegrodą ma postać:

$$|\gamma| > 1 - x_0,$$

a więc

$$\varrho > \sqrt{\frac{1-x_0}{2-x_0}}, \quad \varrho \neq 1.$$

Jeżeli $x_0 < 0$, to znaczy, gdy przegroda odsunięta jest od punktu O_1 , to warunek styku masy z przegrodą ma postać:

$$|\gamma| > 1 + |x_0|,$$

a więc

$$\sqrt{\frac{1+|x_0|}{2+|x_0|}} < \varrho < \sqrt{\frac{1+|x_0|}{|x_0|}}, \quad \varrho \neq 1.$$

Oczywiście v , bezwymiarowa prędkość, musi być wielkością rzeczywistą. Warunek ten jest równoważny nierówności

$$\gamma^2(1+f^2) - (x_0-1)^2 \geq 0$$

lub

$$(12) \quad 1 - \frac{\varrho^2}{|\varrho^2-1|} \sqrt{1+f^2} \leq x_0 \leq 1 + \frac{\varrho^2}{|\varrho^2-1|} \sqrt{1+f^2}.$$

Dla zbadania stabilności rozpatrywanego układu wibracyjno-uderzeniowego posłużymy się pojęciem stabilności strukturalnej [1, 3] oraz zastosujemy metodę «dopasowania» [2, 4] kolejnych ruchów zaburzonych rozpatrywanego układu.

Jak widzimy z (9), współczynniki równań wyznaczających przemieszczenie i prędkość punktu D układu są funkcjami parametrów pracy układu ϱ , x_0 , R . Wartości tych współczynników przy rozpatrywaniu konkretnie pracującego układu nie są znane dokładnie i są zawsze obarczone pewnym błędem. Stabilność strukturalna charakteryzuje układ drgający w ten sposób, że charakter pracy układu nie ulega zmianie, gdy parametry układu doznają pewnych małych zmian. Jeżeli przy małych zaburzeniach wprowadzonych do parametrów układu drgania przestaną być okresowe, układ będzie strukturalnie niestabilny.

Rozważać będziemy ruch badanego układu podczas ν -tego okresu, to znaczy pomiędzy ν -tym, a $\nu+1$ -szym uderzeniem.

Równanie ruchu zaburzonego podczas ν -tego okresu ma postać:

$$(13) \quad x^{(\nu)} = (A + \alpha_\nu) \cos \varrho \tau + (B + \beta_\nu) \sin \varrho \tau + 1 - \frac{\varrho^2}{\varrho^2 - 1} \cos(\tau + \varphi + \Delta_{\nu-1}),$$

gdzie efekt zaburzeń podczas $\nu-1$ okresów ruchu został uwzględniony przez wprowadzenie do stałych A , B i φ odpowiednio przyrostów α_ν , β_ν i $\Delta_{\nu-1} = \sum_{j=0}^{\nu-1} \delta_j$, zaś czas τ jest liczony od ν -tego uderzenia masy o przegrodę.

Podstawiając $\tau = 2\pi n + \delta_\nu$ znajdziemy $x_k^{(\nu)}$ —przemieszczenie masy w momencie przed $\nu+1$ -uderzeniem:

$$(14) \quad x_k^{(\nu)} = (A + \alpha_\nu) \cos(2\pi n \varrho + \varrho \delta_\nu) + (B + \beta_\nu) \sin(2\pi n \varrho + \varrho \delta_\nu) + 1 - \frac{\varrho^2}{\varrho^2 - 1} \cos(\varphi + \Delta_\nu)$$

gdzie

$$\Delta_\nu = \delta_\nu + \Delta_{\nu-1}.$$

Wyrażenie

$$\Delta x_k^{(\nu)} = x_k^{(\nu)} - x_k,$$

przedstawia przemieszczenie w końcu ν okresu pod wpływem wprowadzonych zaburzeń

Analogicznie postępujemy w przypadku bezwymiarowej prędkości punktu D

$$(16) \quad \dot{x}^{(\nu)} = -\varrho(A + \alpha_\nu) \sin \varrho \tau + \varrho(B + \beta_\nu) \cos \varrho \tau + \frac{\varrho^2}{\varrho^2 - 1} \sin(\tau + \varphi + \Delta_{\nu-1}),$$

$$(17) \quad \dot{x}_k^{(\nu)} = -\varrho(A + \alpha_\nu) \sin(2\pi n \varrho + \varrho \delta_\nu) + \varrho(B + \beta_\nu) \cos(2\pi n \varrho + \varrho \delta_\nu) + \frac{\varrho^2}{\varrho^2 - 1} \sin(\varphi + \Delta_\nu),$$

$$(18) \quad \Delta \dot{x}_k^{(\nu)} = \dot{x}_k^{(\nu)} - \dot{x}_k.$$

Po zatrzymaniu wyrazów rzędu pierwszego otrzymujemy

$$(19) \quad \Delta x_k^{(\nu)} = (\cos 2\pi n \varrho) \alpha_\nu + (\sin 2\pi n \varrho) \beta_\nu - \nu \Delta_\nu + \frac{\nu(1+R)}{2} \Delta_{\nu-1},$$

oraz

$$(20) \quad \Delta \dot{x}_k^{(v)} = (-\varrho \sin 2\pi n \varrho) \alpha_v + (\varrho \cos 2\pi n \varrho) \beta_v + \\ + \left[\frac{v(1+R)}{2} \frac{1-\varrho^2}{\varrho} \operatorname{ctg} \pi n \varrho + 1 - x_0 \right] \Delta v + \left[\frac{v(1+R)}{2} \varrho \operatorname{ctg} \pi n \varrho \right] \Delta_{v-1}.$$

Przemieszczenie i prędkość w ruchu zaburzonym podczas $v+1$ -ego okresu przedstawiają równania:

$$(21) \quad x^{(v+1)} = (A + \alpha_{v+1}) \cos \varrho \tau + (B + \beta_{v+1}) \sin \varrho \tau + 1 - \frac{\varrho^2}{\varrho^2 - 1} \cos(\tau + \varphi + \Delta v),$$

$$(22) \quad \dot{x}^{(v+1)} = -\varrho(A + \alpha_{v+1}) \sin \varrho \tau + \varrho(B + \beta_{v+1}) \cos \varrho \tau + \frac{\varrho^2}{\varrho^2 - 1} \sin(\tau + \varphi + \Delta v).$$

Podczas $v+1$ przedziału ruchu bezwymiarowy czas możemy liczyć od $v+1$ uderzenia masy o przegrodę.

Podstawiając do (21) i (22) $\tau = 0$ znajdziemy $x_p^{(v+1)}$ i $\dot{x}_p^{(v+1)}$ — przemieszczenie i prędkość ruchu zaburzonego w momencie po $v+1$ uderzeniu, a stąd wyznaczamy przyrosty przemieszczeń i prędkości na początku $v+1$ okresu:

$$(23) \quad \Delta x_p^{(v+1)} = \alpha_{v+1} - \frac{v(1-R)}{2} \Delta v, \\ \Delta \dot{x}_p^{(v+1)} = \varrho \beta_{v+1} + \left(\frac{\varrho^2}{\varrho^2 - 1} \cos \varphi \right) \Delta v.$$

Warunki «dopasowania» dwóch sąsiednich ruchów mają postać:

$$(24) \quad \Delta x_k^{(v)} = \Delta x_p^{(v+1)} = 0, \quad \Delta \dot{x}_k^{(v)} = -R \Delta \dot{x}_p^{(v+1)}.$$

Podstawiając do (24) związki (19), (20) i (23) otrzymamy:

$$(25) \quad (\cos 2\pi n \varrho) \alpha_v + (\sin 2\pi n \varrho) \beta_v + \frac{v(1+R)}{2} \Delta_{v-1} - v \Delta v = 0, \\ \alpha_{v+1} - \frac{v(1-R)}{2} \Delta v = 0, \\ (-R \varrho \sin 2\pi n \varrho) \alpha_v + (R \varrho \cos 2\pi n \varrho) \beta_v + \varrho \beta_{v+1} + \\ + \left[\frac{v(1+R)}{2} \frac{\operatorname{ctg} \pi n \varrho}{\varrho} + 1 - x_0 + R \left(\frac{v(1+R)}{2} \frac{1-\varrho^2}{\varrho} \operatorname{ctg} \pi n \varrho + 1 - x_0 \right) \right] \Delta v + \\ + R \left[\frac{v(1+R)}{2} \varrho \operatorname{ctg} \pi n \varrho \right] \Delta_{v-1} = 0.$$

Układ (25) jest układem jednorodnych równań różnicowych liniowych. Rozwiązanie tego układu szukać będziemy w postaci:

$$(26) \quad \alpha_v = a \varepsilon^v, \quad \beta_v = b \varepsilon^v, \quad \Delta v = c \varepsilon^v,$$

gdzie a , b , c , ε są pewnymi stałymi.

Po podstawieniu (26) układ (25) przyjmie postać:

$$(27) \quad \begin{aligned} & (\cos 2\pi n\varrho) a\varepsilon + (\sin 2\pi n\varrho) b\varepsilon + \left[\frac{v(1+R)}{2} - v\varepsilon \right] c = 0, \\ & a\varepsilon - \frac{v(1-R)}{2} c = 0, \\ & (-R\varrho \sin 2\pi n\varrho) a\varepsilon + [(R\varrho \cos 2\pi n\varrho)\varepsilon + \varrho\varepsilon^2] b + \\ & + \left\{ \frac{v(1+R)R}{2} \varrho \operatorname{ctg} \pi n\varrho + \left[\frac{v(1+R)}{2} \frac{\operatorname{ctg} \pi n\varrho}{\varrho} + 1 - x_0 + \right. \right. \\ & \left. \left. + R \left(\frac{v(1+R)}{2} \frac{1-\varrho^2}{\varrho} \operatorname{ctg} \pi n\varrho + 1 - x_0 \right) \right] \varepsilon \right\} c = 0. \end{aligned}$$

Układ (27) jest jednorodnym układem równań liniowych o niewiadomych a , b i c .

Jak wiadomo, warunkiem koniecznym i dostatecznym istnienia niezerowych rozwiązań tego układu jest, aby jego wyznacznik główny był równy zeru, a więc:

$$(28) \quad \begin{vmatrix} 1 & 0 & -\frac{v(1-R)}{2} \\ \cos 2\pi n\varrho & \sin 2\pi n\varrho & \frac{v(1+R)}{2} - v\varepsilon \\ -R\varrho \sin 2\pi n\varrho & R\varrho \cos 2\pi n\varrho + \varrho\varepsilon & \frac{v(1+R)}{2} R\varrho \operatorname{ctg} \pi n\varrho + E\varepsilon \end{vmatrix} = 0,$$

gdzie

$$E = (1+R) \left[\frac{v(1+R)}{2} \frac{\operatorname{ctg} \pi n\varrho}{\varrho} + 1 - x_0 \right] - \frac{v(1+R)}{2} R\varrho \operatorname{ctg} \pi n\varrho.$$

Z (28) otrzymujemy

$$(29) \quad \varrho v \varepsilon^2 + \left\{ (1+R)(1-x_0) \sin 2\pi n\varrho + \frac{v}{2\varrho} [(1+R)^2 - \varrho^2(1-R)^2] (1 + \cos 2\pi n\varrho) - 2R\varrho v \right\} \varepsilon + \varrho v R^2 = 0.$$

Aby rozpatrywany układ był stabilny, moduły pierwiastków równania (29) muszą być mniejsze od jedności, gdyż wtedy przy $v \rightarrow \infty$ mamy: $a_v \rightarrow 0$, $\beta_v \rightarrow 0$, $\Delta_v \rightarrow 0$.

W przypadku gdy $|\varepsilon| > 1$, to zgodnie z (26), przy dowolnych stałych a , b i c , moduły wielkości a_v , β_v i Δ_v nieograniczenie rosną, a wtedy ruch zaburzony coraz bardziej różni się od niezaburzonego, co oznacza, że ruch jest niestabilny.

Jak wiadomo, warunkiem koniecznym i dostatecznym aby pierwiastki równania

$$d_2 \varepsilon^2 + d_1 \varepsilon + d_0 = 0,$$

spełniały warunek $|\varepsilon_{1,2}| < 1$ jest

$$(30) \quad \left| \frac{d_0}{d_2} \right| < 1, \quad \left| \frac{d_1}{d_0 + d_2} \right| < 1.$$

W przypadku równania (29) mamy

$$d_0 = \varrho v R^2,$$

$$d_1 = (1+R)(1-x_0) \sin 2\pi n \varrho + \frac{v}{2\varrho} [(1+R)^2 - \varrho^2(1-R)^2](1 + \cos 2\pi n \varrho) - 2R\varrho v,$$

$$d_2 = \varrho v.$$

Pierwsza z nierówności (30) jest zawsze spełniona, gdyż

$$\frac{d_0}{d_2} = R^2,$$

a w rzeczywistych układach wibracyjno-uderzeniowych $0 \leq R < 1$.

Z drugiej nierówności (30) w przypadku

$$\frac{d_1}{d_0 + d_2} < 0$$

otrzymujemy

$$(1+R)(1-x_0) \sin 2\pi n \varrho + \frac{v}{2\varrho} [(1+R)^2 - \varrho^2(1-R)^2](1 + \cos 2\pi n \varrho) - 2R\varrho v > -\varrho v(1+R^2),$$

a stąd po łatwych przekształceniach

$$-2(x_0-1)f + v(1-R)(1+f^2) > 0,$$

ale z (10)

$$v(1-R)(1+f^2) = 2(x_0-1)f \pm \sqrt{\gamma^2(1+f^2) - (x_0-1)^2}.$$

Stąd widzimy, że ruch będzie stabilny jedynie w przypadku, gdy w związku (10) przed pierwiastkiem przyjmiemy znak plus.

Jeżeli

$$\frac{d_1}{d_0 + d_2} > 0,$$

to

$$(1+R)(1-x_0) \sin 2\pi n \varrho + \frac{v}{2\varrho} [(1+R)^2 - \varrho^2(1-R)^2](1 + \cos 2\pi n \varrho) - 2R\varrho v < \varrho v(1+R^2)$$

lub po przekształceniach:

$$(33) \quad 1 - \frac{\varrho^2}{|\varrho^2-1|} \frac{|(1-R^2)f^2 + C|}{\sqrt{(1-R^2)^4 f^2 + C^2}} < x_0 < 1 + \frac{\varrho^2}{|\varrho^2-1|} \frac{|(1-R^2)f^2 + C|}{\sqrt{(1-R^2)^4 f^2 + C^2}}.$$

gdzie

$$(34) \quad C = (1-R^2)^2 - 2(1+R^2)[(1+R)^2 + (1-R)^2 f^2 \varrho^2].$$

Jak już wspomniano bezwymiarowa prędkość przedstawiona związkiem

$$v = \frac{2}{1-R} \frac{(x_0-1)f + \sqrt{\gamma^2(1+f^2) - (x_0-1)^2}}{1+f^2}$$

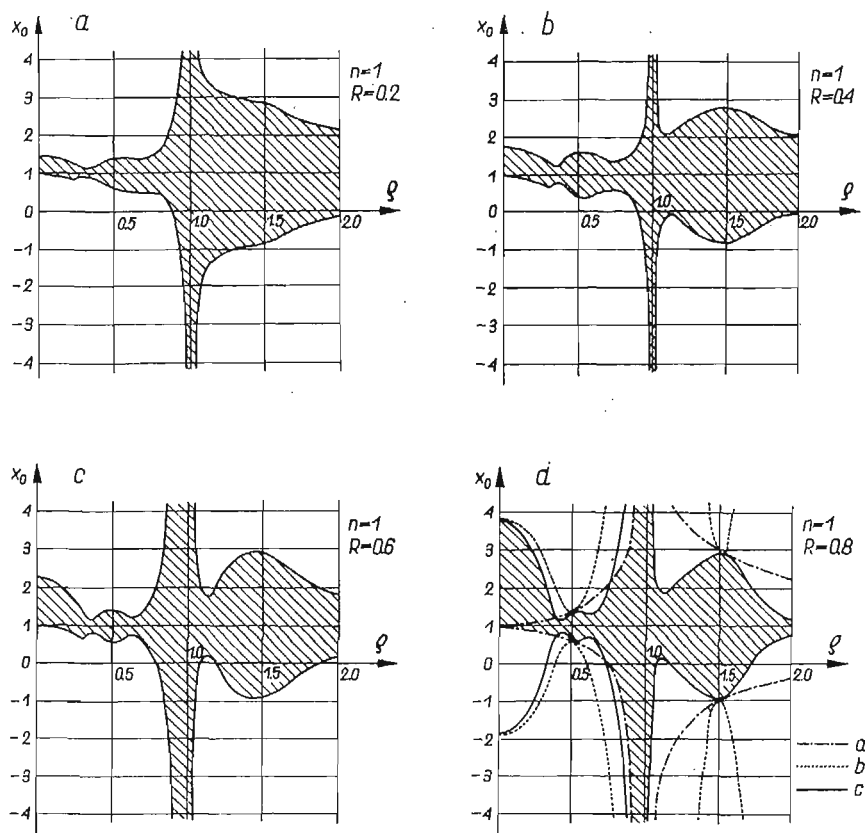
musi być zawsze dodatnia.

Oczywiście gdy $(x_0 - 1)f > 0$, warunek ten jest spełniony zawsze; gdy $(x_0 - 1)f < 0$, prędkość v jest dodatnia dla

$$(35) \quad 1 - \frac{\varrho^2}{|\varrho^2 - 1|} < x_0 < 1 + \frac{\varrho^2}{|\varrho^2 - 1|}.$$

Warunek $(x_0 - 1)f > 0$ gdy $n = 1$ zachodzi przy $x_0 > 1$ dla $0 < \varrho < \frac{1}{2}$; $1 < \varrho < \frac{3}{2}$; ... zaś przy $x_0 < 1$ dla $\frac{1}{2} < \varrho < 1$; $\frac{3}{2} < \varrho < 2$; ... , gdy $n = 2$, to $(x_0 - 1)f > 0$ dla $0 < \varrho < \frac{1}{4}$; $\frac{1}{2} < \varrho < \frac{3}{4}$; ..., zaś przy $x_0 < 1$ dla $\frac{1}{4} < \varrho < \frac{1}{2}$; $\frac{3}{4} < \varrho < 1$; ...

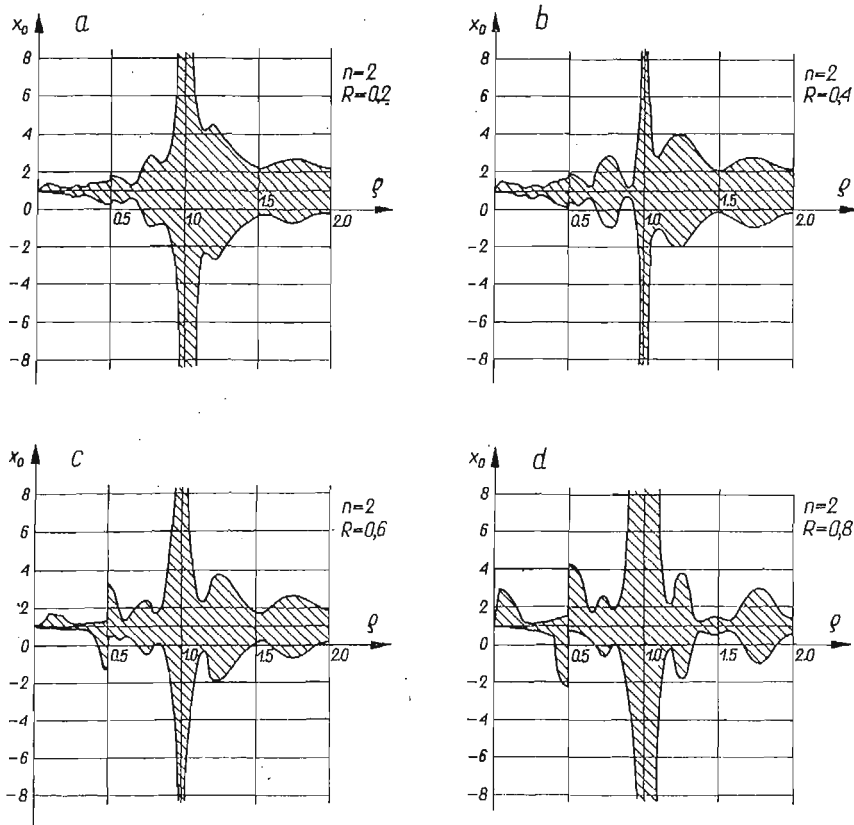
Na rys. 3a-d podano obszary stabilności strukturalnej przy $n=1$, na rys. 4 zaś podano obszary stabilności strukturalnej przy $n=2$ dla różnych współczynników restytucji R .



Rys. 3

Krzywa a ogranicza obszar, w którym jest spełniona nierówność (35), krzywa b ogranicza obszar, w którym jest spełniona nierówność (12), krzywa c ogranicza obszar, w którym spełniona jest nierówność (33).

Brzeży wszystkich obszarów, w których spełnione są te nierówności, są symetryczne względem prostej o równaniu $x_0 = 1$.



Rys. 4

Zależnie od znaku wyrażenia $(x_0 - 1)f$ obszar ruchu stabilnego strukturalnie dla danego układu jest wspólną częścią obszaru zawartego pomiędzy prostą o równaniu $x_0 = 1$ i krzywymi a i c , względnie b i c .

Literatura cytowana w tekście

1. А. А. Андронов, А. А. Витт, С. Э. Хайкин, *Теория колебаний*, Москва 1959.
2. Р. Э. Брунштейн, А. Э. Кобрынски, *Об устойчивости периодических движений виброударных систем*, Изд. АН СССР, ОТН, Механика и Машиностроение, 5, 1960.
3. W. J. CUNNINGHAM, *Analiza układów nieliniowych*, WNT, 1962.
4. А. Э. Кобрынски, *Механизмы с упругими связями*, Москва 1964.
5. И. Г. Русаков, А. А. Харкевич, *Вынужденные колебания систем ударяющих об ограничитель*, Журнал Техн. Физ., 12 (1942).

Резюме

УСТОЙЧИВОСТЬ ВИБРОУДАРНОЙ СИСТЕМЫ С КИНЕМАТИЧЕСКИМ ВОЗМУЩЕНИЕМ

В работе даны постановка и решение дифференциального уравнения массы ударяющей о не подвижную преграду. Вынужденные колебания массы получаются путем кинематического возмущения при помощи синус-механизма.

В работе рассматриваются условия обеспечивающие возможность ударов о преграду.

Путем исследования структурной устойчивости (в смысле Андронова) находятся области параметров системы, для которых ее движение является периодическим.

Summary

STABILITY OF A VIBRATORY-IMPACT SYSTEM WITH KINEMATICAL EXCITATION

The paper concerns the vibratory-impact system consisting of a vibrating mass which strikes the motionless baffle during the vibration period.

The forced vibration of the mass is obtained by means of sine-mechanism connected kinematically with the mass.

The differential equation of motion of the considered system is derived and solved and then a certain conditions assuring the impact are formulated.

Using Andronov's definition of structural stability the range of the parameters of the system is obtained within which the motion is periodical.

Praca została złożona w Redakcji dnia 13 listopada 1965 r.
