Математические вопросы кибернетики и вычислительной техники 38, 7, 2012.

О методе нахождения точных оценок длин выводов в системах Туэ

С. И. Адян
Математический институт им. В.А.Стеклова РАН
E-mail: sia@mi.ras.ru

В докладе рассматривается систем односторонних подстановок Туэ в алфавите из трех букв

$$\mathbf{\Sigma} = \langle \mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c} \mid \mathbf{a^2} \rightarrow \mathbf{bc},\ \mathbf{b^2} \rightarrow \mathbf{ac},\ \mathbf{c^2} \rightarrow \mathbf{ab} \rangle. \tag{1}$$

В этой системе $\mathbf{\Sigma}$ допускаются подстановки вида

$$Xa^2Y \rightarrow XbcY, \quad Xb^2Y \rightarrow XacY, \quad Xc^2Y \rightarrow XabY, \tag{2}$$

где X, Y − произвольные слова.

В заметке [1] Д.Хофмана и Дж.Валдмана было доказано, что для любого слова W начинающаяся с него цепочка вывода системы $\mathbf{\Sigma}$ обрывается, т.е. через конечное число шагов получается слово, к которому не применима ни одна из трех подстановок. Доказательство этого результата позволило авторам дать экспоненциальную верхнюю оценку максимально возможной длины вывода для данного исходного слова. Был поставлен вопрос о существовании полиномиальной верхней оценки этой функции.

Мы доказываем, что максимальная длина $\mathbf{D}(\mathbf{W})$ цепочки вывода, начинающейся со слова W, на множестве всех слов данной длины $|W| = m+2$ достигает своего максимума только на словах вида $W = c^2b^m$ и $W = b^ma^2$.

Вычислено точное значение функции $\mathbf{D}(c^2b^m) = \mathbf{D}(b^ma^2)$. Оно равно $\frac{3}{2}m^2 + m + 1$ при $m = 2t$; и $\frac{3}{2}m^2 + m + \frac{3}{2}$ при $m = 2t + 1$.

Подробное доказательство этого результата опубликовано в статье докладчика [2].

Список литературы

[1] D. Hofbauer, J. Waldmann. Termination of $\{a^2 \rightarrow bc,\, b^2 \rightarrow ac,\, c^2 \rightarrow ab\}$. Information Processing Letters, Vol. **98**, Issue 4, May 2006.

[2] С. И. Адян, “О методе нахождения точных оценок длин выводов в системах Туэ”, Матем. заметки, 92:1 (2012), 3−18.

[3] С. И. Адян. "Определяющие соотношения и алгоритмические проблемы для групп и полугрупп". Труды МИАН СССР, 1966, т. bf85.