

# PENGEMBANGAN MODEL DASAR EOQ DENGAN INTEGRASI PRODUKSI – DISTRIBUSI UNTUK PRODUK DETERIORASI DENGAN KEBIJAKAN *BACKORDER* (Studi Kasus Pada UD. Bagus Agrista Mandiri, Batu)

Siti Aisyah<sup>1</sup>, Sobri Abusini<sup>2</sup>, Marsudi<sup>3</sup>

<sup>1,2,3</sup>Fakultas MIPA, Jurusan Matematika Universitas Brawijaya  
Jl. Veteran 2 Malang 65145

Email : aisyah\_rasyid84@yahoo.com, sobri@ub.ac.id, marsudi61@ub.ac.id

## ABSTRAK

Model persediaan digunakan untuk menentukan kebijakan mengawasi tingkat persediaan. Oleh sebab itu keberadaan persediaan perlu dikelola dengan baik sehingga diperoleh kinerja yang optimal. Penelitian ini bertujuan untuk menghasilkan model integrasi produksi – distribusi untuk produk deteriorasi dengan kebijakan *backorder*. Model persediaan *Economic Order Quantity* (EOQ) Single Item digunakan sebagai dasar pengembangan model. Algoritma pencarian solusi model dibuat untuk mendapatkan solusi dari model. Selain itu pada bagian akhir diberikan studi kasus implementasi model di UD. Bagus Agrista Mandiri, Batu.

**Kata kunci** : Model Persediaan EOQ, *backorder*, deteriorasi

## PENDAHULUAN

Dalam melakukan pengelolaan persediaan, jenis barang atau produk juga harus menjadi perhatian dalam menentukan kebijakan yang optimal. Hal ini disebabkan tidak semua jenis produk atau barang dapat tahan lama selama dalam persediaan sehingga dapat menimbulkan kerugian bagi pemasok atau pembeli. Barang yang mengalami deteriorasi tersebut antara lain produk makanan, *gasoline*, obat-obatan, bank darah, dan bahan makanan. Bentuk deteriorasi yang terjadi bermacam-macam, seperti *damage*, *spoilage* atau *drynase*.

Penelitian pengendalian persediaan dengan mempertimbangkan deteriorasi juga telah banyak dilakukan. Su dan Lin (2001) mengembangkan model persediaan produksi dengan mempertimbangkan laju produksi tergantung *demand* dan tingkat persediaan. Wee dan Law (1999) mengembangkan model persediaan produksi dengan mempertimbangkan nilai waktu dan uang. Wu (2001) mengembangkan model persediaan dengan laju permintaan tipe *ramp* dan mengijinkan partial *backorder*.

Penelitian model JELS untuk produk yang mengalami deteriorasi masih sedikit dan tidak mengijinkan *shortage*, yang merupakan konsekuensi ekonomi dari pesanan yang tidak terpenuhi dan akan dipenuhi kemudian. *Shortage* pada pembeli akan mengakibatkan dampak munculnya biaya *backorder* dan resiko ketidakpastian konsumen yang dapat berakibat pada kerugian jangka panjang. Namun, dalam situasi di mana biaya *backorder* memang ada dan

dapat ditentukan, sebuah manfaat ekonomi dapat dilakukan dengan mengizinkan *stockouts* terjadi (Tersine, 1994). Dengan memungkinkan *stockouts*, kelebihan permintaan akan dilakukan dengan *backorder* dan dipenuhi dengan pengiriman berikutnya. Oleh karena itu penulis ingin mengembangkan model integrasi produksi-distribusi untuk produk yang mengalami deteriorasi dengan kebijakan *backorder* yang dipenuhi dengan pengiriman berikutnya sehingga produk di persediaan menjadi lebih sedikit dan, dan menghasilkan biaya persediaan yang lebih rendah.

Pertanyaan penelitian yang akan dijawab dalam penelitian ini adalah: 1) Bagaimana mengembangkan model dasar EOQ untuk produk yang mengalami deteriorasi (penurunan nilai setelah waktu tertentu) dengan kebijakan *Backorder?*, dan 2) Bagaimana implementasi dan analisis sensitivitasnya dari model yang dihasilkan?

## METODE PENELITIAN

### A. Formulasi Model

#### 1. Notasi

Notasi-notasi yang digunakan dalam formulasi model matematis ini adalah sebagai berikut:

- a. Notasi untuk rantai pasok
  - N = jumlah pengiriman persiklus produksi
  - Q = ukuran produksi per *batch* (unit)
  - T = total waktu siklus (waktu)
  - q = ukuran pengiriman (unit)
  - $\theta$  = laju deteriorasi
  - $C_d$  = biaya deteriorasi per unit (Rp)

- b. Notasi untuk pembeli  
 $D$  = laju permintaan (unit/waktu)  
 $A$  = biaya pesan (Rp/pesan)  
 $H_b$  = biaya simpan (Rp/unit/waktu)  
 $F$  = biaya tetap transportasi (Rp)  
 $V$  = biaya variabel transportasi per unit (Rp)  
 $S_{buy}$  = luasan dibawah kurva persediaan pembeli  
 $J$  = ukuran stockout (unit)  
 $K$  = biaya *backorder* (Rp/unit/waktu)

- c. Notasi untuk pemasok  
 $P$  = Laju produksi (unit/waktu)  
 $C$  = biaya setup per siklus *batch* produksi (Rp/setup)  
 $H_s$  = biaya simpan persediaan (Rp/unit/waktu)  
 $S_{sup}$  = luasan dibawah kurva persediaan pemasok

**2. Asumsi – asumsi**

- Situasi deterministik tetap dan diketahui oleh pembeli dan pemasok.
- Laju item deteriorasi adalah konstan
- $P > D$ .
- Biaya transportasi dan biaya *handling* ditanggung oleh pembeli.
- Biaya item deteriorasi adalah konstan.
- Biaya *backorder* adalah tetap
- Tidak terjadi *lost sale*, permintaan yang tidak terpenuhi akan dilakukan *backorder*.
- Semua parameter biaya yang terkait dengan inventori dan produksi adalah diketahui dan tetap.
- Pemenuhan untuk *backorder* dilakukan seketika.

**PEMBAHASAN**

**A. Model Matematik**

Total biaya sistem ( $TC_{syst}$ ) merupakan penjumlahan dari biaya – biaya yang dikeluarkan oleh pembeli ( $TC_B$ ) dan biaya – biaya yang dikeluarkan oleh pemasok( $TC_S$ ).

**1. Model biaya yang dikeluarkan oleh pembeli**

Biaya – biaya yang dikeluarkan pembeli:

- Biaya pesan pembeli per periode =  $A / T$
- Biaya simpan pembeli per periode =  $\frac{H_b S_{buy}}{T}$
- Biaya transportasi =  $NF + \frac{VNq}{T}$
- Biaya kekurangan pembeli =  $KZ$
- Biaya deteriorasi pembeli =  $\frac{C_d \theta S_{buy}}{T}$

Di mana :

$$T = \frac{2Nq}{2D + \theta q} \quad (1)$$

$$Z = \frac{J^2 N}{2Q} = \frac{J^2}{2q} \quad (2)$$

Jadi total biaya yang dikeluarkan pembeli adalah:

$$TC_B = \frac{A}{T} + \frac{H_b S_{buy}}{T} + \frac{NF + VNq}{T} + \frac{C_d \theta S_{buy}}{T}$$

$$TC_B(q, N, J) = \left( \frac{D}{Nq} + \frac{\theta}{2N} \right) (A + NF + VNq) + \left( \frac{q}{2} - J + \frac{J^2}{2q} \right) (H_b + C_d \theta) + K \frac{J^2}{2q}$$

**2. Model Biaya Yang Dikeluarkan Pemasok**

Biaya – biaya yang dikeluarkan pemasok:

- Biaya *setup* pemasok per periode =  $C/T$
- Biaya simpan pemasok per periode =  $H_s S_{sup}/T$
- Biaya deteriorasi pemasok =  $\frac{C_d \theta S_{sup}}{T}$

Di mana:

$$S_{sup} = \frac{y}{\theta} = qT \left( \frac{D}{P} - \frac{1}{2} + \frac{N}{2} - \frac{DN}{2P} \right) \quad (3)$$

Jadi total biaya pemasok adalah:

$$TC_S = \frac{C}{T} + \frac{H_s S_{sup}}{T} + \frac{C_d \theta S_{sup}}{T}$$

$$TC_S(q, N) = (H_s + C_d \theta) q \left( \frac{D}{P} - \frac{1}{2} + \frac{N}{2} - \frac{DN}{2P} \right)$$

**3. Model Integrasi Pemasok - Pembeli**

$$TC_{Syst}(q, N, J) = TC_B + TC_S$$

$$TC_{Syst}(q, N, J) = \frac{1}{T} (A + NF + VNq + C) + X_b (H_b + C_d \theta) + KZ + (H_s + C_d \theta) q \left( \frac{D}{P} - \frac{1}{2} + \frac{N}{2} - \frac{DN}{2P} \right) \quad (4)$$

**B. Solusi Model**

Hitung nilai optimal dari  $q, N$  dan  $J$  dengan menurunkan  $TC_{Syst}(q, N, J)$  terhadap  $q, N$  dan  $J$  sama dengan nol, sehingga didapat:

$$q^* = \sqrt{\frac{2D(A+C+NF)}{N[(H_b+C_d\theta)+(H_s+C_d\theta)\left\{\frac{(2-N)D}{D}+N-1\right\}+\theta V-\frac{(H_b+C_d\theta)^2}{(H_b+C_d\theta+K)}}]} \quad (5)$$

$$J^* = \frac{(H_b+C_d\theta)q}{(H_b+C_d\theta+K)} \quad (6)$$

$$N^* = \sqrt{\frac{(2D+\theta q)(A+C)P}{(H_s+C_s\theta)+q^2(P-D)}} \quad (7)$$

Untuk  $N = 1$  (batas bawah),  $q$  akan menjadi batas atas sehingga

$$q^* \leq \sqrt{\frac{2DP(A+C+NF)}{P(H_b+C_d\theta)+D(H_s+C_d\theta)+\theta VP-PB^2(H_b+C_d\theta+K)}}$$

Ketika  $N$  meningkat, maka nilai  $q$  menurun sehingga dari persamaan (5) didapatkan

$$q^* \geq \sqrt{\frac{2DP(A+C+NF)}{[(H_b+C_d\theta)+\theta V][2D+N(P-D)]N}}$$

Ketika  $N > 1$  hal ini membuat persamaan (7) menjadi

$$1 \leq N \leq N_u = \frac{(H_b+C_d\theta)+\theta V}{F} + \sqrt{\frac{2D[(H_b+C_d\theta)\theta V]+\theta(A+C)P}{(H_s+C_d\theta)(P-D)}} \quad (8)$$

**C. Implementasi Model**

Sebagai implementasi model, digunakan data yang diambil dari UD. Bagus Agrista Mandiri

Batu dimana perhitungan dilakukan dengan bantuan *software* matlab dengan  $\theta = 0 - 0.2$ .

**Tabel 1.** Nilai Parameter

Keterangan	Nilai
Biaya Deteriorasi ( $C_d$ )	Rp 1.500.000
Laju Produksi ( $P$ )	486 unit
Biaya Setup ( $C$ )	972.000 / batch
Biaya Simpan Pemasok ( $H_s$ )	Rp 800 / unit
Biaya kekurangan ( $K$ )	Rp 1.500.000
Jumlah permintaan ( $D$ )	443 unit
Biaya pesan pembeli ( $A$ )	Rp 15.000/pesan
Biaya simpan pembeli ( $H_b$ )	Rp 900 / unit
Biaya transportasi ( $F$ )	Rp 1.500.000
Biaya variabel ( $V$ )	Rp 100 / unit

Hasil perhitungan pada Tabel 2 integrasi pemasok pembeli dengan *backorder* untuk  $\theta = 0.1$  diperoleh:

- Ukuran lot pengiriman ( $q^*$ ) = 82
- Jumlah pengiriman ( $N^*$ ) = 3
- Ukuran *stock out* ( $J^*$ ) = 41
- Ukuran *batch* produksi ( $Q$ ) = 248
- Waktu siklus pemesanan ( $T$ ) = 201 hari
- Total biaya sistem ( $TC_{syst}$ ) = Rp19.831.284

### Perbandingan Hasil Perhitungan Model Integrasi dengan dan Tanpa *Backorder*

Dari Tabel (3) dan (4) di bawah ini diperoleh bahwa ketika laju deteriorasi meningkat, ukuran produksi optimal ( $Q$ ) dan waktu siklus ( $T$ ) menurun. Hal ini tentu tidak diharapkan karena ketika laju deteriorasi meningkat akan mengakibatkan turunnya ukuran produksi yang berhubungan dengan waktu siklus dapat mengurangi keuntungan dalam sistem *supplychain*

**Tabel 2.** Perhitungan Integrasi Pemasok Pembeli

$\theta$	$N^*$	$q^*$	$J^*$	$T$	$Q$	$TC_{syst}$
0.1	1	102	51	83	103	21.817.356
	2	88	44	144	178	20.124.975
	<b>3</b>	<b>82</b>	<b>41</b>	<b>201</b>	<b>248</b>	<b>19.831.284</b>
	4	78	39	255	315	19.908.353
	5	75	38	306	379	20.132.754
	6	73	37	358	443	20.427.088

**Tabel 3.** Hasil perhitungan model integrasi dengan *backorder* untuk  $\theta$  berbeda-beda

$\theta$	0	0.025	0.05	0.075	0.1	0.125	0.150	0.175	0.2
Ukuran <i>batch</i> produksi ( $Q$ )	3672	575	332	281	248	228	210	198	189
Waktu siklus ( $T$ )	3025	469	270	228	201	183	169	159	151
Jum. pengiriman ( $N$ )	4	4	3	3	3	3	3	3	3
B. pengiriman ( $q$ )	918	143	110	93	82	75	69	65	62
Ukuran <i>stockout</i> ( $J$ )	5	29	37	40	41	42	41	41	41
( $TC_{syst}$ )	1730063	10886607	14765958	17563065	19831284	21780169	23514598	25091298	26549758

**Tabel 4.** Hasil Perhitungan Model Integrasi Tanpa *Backorder* untuk  $\theta$  Berbeda

$\theta$	0	0.025	0.05	0.075	0.1	0.125	0.150	0.175	0.2
Ukuran produksi ( $Q$ )	3668	546	390	318	279	246	226	210	199
Total waktu siklus ( $T$ )	3022	447	318	259	226	199	183	170	160
Jumlah pengiriman ( $N$ )	4	4	4	4	4	4	4	4	4
Ukuran pengiriman ( $q$ )	917	136	97	79	69	61	56	52	49
( $TC_{syst}$ )	1732507	11432717	16073868	19652046	22676243	25345276	27760565	29984614	32057737

#### D. Analisis Sensitivitas

Analisis sensitivitas dilakukan dengan merubah nilai parameter pada model. Besar perubahan parameter adalah sebesar 10%, 25%, dan 50% dari nilai parameter pada implementasi

model, sedang laju deteriorasi yang digunakan adalah  $\theta = 0.1$ .

##### 1. Perubahan Biaya Deteriorasi

Dari hasil perhitungan pada Tabel (5) di bawah ini dapat disimpulkan bahwa perubahan

biaya deteriorasi pada sistem *supply chain* ukuran lot dan biaya total sistem. mengakibatkan perubahan yang signifikan pada

**Tabel 5.** Perubahan Biaya Deteriorasi Pemasok

%	Nilai $C_d$	$Q$	$T$	$N$	$q$	$J$	$TC_{syst}$	$\%TC_{syst}$
-50	750000	334	269	3	110	37	14811958	-25.3101
-25	1125000	282	227	3	93	40	17586043	-11.3217
-10	1350000	261	211	3	86	41	18979685	-4.2942
<b>0</b>	<b>1500000</b>	<b>248</b>	<b>201</b>	<b>3</b>	<b>82</b>	<b>41</b>	<b>19831284</b>	<b>0</b>
10	1650000	239	194	3	79	41	20633069	4.0430
25	1875000	227	184	3	75	42	21757213	9.7116
50	2250000	209	169	3	69	41	23468701	18.3418

**2. Perubahan Kekurangan**

Dari hasil perhitungan yang disajikan pada Tabel (6) di bawah ini terlihat perubahan biaya kekurangan memberi pengaruh cukup

besar terhadap ukuran lot pesan maupun terhadap total biaya. Perubahan biaya kekurangan sebesar -50% dari biaya semula mengakibatkan turunnya biaya sebesar 5.4%.

**Tabel 6.** Perubahan Biaya Kekurangan ( $K$ ) Pada Pembeli

% $K$	Nilai $K$	$Q$	$T$	$N$	$q$	$J$	$TC_{syst}$	$\%TC_{syst}$
-50	75000	264	213	3	87	58	18768913	-5.3570
-25	112500	255	206	3	84	48	19382891	-2.2610
-10	135000	252	203	3	83	44	19667188	-0.8275
<b>0</b>	<b>150000</b>	<b>248</b>	<b>201</b>	<b>3</b>	<b>82</b>	<b>41</b>	<b>19831284</b>	<b>0</b>
10	165000	248	201	3	82	39	19978639	0.7430
25	187500	245	198	3	81	36	20173221	1.7242
50	225000	242	196	3	80	32	20442893	3.0841

**3. Perubahan Biaya Transportasi**

Dari hasil perhitungan Tabel (7) di bawah ini dapat dilihat bahwa perubahan biaya transportasi memberi pengaruh cukup besar

terhadap total biaya. Perubahan biaya sebesar 50 % dari biaya transportasi awal menyebabkan perubahan total biaya sebesar 18.8%

**Tabel 7.** Perubahan Biaya Transportasi ( $F$ ) Pengiriman

% $F$	Nilai $F$	$Q$	$T$	$N$	$q$	$J$	$TC_{syst}$	$\%TC_{syst}$
-50	750000	238	193	4	59	30	15033855	-24.1912
-25	1125000	279	226	4	69	35	17639072	-11.0543
-10	1350000	239	194	3	79	40	18999060	-4.1965
<b>0</b>	<b>1500000</b>	<b>248</b>	<b>201</b>	<b>3</b>	<b>82</b>	<b>41</b>	<b>19831284</b>	<b>0</b>
10	1650000	261	211	3	86	43	20630629	4.0307
25	1875000	273	220	3	90	45	21775060	9.8016
50	2250000	298	240	3	98	49	23560875	18.8066

**PENUTUP**

Hasil penelitian menunjukkan ketika laju deteriorasi meningkat maka ukuran produksi menurun sebesar 15.72 % dari produksi semula, tetapi menyebabkan kenaikan total biaya sistem sebesar 18.3%. Sedang untuk peningkatan biaya transportasi perpengiriman mengakibatkan kenaikan total biaya sistem sebesar 18.8% dan menyebabkan ukuran produksi meningkat sebesar 20.16%. Begitu pula perubahan pada biaya *setup* memberikan pengaruh yang signifikan terhadap ukuran lot produksi yaitu meningkat sebesar 32% tetapi pada biaya sistem

hanya meningkat sebesar 3.8%. Untuk penelitian lanjutan model dapat dikembangkan untuk multi produk, multi pembeli, atau multi pemasok. Dan dapat juga dikembangkan dalam manajemen rantai pasok produksi dan distribusi, aspek persediaan dan distribusi.

**DAFTAR PUSTAKA**

- [1] Bhunia, A.K. & Maiti, M. 1998. *Deterministic Inventory Model for Deteriorating items with Finite Rate of Replenishment Dependent on Inventory Level*. Computers & Operations Research. 25 (11), 997.
- [2] Gaither, N. 1992. *Production and Operations Management*, Sixth Edition. New York: Fort Worth Philadelphia Sandiego.
- [3] Goyal, S.K & Giri, B.C. 2001. Recent Trends in Modelling of Deteriorating Inventory. *European Journal of Operational Research*. 134, 1-16.
- [4] Mulyono, S. 1991. *Operation Reseach*. Jakarta: Lembaga Penerbit FE UI
- [5] Rangkuti, F. 2004. *Manajemen Persediaan (Aplikasi di Bidang Bisnis)*. Jakarta: PT. Raja Grafindo Persada.
- [6] Simchi-Levi, D., Kaminsky, P., & Simchi-Levi, E. 2000. *Designing and Managing the Supply Chain*. McGraw-Hill Int. Ed.
- [7] Siswanto. 2007. *Operation Research*. Jilid 1. Jakarta: Erlangga.
- [8] Sukmana, A., & I. Lokman. Model Matematika Sistem Persediaan Dengan Pengadaan Darurat. *Integral*. Vol 10: No 1.
- [9] Tersine, R. J. 1994. *Principle of Inventory and Materials Management*. New Jersey: Prentice Hall.
- [10] Yan, C., Banerjee, A., & Yang L. 2010. An Integrated Production – Distribution Model for A Deteriorating Inventory Item. *International Journal of Production Economics*. Article In Press.