

KONFERENCJA NAUKOWA MECHANIKI
OŚRODKÓW CIĄGŁYCH W KRYNICY. PRZEGLĄD REFERATÓW

Z. D ŻYGA D Ł O , M. S O K O Ł O W S K I , S. Z A H O R S K I (WARSZAWA)
M. Ż Y C Z K O W S K I (KRAKÓW)

1. W dniach od 2 do 13 września 1962 roku odbyła się w Krynicy tradycyjna już (siódma z kolei) konferencja naukowa Zakładu Mechaniki Ośrodków Ciągłych IPPT PAN. Zgrupowała ona, jak zwykle, większość polskich pracowników nauki i inżynierów zainteresowanych problematyką mechaniki ośrodków ciągłych, w szczególności teorią sprężystości, plastyczności i wytrzymałości materiałów. W programie konferencji znalazła się także pokaźna liczba referatów poświęconych wybranym zagadnieniom teorii konstrukcji. Wśród uczestników konferencji ponad 50% stanowili pracownicy nauki z Instytutu Podstawowych Problemów Techniki PAN, na resztę zaś złożyło się kilkudziesięciu zaproszonych gości ze szkół wyższych i instytutów podległych Ministerstwu Szkół Wyższych, z instytutów resortowych oraz dziesięciu gości zagranicznych (z USA, W. Brytanii, CSRS, Rumunii i NRD).

Ocena naukowych rezultatów konferencji, wobec jej nader obszernej i bogatej tematyki, wykracza poza ramy naszego przeglądu. W związku z tym ograniczymy się tutaj do krótkiego omówienia przedstawionych w Krynicy referatów kładąc nacisk na prace — naszym zdaniem — bądź to najbardziej interesujące, bądź też najbardziej charakterystyczne dla działalności różnych ośrodków i grup naukowych. W ten sposób nasze opracowanie nie będąc w stanie dać głębszej i krytycznej analizy dorobku naukowego konferencji krynickiej stanowić może materiał informacyjny, charakteryzujący kierunki badań i stopień ich zaawansowania w poszczególnych ośrodkach naukowych w Polsce.

Dla ułatwienia orientacji w bogatym materiale konferencji podzielono siedemdziesiąt wygłoszonych na niej referatów na kilka mniej lub bardziej luźno ze sobą powiązanych grup tematycznych. Do pierwszej grupy zaliczono prace z zakresu klasycznej teorii sprężystości, termosprężystości, zagadnień nieliniowych teorii sprężystości oraz fizyki ciała stałego. Grupa ta była powiązana ściśle z drugą grupą, w której umieszczono prace z zakresu zagadnień podstawowych fizyki ośrodka ciągłego ze szczególnym uwzględnieniem zagadnienia pól sprzężonych.

Następna grupa obejmowała zagadnienia podstawowe reologii, teorii pełzania i plastyczności; po przez zastosowania metody nośności granicznej w obliczaniu konstrukcji wiązała się ona tematycznie z grupą następną, która dotyczyła bezpośrednich zastosowań wyników badań podstawowych w zagadnieniach technicznych i konstrukcyjnych. Grupa ta obejmowała wybrane zagadnienia z zakresu teorii konstrukcji dźwigarów powierzchniowych i układów prętowych, sprężystych i sprężysto-plastycznych. Przegląd zamykała skromna objętościowo grupa prac eksperymentalnych w badaniach wytrzymałościowych.

2. Grupę referatów poświęconych teorii sprężystości, termosprężystości i fizyki ciała stałego otwierała praca G. C. MOISILA (Rumunia), dotycząca płaskich zagadnień teorii sprężystości ciał anizotropowych. Prace dwóch amerykańskich uczestników konferencji, E. SAIBELA i W. A. NASHA dotyczyły dużych sprężystych ugięć płyt cienkich oraz dynamicznej stateczności cienkich powłok sprężystych. E. JEŘABEK (CSRS) w swym przeglądowym referacie omówił pewne osiągnięcia uczonych czechosłowackich, dotyczące badania rozprzestrzeniania się fal uderzeniowych w konstrukcjach.

Jeśli chodzi o autorów polskich, to J. IGNACZAK (Warszawa) wygłosił referat omawiający kwestię zupełności naprężeniowych równań ruchu (Beltramiego–Mitchella) liniowej teorii sprężystości.

W programie konferencji krynickiej znalazły się także zagadnienia w minimalnym tylko stopniu reprezentowane na poprzednich konferencjach. Należą do nich zagadnienia związane z teorią skończonych odkształceń sprężystych. Na fakt ten wpłynęło bezsprzecznie systematyczne zajmowanie się tymi zagadnieniami w Zakładzie Mechaniki Ośrodków Ciągłych IPPT PAN, a także zwiększone zainteresowanie się tą problematyką w innych ośrodkach naukowych.

Zagadnieniem stateczności ciał sprężystych poddanych wstępnym odkształceniom skończonym zajęło się kilku autorów. W swojej pracy przeglądowej W. URBANOWSKI (Warszawa) podjął zadanie pełnego przedstawienia problemów stateczności począwszy od pierwszych prac A. E. Greena, R. S. Rivlina, R. T. Shielda, E. W. Wilkesa, A. J. M. Spencera i innych, aż do ostatnich wyników uzyskanych w kraju. Zagadnienie stateczności rozważano nakładając na ciało, poddane wstępnym odkształceniom skończonym, pewne dodatkowe małe odkształcenia i rozwiązując następnie odpowiedni problem brzegowy. Dla układów zachowawczych sposób ten umożliwia obliczenie krytycznych wartości parametrów, przy których nie jest już możliwa trwała równowaga ciała wstępnie odkształconego. Na drodze tej rozwiązano zagadnienia stateczności rozciąganej i skręcającej rury kołowej, walców i płyt rozciąganych lub ściskanych na swoich obwodach, stateczności pasma rozciąganego itp.

W tej samej grupie tematycznej przedstawiono również dwie oryginalne prace poświęcone zagadnieniu stateczności. W pierwszej z nich pt. «Wariowane stany dużych odkształceń membran» GUO-ZHONG-HENG (Warszawa), w oparciu o założenia teorii membran, określił stan bliski stanowi odkształcenia membrany wyznaczając pierwsze wariacje wszystkich wielkości charakteryzujących jej odkształcenie. W ten sposób zagadnienie stateczności sprowadzone zostało do rozwiązania układu równań liniowych z trzema niewiadomymi składowymi wariacji wektora położenia.

Następna praca przedstawiona przez Z. WESOŁOWSKIEGO (Warszawa) rozwiązuje zagadnienie stateczności walca kołowego poddanego skończonemu rozciąganiu w kierunku osi. Dla walca wykonanego z materiału nieliniowo sprężystego i nieściśliwego określono stan naprężenia, a następnie nałożono na niego dodatkowy układ małych odkształceń niejednorodnych sprowadzając w ten sposób zagadnienie do problemu brzegowego, którego wartości własne są poszukiwanymi wydłużeniami krytycznymi. Rozwiązanie uzyskano korzystając z szeregów trygonometrycznych; szczegółowa dyskusja przeprowadzona została na konkretnym przykładzie liczbowym.

S. ZAHORSKI (Warszawa) zajął się zbudowaniem równań teorii dużych odkształceń sprężystych w powiązaniu z geometrią ciała nieodkształconego. Przedstawiony przez autora sposób rozwiązywania zagadnienia brzegowego znajduje zastosowanie w takich przypadkach, w których nie udaje się przewidzieć *a priori* geometrii ciała odkształconego nawet z dokładnością do pewnych dowolnych funkcji lub parametrów. Określono warunki równowagi i warunki brzegowe, warunek nieściśliwości, pracę przygotowaną i równania fizyczne oraz wykazano ich powiązanie z zależnościami stosowanymi w metodach odwrotnych i półodwrotnych.

Druga praca GUO-ZHONG-HENGA dotyczyła pochodnej czasowej tensorów w mechanice kontinuum. Autor poddał w niej krytycznej analizie różne definicje pochodnych czasowych, wprowadzanych głównie przy formułowaniu równań konstytutywnych ośrodków reologicznych. Opierając się na pewnych sześciu własnościach, jakimi — zdaniem autora — powinna charakteryzować się pochodna czasowa tensora, oraz eliminując część bierną danego tensora, pochodzącą od obrotu cząstki kontinuum, zdefiniowano ogólną pochodną czasową tensora względnego, tzw. pochodną konstytutywną. W szczególnych przypadkach definicja ta pokrywa się z definicją Zaremby i Jaumanna.

Cz. WOŹNIAK (Gliwice) w pracy pt. «Odkształcenia skończone ośrodka ciągłego w ujęciu teorii grup» rozważał sposób opisu dużych odkształceń ośrodka ciągłego, otwierający nowe możliwości. Zamiast odwzorowań punktowo-punktowych przestrzeni za punkt wyjścia przyjęto odpowiednie przekształcenia tensorów metrycznych dla ośrodka odkształconego i nieodkształconego. Przy ustalonej metryce ośrodka nieodkształconego przekształcenia takie tworzą grupę otrzymywaną na drodze holomorficznego odwzorowania pewnej grupy afinorów nieosobliwych. Rozkładając pełną grupę

liniową otrzymano trzy podgrupy przekształceń anizometrycznych, określające odkształcenia równoobjętościowe i odkształcenia zachowujące kąty między liniami współrzędnych. Proponowany opis odkształcenia zastosowano w przykładzie dużych odkształceń powłoki cienkościennej.

Tematem pracy P. WILDEGO (Gdańsk) były skończone odkształcenia termiczne w cienkich płytach o zerowej sztywności zginania. Stan naprężenia w płycie wyznaczono z warunku, aby — niezależnie od zmiany tensora metrycznego powierzchni ogrzewanej płyty — powierzchnia płyty pozostała euklidesowa. W ogólnym przypadku powierzchnia płyty stałaby się powierzchnią Riemanna. W szczególności dla płyt kołowo-symetrycznych i pasm płytowych zanalizowano zagadnienie odprowadzenia ciepła z powierzchni oraz rozważono rozwiązania uwzględniające wyłącznie efekty drugiego rzędu.

Bardziej klasyczny kierunek termosprężystości reprezentowała praca S. ZIELIŃSKIEGO (Łódź), który zajął się zagadnieniem stateczności płyty kołowej o brzegach swobodnych, poddanej działaniu pola temperatury. Źródło ciepła umieszczone wewnątrz płyty kołowej może, przy określonej wydajności, spowodować wyboczenie takiej płyty. Autor zajmował się dyskusją możliwych postaci takiego wyboczenia.

Osobną grupę stanowiły cztery referaty M. MATCZYŃSKIEGO, Z. OLESIAKA, M. SOKOŁOWSKIEGO (wszyscy z Warszawy) i G. SZEFERA (Kraków). Dotyczyły one stanu naprężenia, w szczególności koncentracji naprężeń, związanych z nieciągłymi warunkami brzegowymi w teorii sprężystości. Autorzy zastosowali tu dwie różne metody rozwiązywania problemu. M. MATCZYŃSKI i M. SOKOŁOWSKI rozważali zagadnienia ściskania pasm tarczowych częściowo utwierdzonych, częściowo zaś swobodnych na krawędziach. Zagadnienia tego rodzaju dają się sprowadzić do równania całkowego (zazwyczaj osobliwego) lub do układu takich równań. W tym przypadku autorzy poszli inną drogą i omijając równania całkowe rozwiązali równoważne równania typu Wienera–Hopfa. Zastosowano przy tym wersję przybliżoną metody Wienera–Hopfa, co pozwoliło autorom otrzymać efektywne i względnie proste rozwiązanie układu równań całkowych. Zastosowana przez autorów metoda okazuje się szczególnie użyteczna wtedy, gdy sztywność podpór nie jest nieskończona (podpory typu winklerowskiego), tj. gdy równoważne równania całkowe Fredholma są drugiego rodzaju.

Nieco inaczej podeszli do zagadnienia Z. OLESIAK i G. SZEFER. Rozważali oni zagadnienia osiowo-symetryczne. Pierwsze z nich — to problem szczeliny kołowej w nieograniczonej przestrzeni złożonej z dwóch ośrodków sprężystych o różnych charakterystykach mechanicznych i termicznych. Drugi problem dotyczył nieograniczonej warstwy sprężystej opartej dolną powierzchnią na niepodatnym podłożu z wyjątkiem obszaru kołowego, w którym powierzchnia ta była swobodna od naprężeń. Zagadnienie to stanowi wyidealizowany model mogący znaleźć zastosowanie przy budowie kopalń i tuneli.

Oba wymienione zagadnienia przez zastosowanie całkowitej transformacji Hankela sprowadzone zostały do układów dualnych równań całkowych. Równania tego rodzaju przy dostatecznie prostej budowie dają się rozwiązać w sposób ścisły. W przypadku pracy G. SZEFERA zastosowano pewną metodę przybliżoną. W pracy Z. Olesiaka z powodu otrzymania układu dwóch par dualnych równań całkowych zagadnienie okazało się bardziej złożone.

Przegląd prac pierwszej grupy tematycznej kończą referaty M. ŻÓRAWSKIEGO (Warszawa) i Z. MOSSAKOWSKIEJ (Warszawa). M. ŻÓRAWSKI omawiał problem doboru najwłaściwszej geometrii kontinuum, służącej do opisu defektów siatki krystalicznej (np. dyslokacji). W literaturze dotyczącej tego tematu brak dotąd jednomyślności w tym względzie i dlatego autor podjął próbę przedyskutowania w tym aspekcie przydatności różnych geometrii, w szczególności geometrii Riemanna i geometrii przestrzeni ze skręceniem. Analiza stanu dyslokacji, będącego ciągłą funkcją położenia, oparta została na pojęciu wektora Burgersa.

Z. MOSSAKOWSKA w krótkim komunikacie omawiała pewne aspekty zagadnienia stateczności walca pod wpływem naprężeń własnych przy założeniu dużych odkształceń. Asumpt do tych rozważań dały pewne zjawiska związane z krystalizacją roztopionych metali.

3. Omówienie zagadnienia pól sprzężonych w mechanice ośrodka ciągłego, które zaliczyliśmy do drugiej grupy tematycznej, rozpoczął referat W. NOWACKIEGO (Warszawa) zatytułowany «Za-

gadnienia magneto-termosprężystości». Autor omówił w nim wyniki swych badań teoretycznych nad efektem sprzężenia w ciałach stałych trzech pól: pola elektromagnetycznego, termicznego oraz pola odkształceń sprężystych.

Złożoność efektów płynących z tego sprzężenia nie zezwala na otrzymanie rozwiązań efektywnych, dotyczących bardziej złożonych układów. Autor ograniczył się zatem do omówienia pewnych problemów jedno- i dwuwymiarowych ze szczególnym uwzględnieniem zagadnienia rozchodzenia się fali płaskiej w warstwie nieograniczonej.

W swym pierwszym referacie S. KALISKI (Warszawa) omówił cykl prac, w których rozpatruje się promieniowanie typu Czerenkowa w dielektrykach i przewodnikach przy uwzględnieniu sprzężonych efektów magneto-mechanicznych.

Zjawisko promieniowania elektronu poruszającego się w ośrodku z prędkością nadświatlną, wykryte doświadczalnie przez P. A. CZERENKOWA w 1934 r. i uzasadnione teoretycznie przez I. A. TAMMA oraz I. M. FRANKA w 1937 r., znalazło w ostatnich latach szereg zastosowań praktycznych nie tylko w fizyce cząstek o dużej energii, ale również w radiotechnice wysokich częstotliwości, astrofizyce i innych działach fizyki.

W omawianym cyklu prac rozważających promieniowanie Czerenkowa na gruncie fenomenologicznej teorii połączonych pól magneto-mechanicznych wykryto nowe jakościowo zjawiska, będące skutkiem sprzężenia pól magnetycznych i mechanicznych.

Ustalono, że cząstka naładowana, poruszająca się w cieczy dielektrycznej w polu magnetycznym z prędkością nadświatlną, emituje dwa stożki promieniowania: jeden znany uprzednio i drugi — sprzężony z polem mechanicznym, tj. ze stożkiem fali akustycznej. Stwierdzono, że promieniowanie typu Czerenkowa pojawia się również, gdy ładunek porusza się w ośrodku z prędkością podświatlną, ale naddźwiękową; powstaje wówczas jeden stożek świecenia związany ze sprzężeniem akustycznym. Źródłem takiego promieniowania może być także poruszający się z prędkością naddźwiękową lub nadświatlną impuls mechaniczny.

Z prac S. Kaliskiego wynika również,¹ że w dielektryku sprężystym umieszczonym w polu magnetycznym ładunek poruszający się z prędkością nadświatlną emituje trzy stożki promieniowania: jeden znany z prac dotychczasowych oraz dwa nie znane dotąd, związane ze stożkami fal sprężystych podłużnych i poprzecznych.

Podobne efekty uzyskano rozważając doskonały przewodnik sprężysty w polu magnetycznym. Okazało się przy tym, że wielkość efektu promieniowania w doskonałym przewodniku, wywołanego przez impuls mechaniczny poruszający się z prędkością naddźwiękową, może być znacznie większy od klasycznie znanego i dlatego nabiera praktycznej wartości.

W następnym referacie S. KALISKI wyprowadził równania magneto-sprężystych drgań prętów, płyt i powłok cylindrycznych. Dzięki założeniu doskonałej przewodności oraz zastosowaniu zasady płaskich przekrojów otrzymano równania ruchu i pola elektromagnetycznego w materiale we współrzędnych wektora przemieszczenia oraz współrzędnych powierzchniowych tensorów napięć Maxwella, które wyrażają oddziaływanie pola na układ drgający w próżni lub gazie. Uzyskano w ten sposób istotne uproszczenie postaci równań.

Zagadnienia te mają szerokie zastosowanie w teorii plazmotromów, plazmowodów oraz w teorii aero-magneto-flatteru rur przewodzących ciecz zjonizowaną.

W ostatniej swej pracy S. KALISKI przedstawił model ośrodka ciągłego, w którym — na skutek wprowadzenia bezwładności obrotowej punktów — występuje sześć lokalnych stopni swobody oraz istotnie niesymetryczny tensor napięć mechanicznych.

Praca referowana przez L. SOLARZA (Warszawa), a wykonana wspólnie z S. KALISKIM, jest kontynuacją uprzednich prac autorów, w których rozpatrywano flatter płyty opływanej gazem o doskonałej przewodności elektrycznej w pierwotnym polu magnetycznym. W referowanej pracy uwzględniającej skończoną przewodność elektryczną gazu rozważono w dalszym ciągu drgania płyty opływanej w przypadku, gdy pole magnetyczne jest skierowane prostopadłe do płaszczyzny płyty. Z przeprowadzonej analizy liczbowej bardzo złożonego równania częstości wynika, że skończona przewodność gazu nie ma w tym przypadku istotnego wpływu na charakter drgań; pozostają one nadal tłumione przy dowolnie dużych prędkościach opływu.

Uzyskane wyniki znaleźć mogą zastosowanie w teorii plazmowodów i innych układów sprężystych opływanych zjonizowanym gazem.

Z. DŻYGAŁO (Warszawa) zreferował pracę rozpatrującą drgania samowzbudne powłoki walcowej opływanej gazem. Powłoka ta jest wycinkiem zamkniętego walca kołowego, który na pozostałej części obwodu jest nieodkształcalny. W takim przypadku występuje sprzężenie między drganiami powłoki i opływem nie tylko w kierunku osiowym, pokrywającym się z kierunkiem opływu, lecz również w kierunku obwodowym (sprężenie poprzeczne).

W pracy tej zbadano wpływ sprzężenia poprzecznego na postać drgań oraz na wartość parametrów krytycznych stosując ściśłą (zlinearyzowaną) teorię opływu. Uzyskane wyniki porównano z zależnościami otrzymanymi po zastosowaniu asymptotycznego wyrażenia na różnicę ciśnień (przybliżenie tłokowe), nie uwzględniającego sprzężenia poprzecznego. Stwierdzono, że sprzężenie to ma istotny wpływ na parametry krytyczne przy umiarkowanych wartościach liczby Macha.

W pracy przedstawionej przez J. KACPRZYŃSKIEGO (Warszawa) podano metodę rozwiązania dynamicznego problemu ściętego stożka sprężystego. Rozwiązanie uzyskano metodą perturbacyjną traktując obszar stożka jako obszar walcowy z małym zaburzeniem. Otrzymuje się w ten sposób rozwiązanie w postaci nieskończonego szeregu funkcji własnych obszaru niezaburzonego. Współczynniki tego szeregu wyznacza się drogą rozwiązania nieskończonego układu liniowych równań algebraicznych. Podano przykład rozwiązania problemu brzegowego z warunkami przemieszczeniowymi typu Sommerfelda, a uzyskane wyniki porównano z wynikami otrzymanymi metodą perturbacyjną.

4. Pośród tradycyjnej już tematyki prac poświęconych teorii plastyczności i teorii ośrodków sprężysto-lepkich główne miejsce zajęła praca W. OLSZAKA (Warszawa) i Z. BYCHAWSKIEGO (Kraków), dotycząca kryterium zniszczenia w takich ośrodkach. Kryterium to umożliwiła przewidywanie wytrzymałości czasowej lub czasu zniszczenia materiałów lepko-sprężystych. Koncepcja M. REINERA uplastycznienia materiałów sprężystych przy maksymalnej wielkości energii sprężystej nagromadzonej w ciele nie obejmuje wielu przypadków ciał bardziej złożonych. Na przykład w warunkach pełzania zniszczenie materiału obserwuje się po upływie dostatecznie dużego czasu już przy naprężeniach niższych od granicy sprężystości. Biorąc pod uwagę całkowitą ilość energii doprowadzonej do ciała autorzy przyjęli, że zniszczenie w warunkach pełzania następuje przy określonej granicznej wartości pewnej kombinacji energii sprężystej i energii rozproszonej. W oparciu o to założenie sformułowano kryterium zniszczenia materiałów sprężysto-lepkich i zastosowano je do różnych przypadków modeli reologicznych.

Z. Mróz (Warszawa) w pracy pt. «Niestowarzyszone prawa płynięcia plastycznego» odstąpił od powszechnie przyjmowanego, stowarzyszonego z warunkiem plastyczności prawa płynięcia, nie potwierdzonego w zupełności przez badania doświadczalne. Opierając się na twierdzeniu o jednoznaczności rozwiązania zagadnienia brzegowego przy danych prędkościach sił powierzchniowych i przemieszczeń na powierzchni ograniczającej ciało zbadano możliwość zbudowania praw płynięcia, w których wektor plastycznego płynięcia zmienia swój kierunek przy zmianie kierunku wektora prędkości naprężenia. Dla ciał ze wzmocnieniem odstąpiono od zasady prostopadłości wektora prędkości odkształcenia do powierzchni płynięcia i rozważono przypadek prawa płynięcia, w którym «potencjał plastyczny» nie pokrywa się z warunkiem plastyczności. Zbadano problem, dla jakich funkcji wzmocnienia można stosować warunki plastyczności Coulomba-Treski oraz prawa płynięcia wynikające z warunku Hubera-Misesa, określającego potencjał plastyczny.

J. RYCHLEWSKI zajął się rozwiązaniem za pomocą szeregów potęgowych zagadnienia brzegowego Cauchy'ego dla hiperbolicznego układu równań równowagi plastycznej ośrodka niejednorodnego, znajdującego się w płaskim stanie odkształcenia. W pracy tej rozważono również przypadek niejednorodności nieanalitycznej. Proponowaną metodę zastosowano do zagadnień granicznej niejednorodnego ośrodka syckiego.

Quasi-statyczny problem dla kuli grubościennnej wykonanej z materiału sprężysto-lepko-plastycznego był tematem pracy T. WIERZBICKIEGO (Warszawa). Autor przyjął za podstawę uogólniony, czteroparametrowy model ciała Bingham'a i wykorzystał związki fizyczne wyprowadzone przez FREUDENTHALA. Rozpatrzono przypadki, gdy na wewnętrznej powierzchni kuli dane jest

ciśnienie lub przemieszczenie; zbadano wpływ czasu oraz lepkości sprężystej i plastycznej na przebieg naprężeń i przemieszczeń.

Z. BYCHAWSKI (Kraków) rozpatrzył zagadnienie wyboczenia powłoki walcowej wykonanej z materiału posiadającego własności sprężysto-lepkie, obciążonej jednostajnie rozłożonymi siłami ściskającymi, działającymi w kierunku tworzących. Przy założeniu, że ugięcia powłoki są duże w porównaniu z jej grubością, wyprowadzono układ dwóch równań różniczkowych czwartego rzędu, który — łącznie z warunkami brzegowymi — określa funkcję ugięcia i funkcję naprężeń. Rozwiązanie tego układu równań uzyskano stosując metodę Galerkiną.

Problemom teorii plastyczności i reologii poświęcone były referaty trzech gości zagranicznych konferencji. N. CRISTESCU (Rumunia) mówił o drganiach strun wykonanych z materiału sprężysto-plastycznego. Referat Z. SOBOTKI (CSRS) dotyczył reologii materiałów nieliniowych ze zmiennymi parametrami, a tematem pracy M. PREDELEANU (Rumunia) było całkowanie dynamicznych równań ciał lepko-sprężystych.

Nieco odrębną tematykę reprezentował referat J. LITWINISZYNA (Kraków). Autor, kontynuując prowadzone od wielu lat badania nad mechaniką ośrodków sypkich, przedstawił pracę omawiającą pewne zagadnienia nieliniowe związane z takimi ośrodkami.

5. Grupę prac z dziedziny teorii plastyczności, poświęconą zagadnieniom nośności granicznej, zapoczątkował na konferencji Ju. R. LEPIK (Estońska SRR) pracą pt. «Nośność graniczna niejednorodnych płyt i powłok». Zakładając niejednorodność typu warstwowego lub ciągłego wzdłuż grubości powłoki autor wyraził wszystkie siły uogólnione za pomocą parametrów charakteryzujących niejednorodność oraz zbudował odpowiednie warunki utraty nośności granicznej.

A. SAWCZUK (Warszawa) i M. DUSZEK (Warszawa) podjęli próbę zbadania wpływu sił poprzecznych na nośność graniczną sztywno-plastycznych płyt kołowych. W pracy tej przedyskutowano jakościowy wpływ sił poprzecznych na nośność graniczną płyt stosując graniczną powierzchnię tzw. ograniczonego współdziałania naprężeń normalnych i stycznych. Korzystając następnie ze stowarzyszonego prawa płynięcia zbudowano powierzchnię graniczną dla płyt z materiału Hubera-Misesa. Pracę zilustrowano wykresami przedstawiającymi wpływ sił poprzecznych na nośność graniczną w zależności od geometrycznych parametrów płyty.

Jedno z nielicznych efektywnych rozwiązań w teorii powłok plastycznych uzyskał J. RYCHLEWSKI (Warszawa) w pracy pt. «Nośność graniczna powłok helikoidalnych». Autor rozważył powłokę o kształcie prostej helikoidy (powierzchni śrubowej) przy założeniu, że obciążenie działa prostopadłe do powłoki i zależy tylko od odległości od osi. Przedyskutowano związki fizyczne dla powłok plastycznych odniesione do dowolnej niekrzywiznowej parametryzacji. Zlinearyzowana w przestrzeni sił powierzchnia graniczna pozwoliła autorowi uzyskać rozwiązania w postaci zamkniętej.

Z. MRÓZ i SUJ BUN-JE (Warszawa) zaproponowali nową metodę określania nośności granicznej płaskich powłok osiowo-symetrycznych. Opierając się na warunku Coulomba-Treski dla powłok płaskich autorzy otrzymali równanie powierzchni płynięcia, która dla pewnych stanów naprężeń pokrywa się z powierzchnią płynięcia dla powłok osiowo-symetrycznych, w pozostałym zaś obszarze leży na zewnątrz tej powierzchni. Uzyskano kompletne rozwiązanie dla kilku typów powłok kulistych, obciążonych ciśnieniem promieniowym lub siłami skupionymi. Dla powłok płaskich otrzymano rozwiązanie ścisłe, zaś w pozostałych przypadkach oceniono górną i dolną granicę wartości nośności granicznej.

W pracy pt. «Stan sprężysto-plastyczny powłoki walcowej przy obciążeniu pierścieniem sił» A. KÖNIG (Warszawa) postawił sobie za cel określenie odkształceń powłoki oraz zasięgu strefy uplastycznionej dla obciążenia mniejszego niż graniczne. Rozwiązanie otrzymano dla materiału idealnie sprężysto-plastycznego, spełniającego warunek plastyczności Hubera-Misesa. Dla przypadku powłoki warstwowej zbudowano zamkniętą postać wyrażen na siły wewnętrzne i odkształcenia. Przedyskutowano także wpływ wzmocnienia izotropowego na związki między odkształceniami i przemieszczeniami powłoki.

Ostatnią pracą dotyczącą teorii powłok z materiałów sprężysto-plastycznych była praca J. MURZEWSKIEGO (Kraków) pt. «Wpływ załomów plastycznych na stateczność ogólną żebrowa-

nych powłok walcowych przy zginaniu». Autor rozważył pewien możliwy mechanizm zniszczenia powłoki walcowej uszytnionej poprzecznymi żebrami i ściskanej osiowo, polegający na utworzeniu się uplastycznionego załomu. Wyniki tej analizy zostały skonfrontowane z wynikami, jakie otrzymuje się w tym przypadku na drodze energetycznej przy odkształceniach czysto sprężystych.

6. Następną grupą prac przedstawionych na konferencji krynickiej dotyczyła zagadnień statyki i dynamiki układów prętowych.

G. LÖBEL (NRD) zajął się określeniem kształtu pierwotnego belek przy danej z góry linii skończonych ugięć sprężystych. Pomijając wpływ ścinania belki na kształt tej linii ugięcia autor zaproponował półgraficzną metodę wyznaczania współrzędnych osi belki nieodkształconej.

Z. WASZCZYŹYŃ oraz J. ORKISZ (Kraków) w swoich pracach zaproponowali nowe metody obliczania belek poddanych dużym ugięciom sprężysto-plastycznym. Pierwsza praca dotyczyła obliczania belek o osi odkształcalnej, opartych na podporach nieprzesuwnych. Referat J. ORKISZA dotyczył obliczania dużych ugięć belek o dowolnych przekrojach poprzecznych za pomocą właściwego doboru zaproponowanych przez autora tzw. wielopunktowych przekrojów zastępczych. Równania skończonych ugięć sprężysto-plastycznych są w przypadku przekrojów wielopunktowych liniowe względem momentu zginającego i siły podłużnej, ale oczywiście stają się nieliniowe po podstawieniu efektywnych wzorów na moment zginający. Stopień trudności ich rozwiązania jest taki sam jak przy analizie ugięć sprężystych, co stanowi zasadnicze osiągnięcie pracy.

Problemowi złożonych obciążeń prętów poświęcono dwie prace. ST. PIECHNIK (Kraków) przedstawił pracę «Złożone obciążenia prętów w teorii pelzania». Praca ta została w większej części wykonana w Sztokholmie pod kierunkiem prof. ODQVISTA. W oparciu o prawo pelzania Odqvista wyprowadzono w niej ogólne przemieszczeniowe równanie różniczkowe zagadnienia, obejmujące jednocześnie zginanie, skręcanie i rozciąganie prętów. Podano kilka rozwiązań uzyskanych metodą małego parametru przy założeniu małego udziału zginania wobec skręcania, małego udziału skręcania wobec rozciągania itd.

M. WNUK (Kraków) w referacie pt. «Skręcanie i rozciąganie prętów w zakresie sprężysto-plastycznym i przy pelzaniu» rozpatrywał pręty o dowolnym przekroju. Metodą małego parametru rozwiązał on przypadek sprężysto-plastyczny i wyznaczył granicę międzystrefową; przypadek nieliniowego pelzania został rozwiązany wspólnie z ST. PIECHNIKIEM. Krzywe graniczne oszacowano następnie w oparciu o twierdzenia wariacyjne teorii plastyczności. Zwrócono również uwagę na sprężysto-plastyczne wyboczenie prętów jednocześnie ściskanych i skręcanych.

M. KRAJEWSKA (Kraków) w pracy «Sprężysto-plastyczne zginanie prętów zakrzywionych o przekroju dwuteowym jako zagadnienie dwuwymiarowe» podaje przybliżoną metodę analizy takich prętów w zakresie sprężystym i plastycznym. Stan naprężenia w środku potraktowano jako zagadnienie płaskie, powierzchnię pólek skupiono w środku ich ciężkości, przy czym w zakresie sprężystym uwzględniono redukcję szerokości współpracującej w oparciu o techniczną teorię powłok. Poświęcono uwagę kształtowaniu przekroju ze względu na największą nośność przy danej powierzchni przekroju i danym promieniu krzywizny osi.

7. Poza pracami zajmującymi się kształtowaniem i obliczaniem układów prętowych w zakresie sprężysto-plastycznym przedstawiono na konferencji także kilka referatów dotyczących czysto sprężystych układów prętowych oraz powłok sprężystych.

Praca M. ŻYCKOWSKIEGO (Kraków) «Stateczność ścianek spiralnych wymienników ciepła» dotyczyła stateczności powłok walcowych wzmocnionych punktowo kółkami rozporowymi. Celem pracy było ustalenie optymalnego rozkładu kółków, zapewniającego ich minimum przy danym ciśnieniu krytycznym. Z uwagi na małą zmienność krzywizny spirali w obrębie zwoju wykorzystano teorię stateczności walcowych powłok kołowych. Zasadniczym obciążeniem powłoki jest ciśnienie promieniowo-ściskające. Ponieważ w tym przypadku różnice między górnym a dolnym ciśnieniem krytycznym (liniową i nieliniową teorią stateczności) nie są zbyt wielkie, wykorzystano więc prostszą teorię liniową zwiększając odpowiednio współczynnik bezpieczeństwa. Zbadano trzy możliwe schematy zniszczenia i podano wzory na najlepszy i «lokalnie najgorszy» rozkład kółków. Podano również bezpośrednie wzory na grubość powłoki przy danym rozkładzie kółków.

M. ŻYCZKOWSKI i W. KRZYŚ w referacie pt. «Kształtowanie prętów skręcanych i zginanych przy uwzględnieniu warunków stateczności» podali po przeprowadzeniu pewnej ogólnej klasyfikacji problemów kształtowania wytrzymałościowego metodę optymalnego «kształtowania parametrycznego». Terminem tym określono problem pośredni między kształtowaniem i wymiarowaniem, mianowicie dobór kształtu przez ustalenie optymalnej wartości skończonej liczby parametrów. Jest to problem minimum funkcji kilku zmiennych z warunkami pobocznymi w postaci nierówności słabych. Podano dwa przykłady dotyczące cienkościennych prętów o przekroju skrzynkowym. Problemy te rozwiązano w zakresie sprężystym i sprężysto-plastycznym.

W. K. NOWACKI i S. WOROSZYŁ (Warszawa) przedstawili pracę omawiającą problem drgań wymuszonych belki składanej z uwzględnieniem efektów nieliniowych, pochodzących od luzów w złączach. Zagadnienie to rozwiązano w oparciu o metodę Rayleigha z liniowo i nieliniowo określoną postacią drgań. Tak postawiony problem prowadzi do liniowego równania różniczkowego ruchu o zmiennych współczynnikach. Podano równanie na obliczenie współczynnika dla obu przypadków z liniowo i nieliniowo określoną postacią drgań. W przykładach przedstawiono wpływ luzów na współczynnik dynamiczny belki.

W. GUTKOWSKI (Warszawa) w referacie pt. «Wybrane zagadnienia segmentowych układów prętowych» stosując metody rachunku różnicowego zajął się statyką i statecznością pewnych typów przestrzennych układów prętowych, takich jak ruszty przestrzenne, maszty itp. Praktyczne wykorzystanie wyników pracy uzależnione jest od technicznych możliwości rozwiązywania układów równań o dużej liczbie niewiadomych.

Praca Z. TERESZKOWSKIEGO (Warszawa) dotyczyła zagadnienia zwichrzenia belki pod dowolnym obciążeniem przy założeniu, że jedna z krawędzi belki, dzięki częściowemu przytwierdzeniu jej do podłoża, nie ma możliwości przesuwu w kierunku prostopadłym do płaszczyzny obciążenia.

Grupę prac poświęconych teorii i metodom obliczania powłok sprężystych otwiera R. DĄBROWSKI (Gdańsk) dwoma referatami, zatytułowanymi «Równanie typu Donnella dla ortotropowych powłok walcowo-kolistych» oraz «Obliczanie sklepień walcowo-kolistych według przybliżenia Schorera». W pierwszej pracy autor zajął się obliczaniem powłok walcowych o ortotropii technicznej, wynikającej z gęstego uzebrowania. Mając na uwadze w szczególności powłoki stosowane przy zamknięciach wodnych, autor — w oparciu o założenia Donnella — wyprowadza przybliżone równanie różniczkowe takich powłok i przeprowadza dyskusję ich rozwiązania za pomocą szeregów nieskończonych.

W drugiej pracy, tematycznie zbliżonej do poprzedniej, autor uzasadnia przydatność do celów praktycznych mało u nas znanej metody obliczania sklepień walcowych, opartej na przybliżeniu Schorera. W celu ułatwienia dość żmudnych operacji liczbowych, związanych z tą metodą, autor opracował zbiór tablic pomocniczych.

W pracy pt. «Analiza przecinających się powłok walcowych» J. SOBIESZCZAŃSKI (Warszawa) zajął się zagadnieniem wpływu załomów na stan odkształceń i naprężeń w powłokach. Proponowany przez autora sposób postępowania, oparty na metodzie kollokacji, wymaga — ze względu na charakter obliczeń — stosowania matematycznych maszyn cyfrowych.

S. ŁUKASIEWICZ (Warszawa) w swoim referacie podał wyprowadzenia równań teorii powłok o podwójnej krzywiznie, które posiadają budowę podobną do równań technicznej teorii Własowa różniąc się od nich jedynie uwzględnieniem pewnego współczynnika zależnego od promieni krzywizny. Dokładność tych równań sprawdzono porównując je z równaniami Flüggego dla powłoki walcowej. Okazuje się, że dokładność ta jest lepsza niż w przypadku stosowania równań teorii technicznej Własowa, zwłaszcza dla powłok silnie zakrzywionych.

H. FRĄCKIEWICZ (Warszawa) przedstawił analizę modeli ortotropii konstrukcyjnej powłok cylindrycznych, a następnie wyprowadził równanie dla takich powłok o ortotropii ciągłej. Na podstawie analizy pierwiastków równania charakterystycznego określił on obszary stosowalności uzyskanych równań i przeprowadził porównanie z równaniami podanymi przez innych autorów.

J. KAPKOWSKI (Warszawa) rozważał od strony teoretycznej zagadnienie kształtowania tarcz płaskich, znajdujących się w płaskim stanie naprężenia, na równomierną wytrzymałość, spraważając ten problem do rozwiązania pewnych układów równań różniczkowych. Bardziej szczegóło-

wym zagadnieniem zajął się J. STUPNICKI (Warszawa) rozważając sposób uproszczony obliczania wytrzymałości kolnierzy rur eliptycznych.

8. Na zakończenie przejdziemy do omówienia prac o charakterze bądź to czysto doświadczalnym, bądź też w znacznej mierze opartych na badaniach eksperymentalnych.

Wśród prac doświadczalnych z zakresu teorii plastyczności należy wymienić pracę W. SZCZEPIŃSKIEGO (Warszawa), poświęconą doświadczalnej analizie wpływu wstępnych odkształceń plastycznych na warunek plastyczności. Autor poddawał płaskie próbki ze stopu aluminium rozciąganiu w różnych kierunkach. Próbki te poddano uprzednio wstępnym, dość znacznym odkształceniom trwałym. Wyniki badań wykazały, że granica proporcjonalności materiału wstępnie odkształconego jest silnie anizotropowa. Anizotropia ta jednak szybko się zmniejsza po dodatkowych, małych odkształceniach plastycznych próbki. Praca objęła również doświadczalne sprawdzenie istnienia tzw. «rogu» w powierzchni plastyczności; otrzymano odpowiedź negatywną.

W kolejnej pracy J. KLEPACZKO i J. LITOŃSKI (Warszawa) zbadali doświadczalnie wpływ odkształceń plastycznych przy jednoosiowym rozciąganiu na własności sprężyste mosiądzu i stali. Stwierdzono m.in., że względne zmiany modułów sprężystości podłużnej dla mosiądzu nie przekraczają 2,5%. Porównano otrzymane wyniki z wynikami innych badaczy.

Z. MENDERA i J. MURZEWSKI (Kraków) zaproponowali półempiryczną metodę określania powierzchni granicznych dla stali i innych materiałów elasto-plastycznych. Na podstawie analizy licznych danych doświadczalnych i teoretycznych w zakresie naprężeń granicznych stali i żeliwa autorzy zbudowali nowe wzory interpolacyjne na powierzchni plastyczności stali i żeliwa. Określono odpowiednie wartości współczynników empirycznych.

Nieco odmienną tematykę reprezentowały prace przedstawione przez M. L. WILLIAMS (USA) i Z. PAWŁOWSKIEGO (Warszawa). Pierwszy z tych autorów omawiał wyniki oryginalnych badań przeprowadzonych w laboratoriach Kalifornijskiego Instytutu Technologicznego nad mechanizmem zniszczenia materiałów lepkosprężystych o charakterze polimerów. Z. PAWŁOWSKI zajął się interesującym zagadnieniem współzależności między współczynnikiem tłumienia drgań wysokiej częstotliwości w niektórych metalach a pewnymi parametrami mechanicznymi, takimi jak np. wytrzymałość zmęczeniowa, naprężenie itp. Na podstawie referatu wydaje się, że pomiar współczynnika tłumienia może istotnie dostarczyć w pewnych przypadkach interesujących informacji na temat sił wewnętrznych i wytrzymałości materiałów konstrukcyjnych.

Problemowi doświadczalnej analizy naprężeń poświęcone były trzy prace. Z. ORŁOŚ (Warszawa) zajmuje się od pewnego czasu stosowaniem tzw. półtrepanacyjnej metody badania naprężeń, polegającej na częściowym nacinaniu elementu konstrukcyjnego, znajdującego się w stanie naprężenia, i na tensometrycznym pomiarze powstających przy tym dodatkowych odkształceń. Na konferencji krynickiej autor omawiał zastosowanie tej metody do badania stanu naprężeń własnych.

Dwaj ostatni autorzy, R. DOROSZKIEWICZ i B. MICHALSKI (Warszawa), zajmują się metodami elasto-optycznymi. Pierwszy z nich omawiał zastosowanie żelu żelatynowego i żywicy epoksydowych w elasto-optyce na podstawie przeprowadzonych przez siebie badań. Referat zawierał dyskusję pewnych trudności technologicznych związanych ze stosowaniem tych materiałów oraz sposobem ich uniknięcia, jak również wyniki badań stanu naprężenia w zaporze typu grawitacyjnego. B. MICHALSKI zaproponował w swoim referacie pewną nową metodę ekstrakcji wyników pomiarów elasto-optycznych z krawędzi do punktów wewnętrznych modelu.